

ПОСТРОЕНИЕ СБАЛАНСИРОВАННОГО ДЕРЕВА ПОИСКА

Идеальное сбалансированное дерево поиска – это двоичное дерево, в котором **число вершин** в левых и правых поддеревьях отличается не более чем на 1.

Сбалансированное дерево поиска – это двоичное дерево, в котором **высоты** левых и правых поддеревьев каждой из его вершин отличаются не более чем на 1.

АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СБАЛАНСИРОВАННОГО ДЕРЕВА ПОИСКА

При добавлении узла считаем баланс его «отца» (p) и «деда» (gp) и всех остальных «предков»

Баланс узла определяется как разность высот его правого и левого поддеревя:

$$h = R - L$$

Если для какого-то узла (u) $h(gp) = 2$ или -2 то делаем однократный или двукратный поворот.

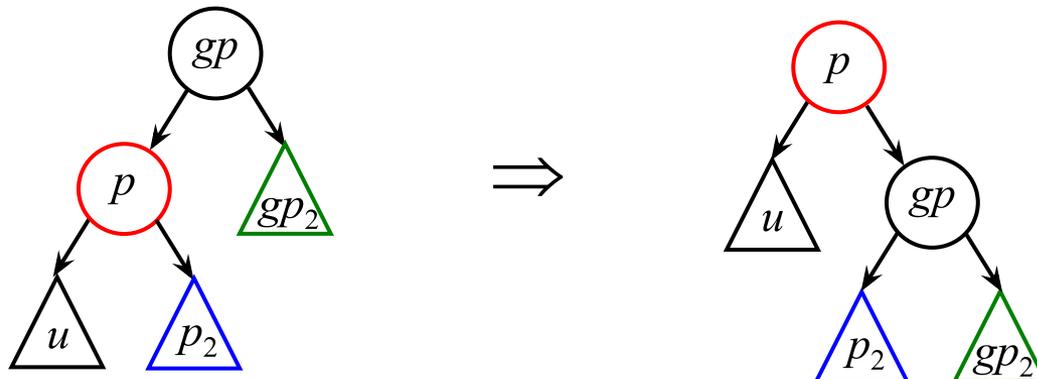
А именно:

а) если $h(gp) \cdot h(p) > 0$ и $h(p) < 0$ – R
(один раз поворот направо относительно p)

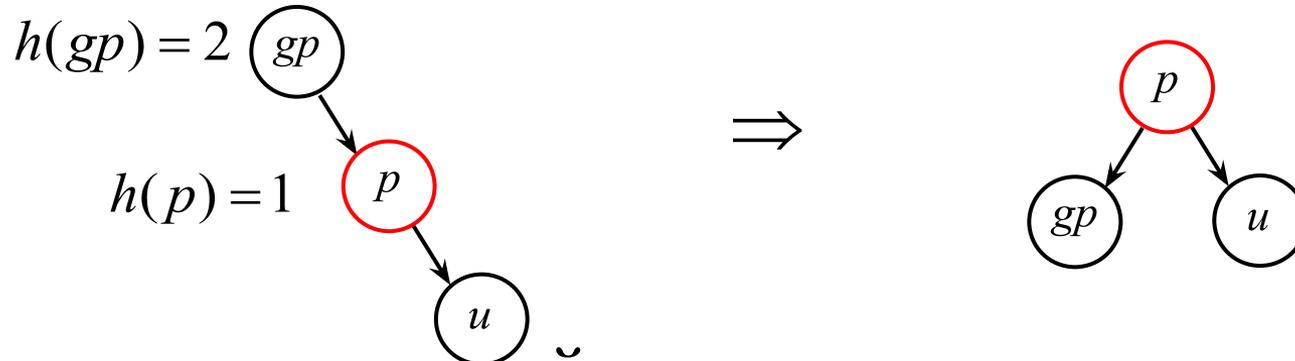


(т.е. p станет «главой семьи», gp – правым «сыном»)

Более сложная ситуация:

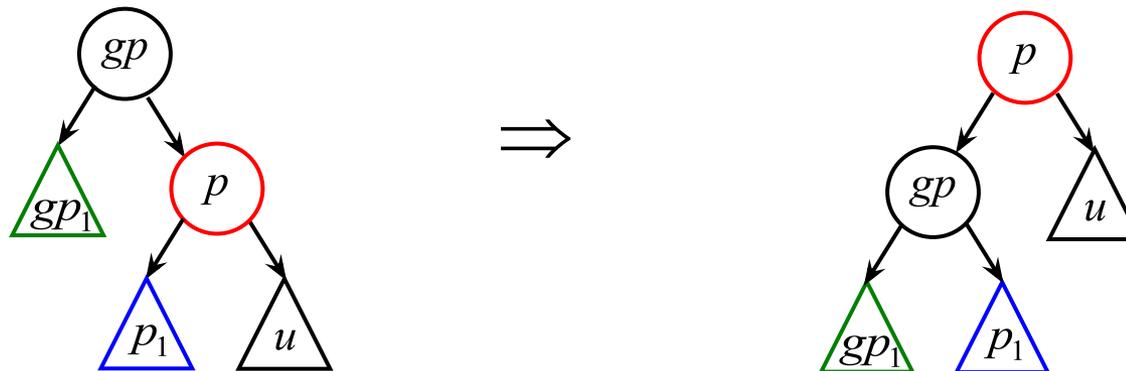


б) если $h(gp) \cdot h(p) > 0$ и $h(p) > 0$ – L
(один раз поворот налево относительно p)



(т.е. p станет «главой семьи», gp – левым «сыном»)

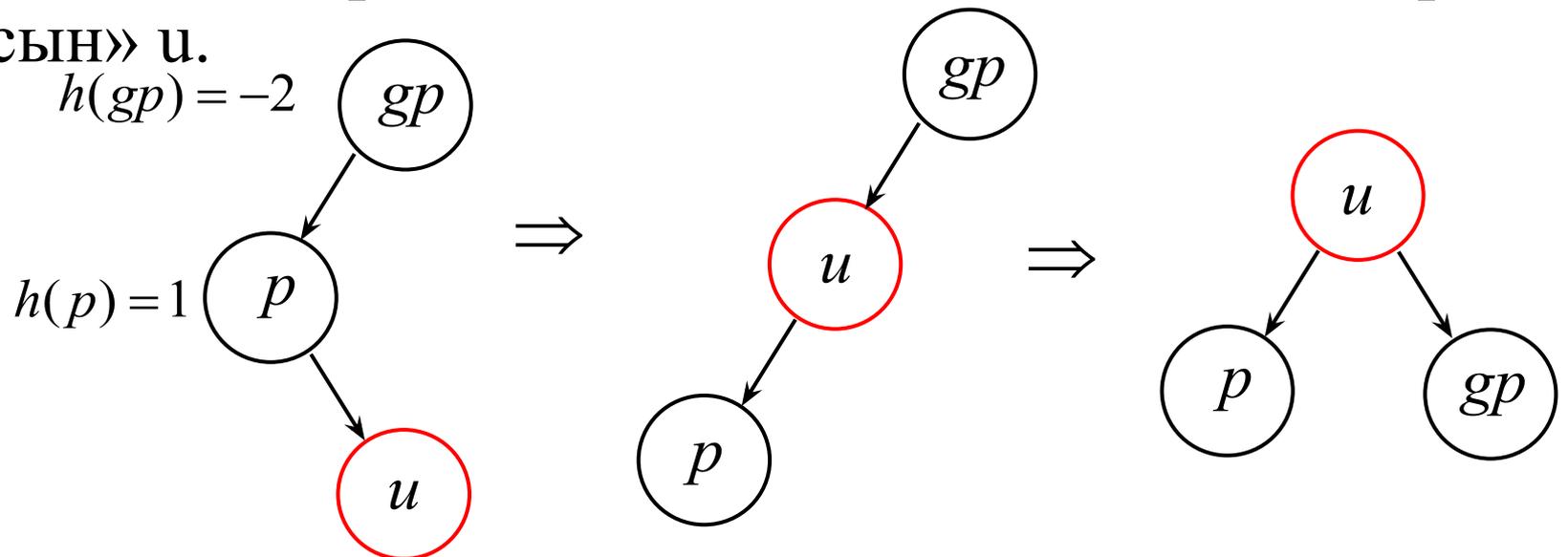
Более сложная ситуация:



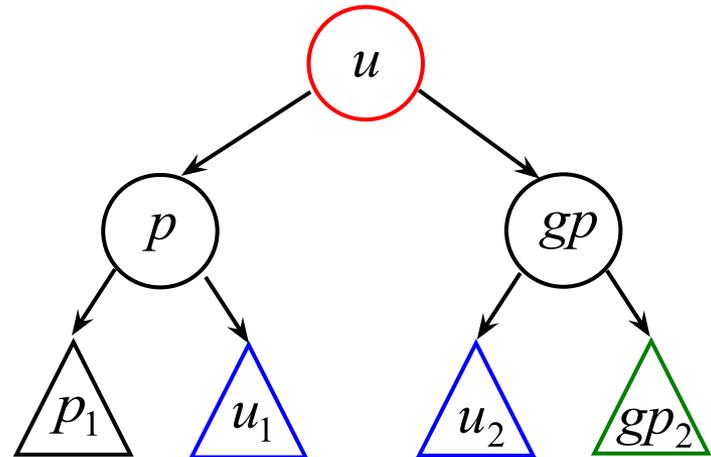
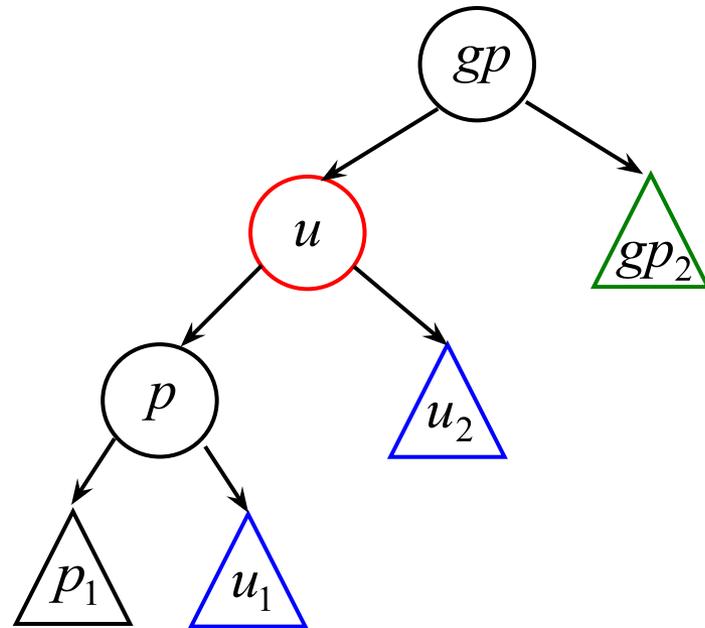
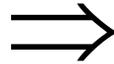
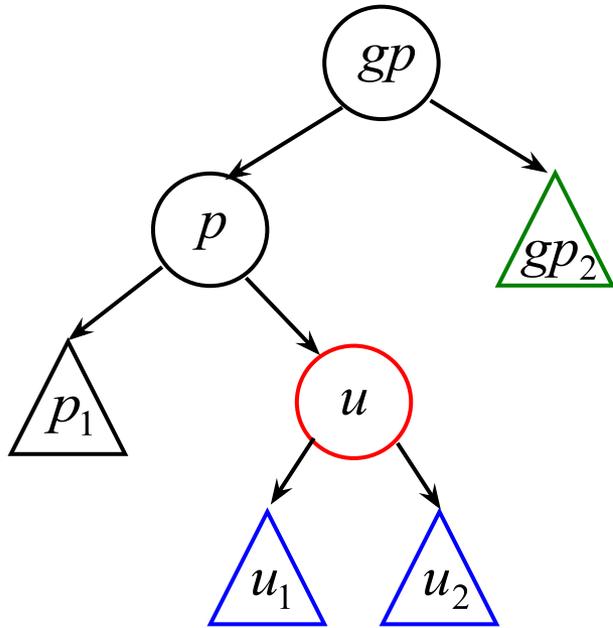
в) если $h(gp) \cdot h(p) < 0$ и $h(p) > 0$ – двукратный поворот LR

- т.е. 1) сначала налево относительно u
(«отец» и «сын» меняются ролями),
2) затем направо относительно u
(«сын» становится «главой семьи»)

В итоге: p станет левым «сыном», gp – правым «сыном», «родителем» станет бывший правый «сын» u .



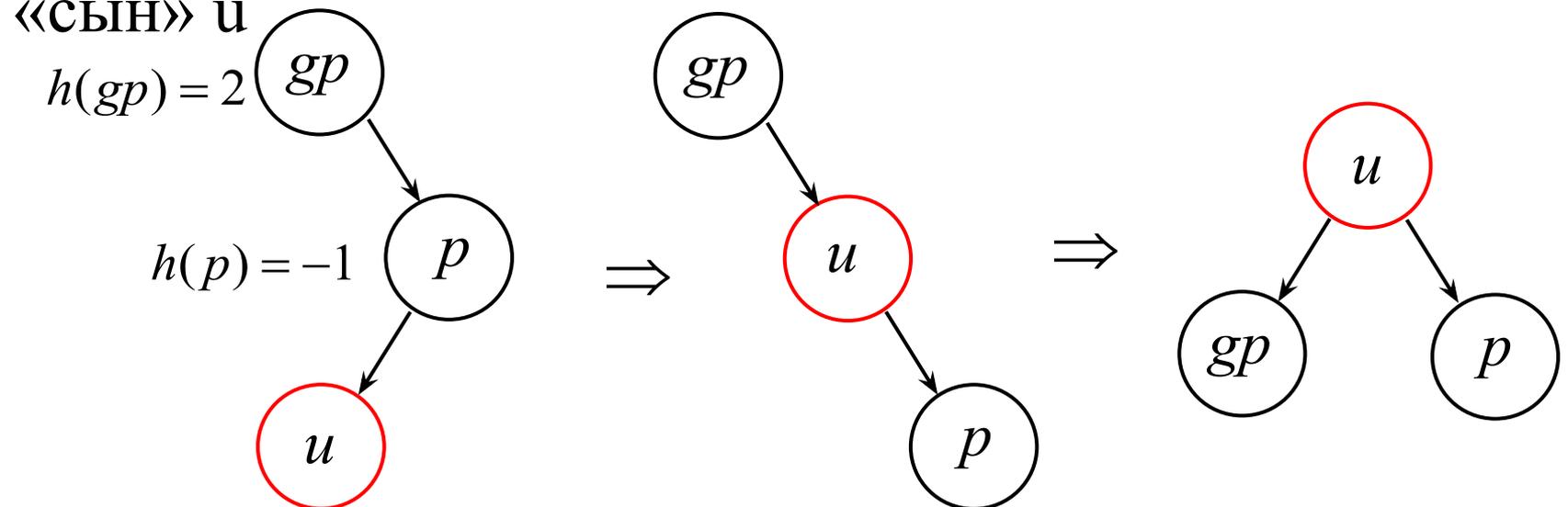
Более сложная ситуация поворота LR:



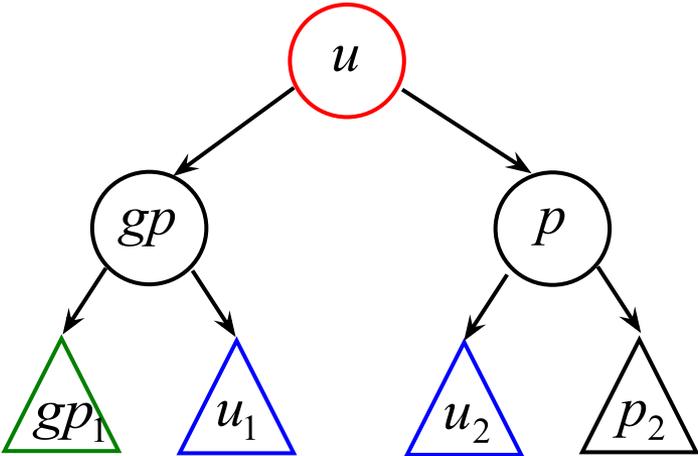
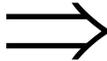
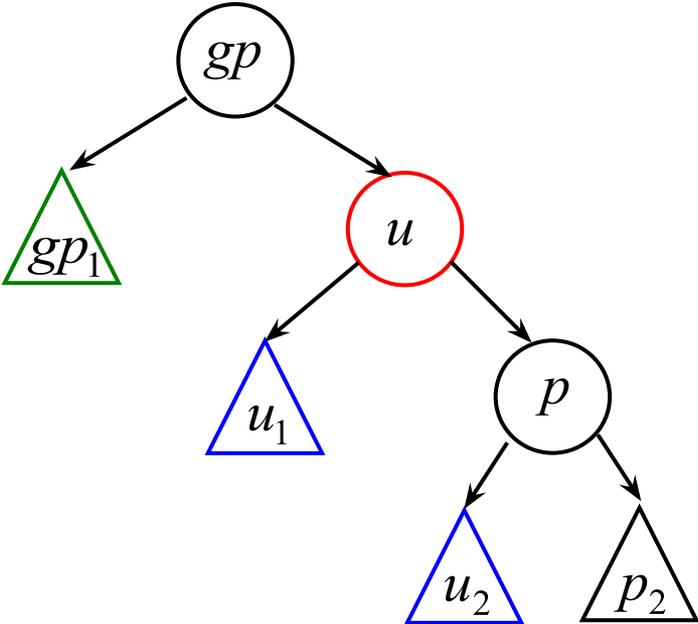
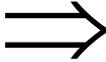
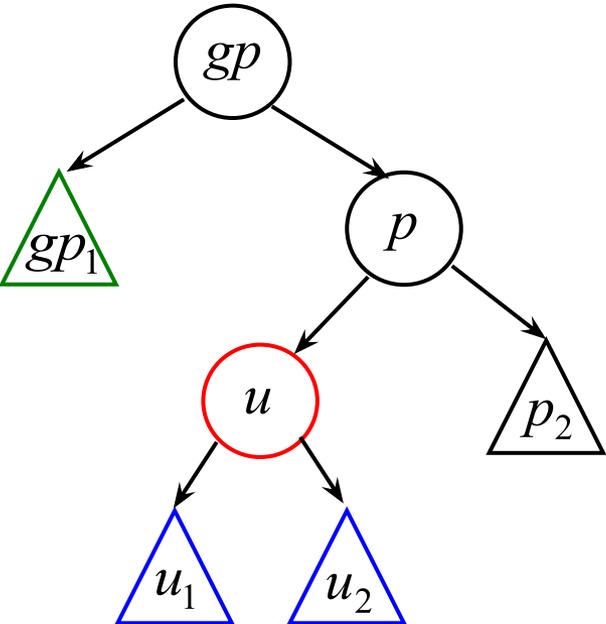
г) если $h(gp) \cdot h(p) < 0$ и $h(p) < 0$ – двукратный поворот RL

- т.е. 1) сначала направо относительно u
(«отец» и «сын» меняются ролями),
2) затем налево относительно u
(«сын» становится «главой семьи»).

В итоге: p станет правым «сыном», gp – левым «сыном», «родителем» станет бывший левый «сын» u



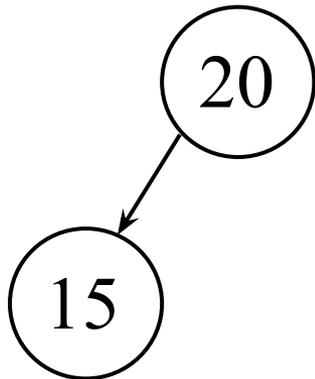
Более сложная ситуация поворота RL:



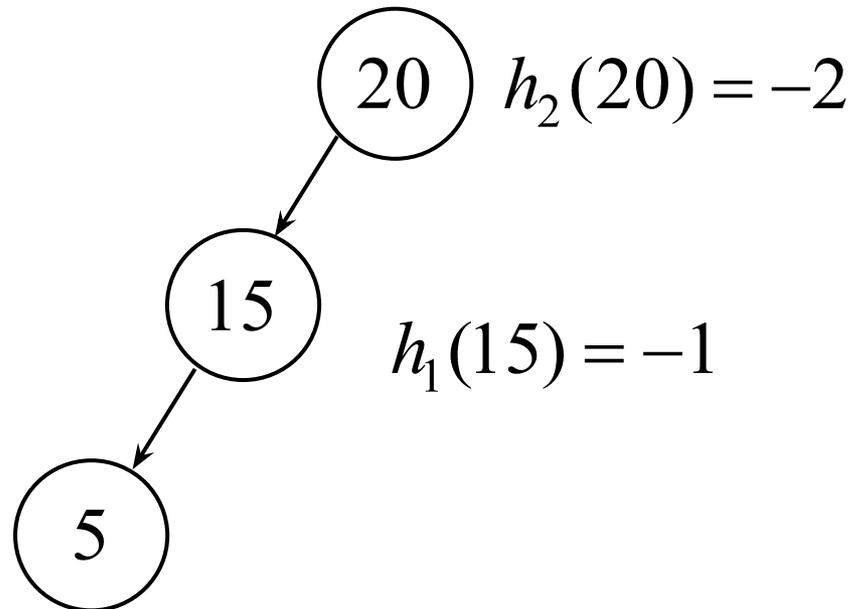
Задача. Построить сбалансированное дерево для массива ключей

{20, 15, 5, 30, 55, 25, 10, 6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

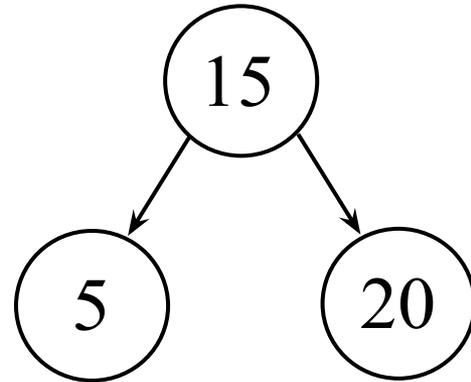
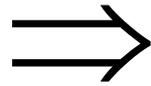
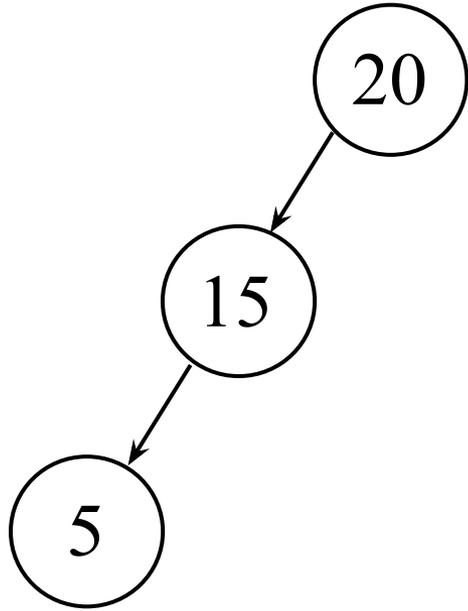
Шаг 1:



Шаг 2:

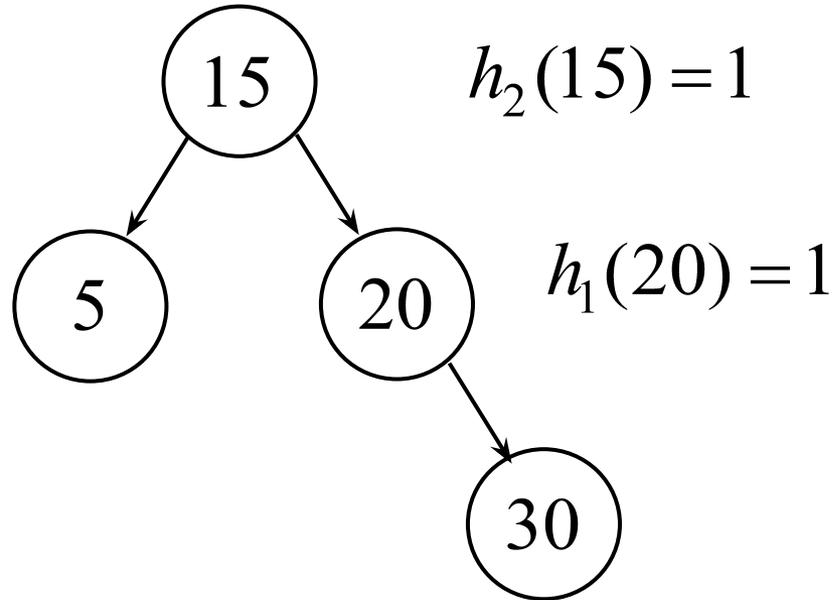
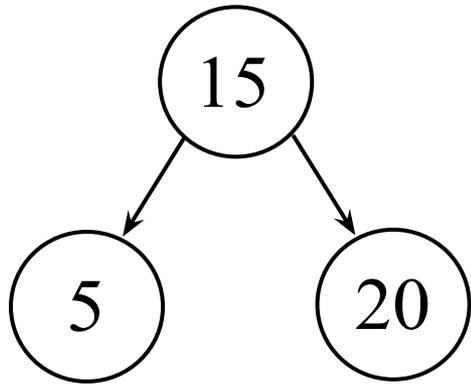


$$h_1 h_2 > 0, \quad h_1 < 0 \quad \Rightarrow \quad R$$



{30, 55, 25, 10, 6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

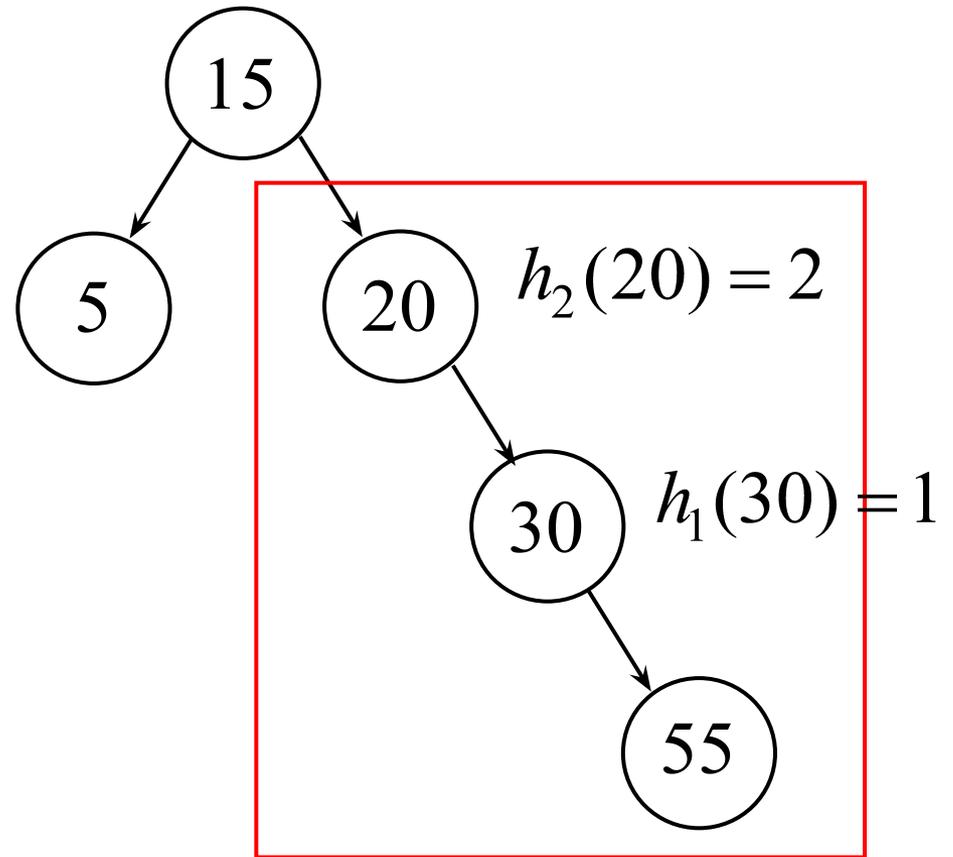
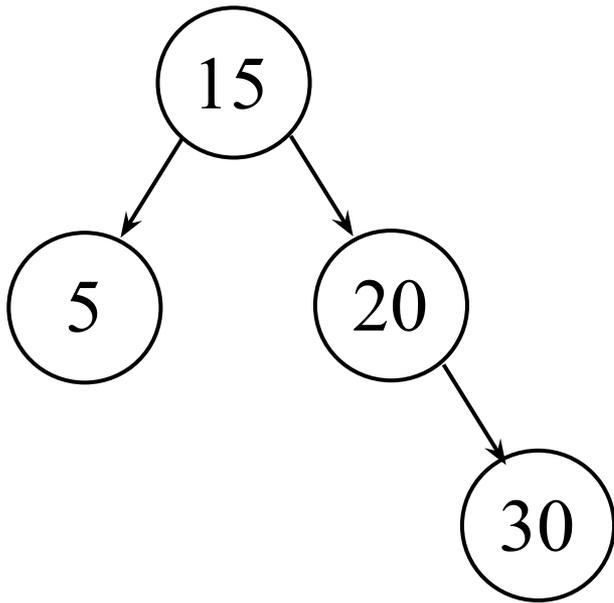
Шаг 3:



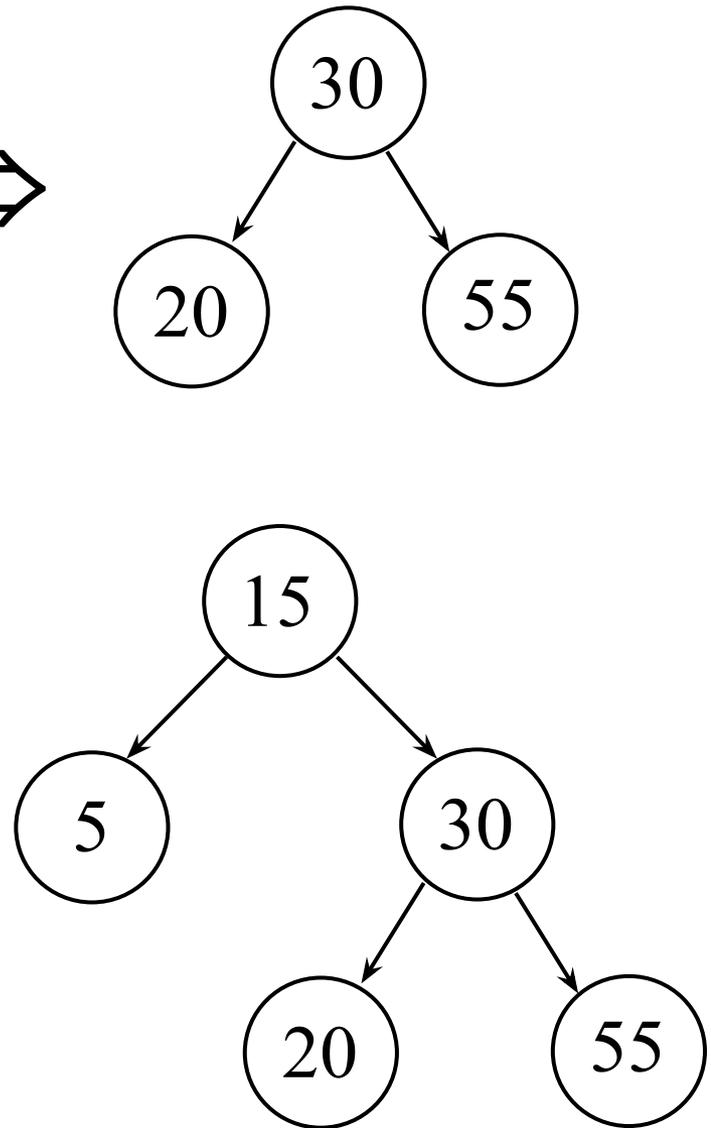
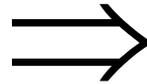
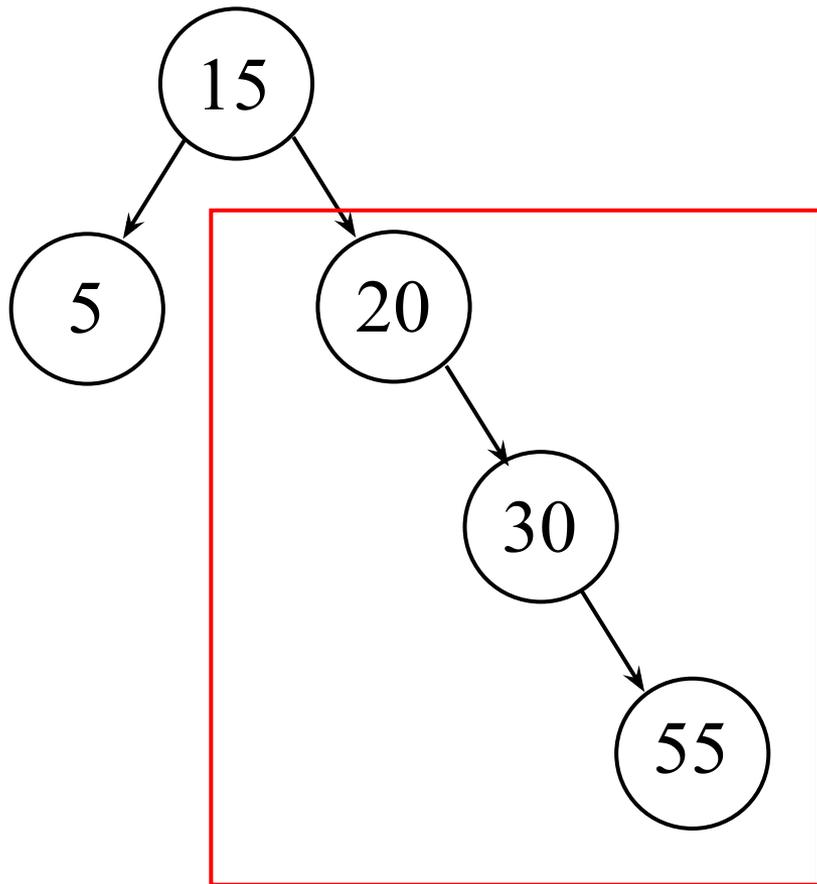
\Rightarrow *балансировка не нужна*

{55, 25, 10, 6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

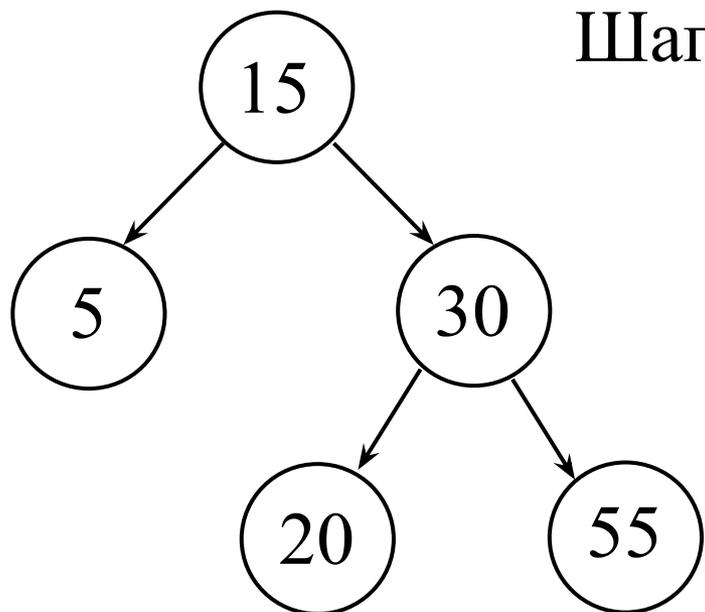
Шаг 4:



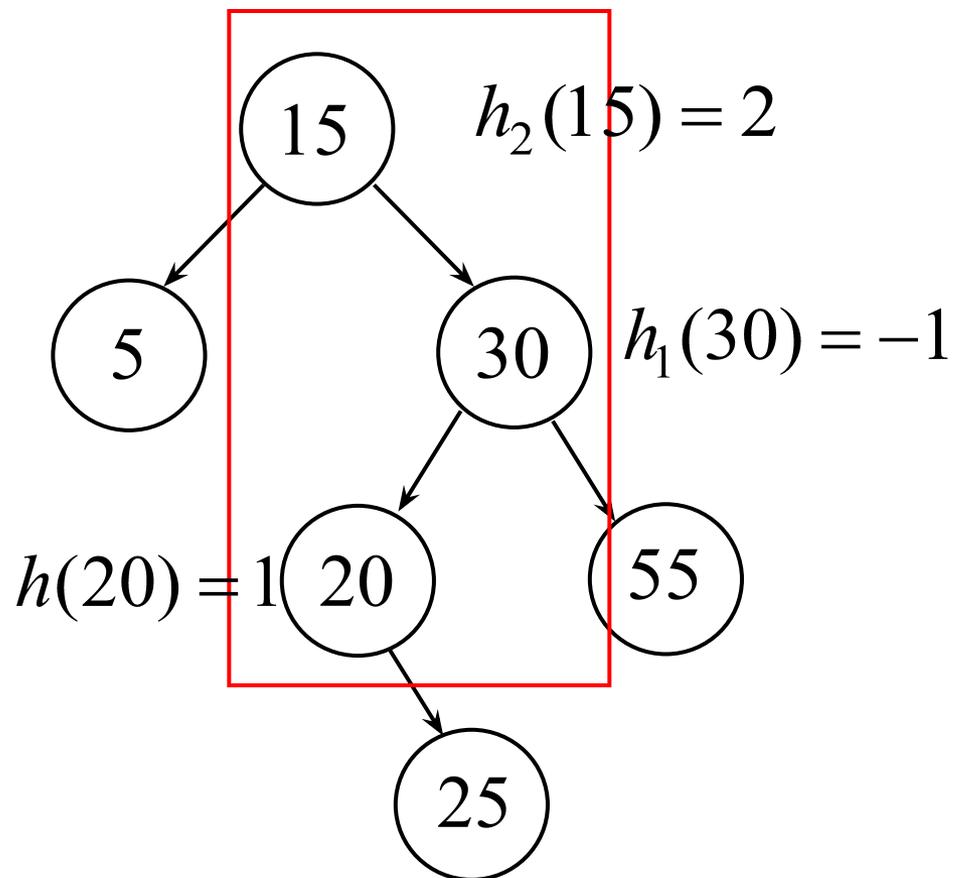
$$h_1 h_2 > 0, \quad h_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad L$$



{25, 10, 6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

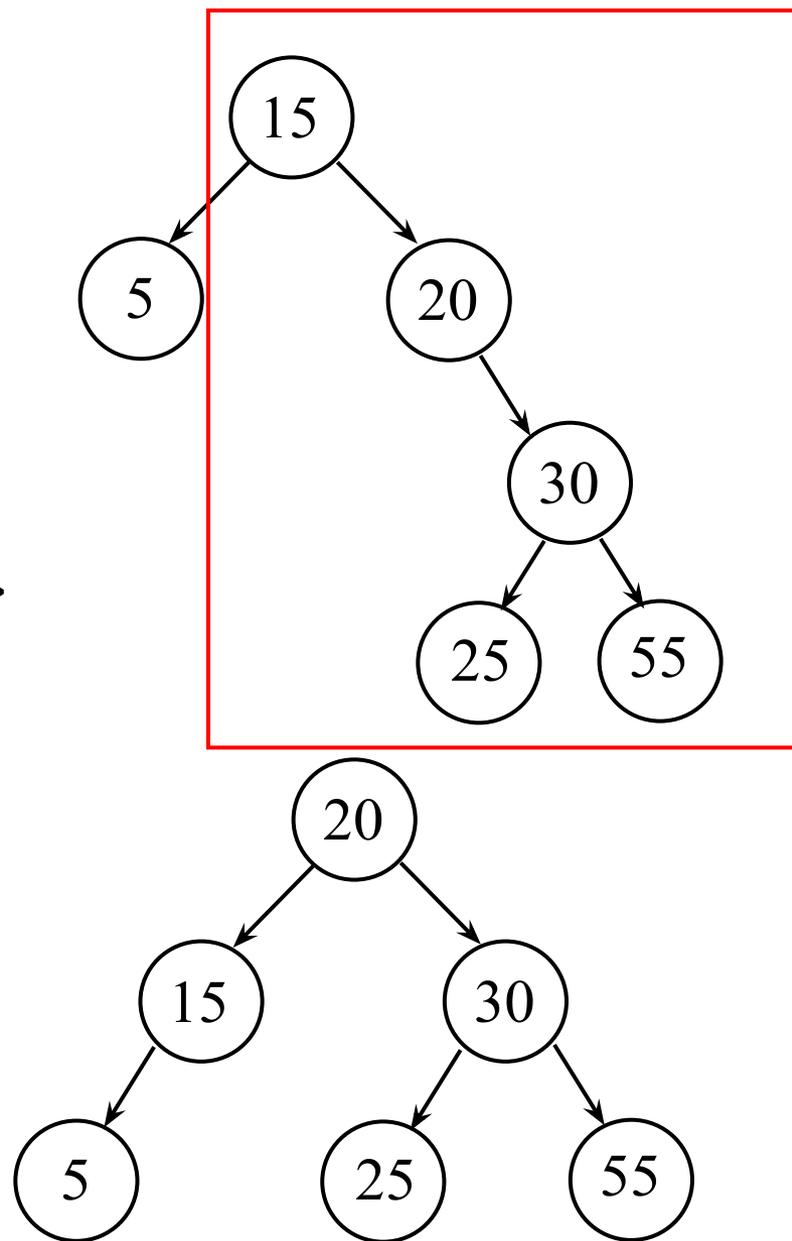
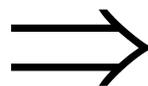
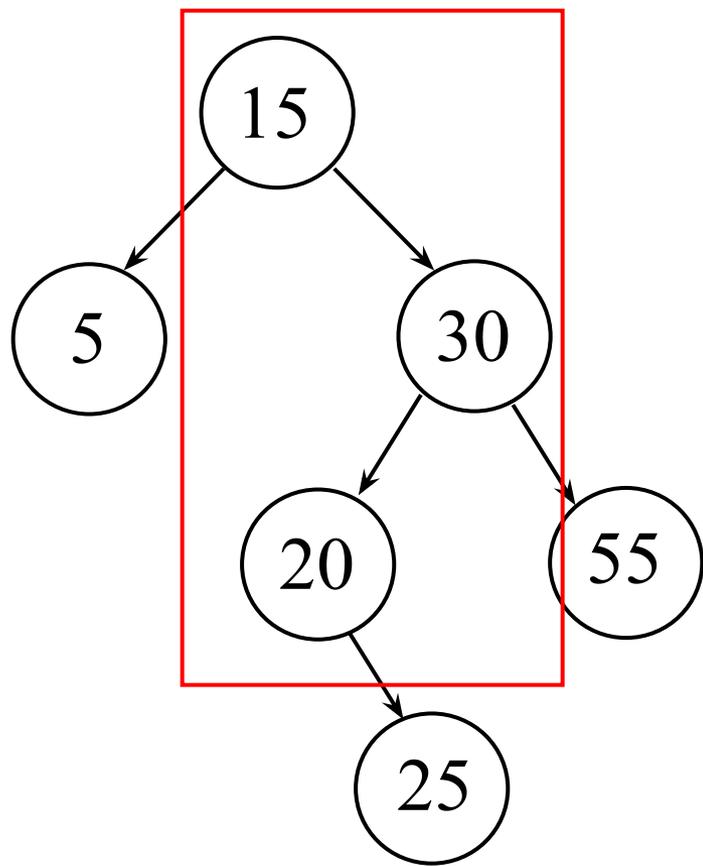


Шаг 5:



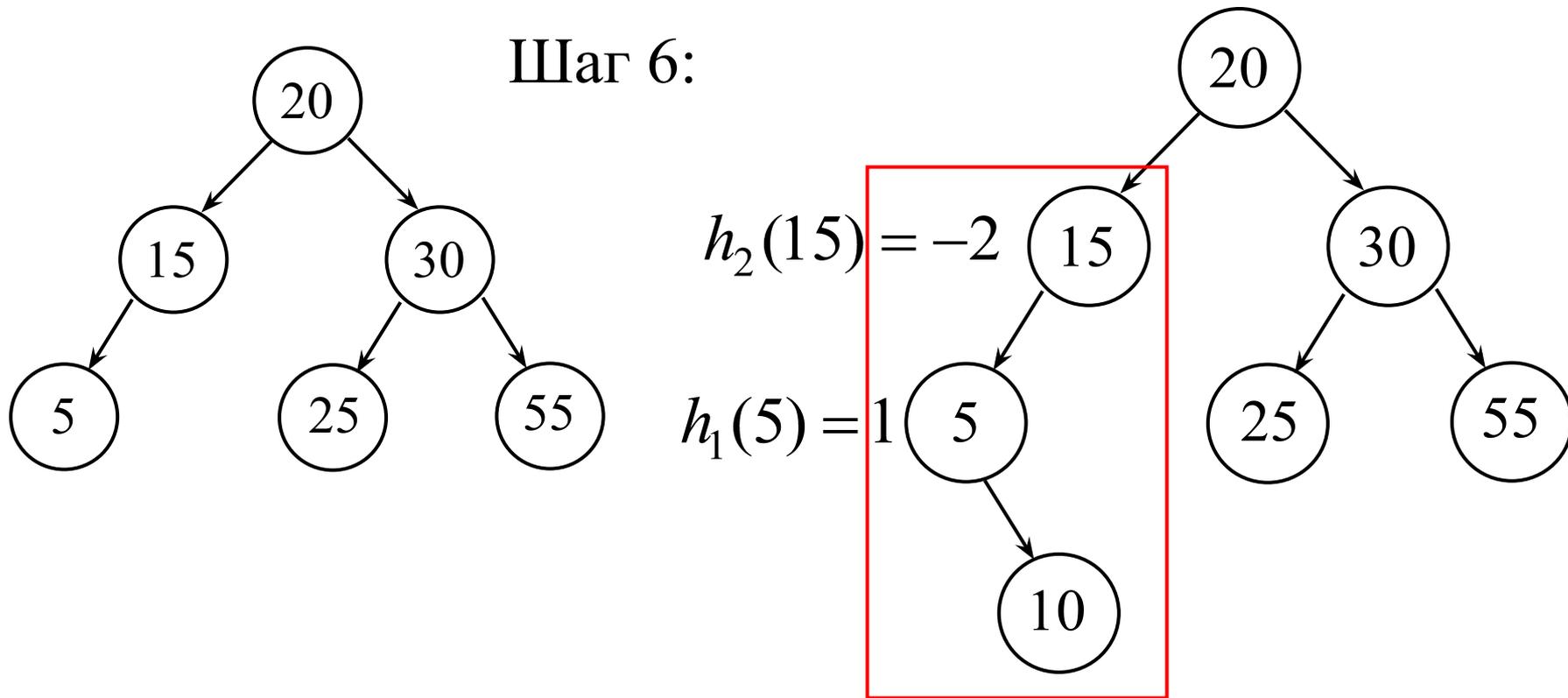
$$h_1 h_2 < 0, \quad h_1 < 0 \quad \Rightarrow \quad RL$$

Поворот RL:



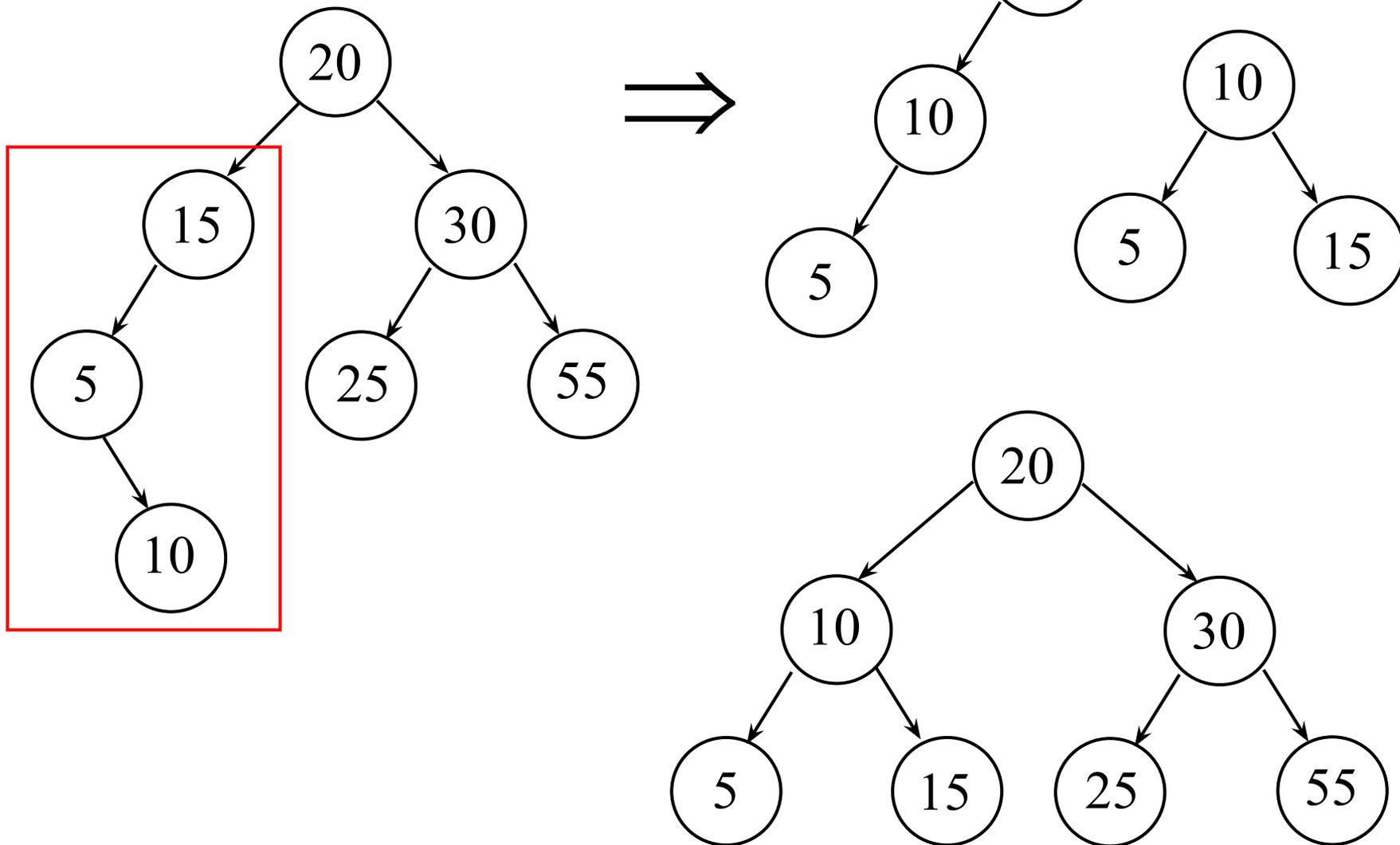
{10, 6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

Шаг 6:



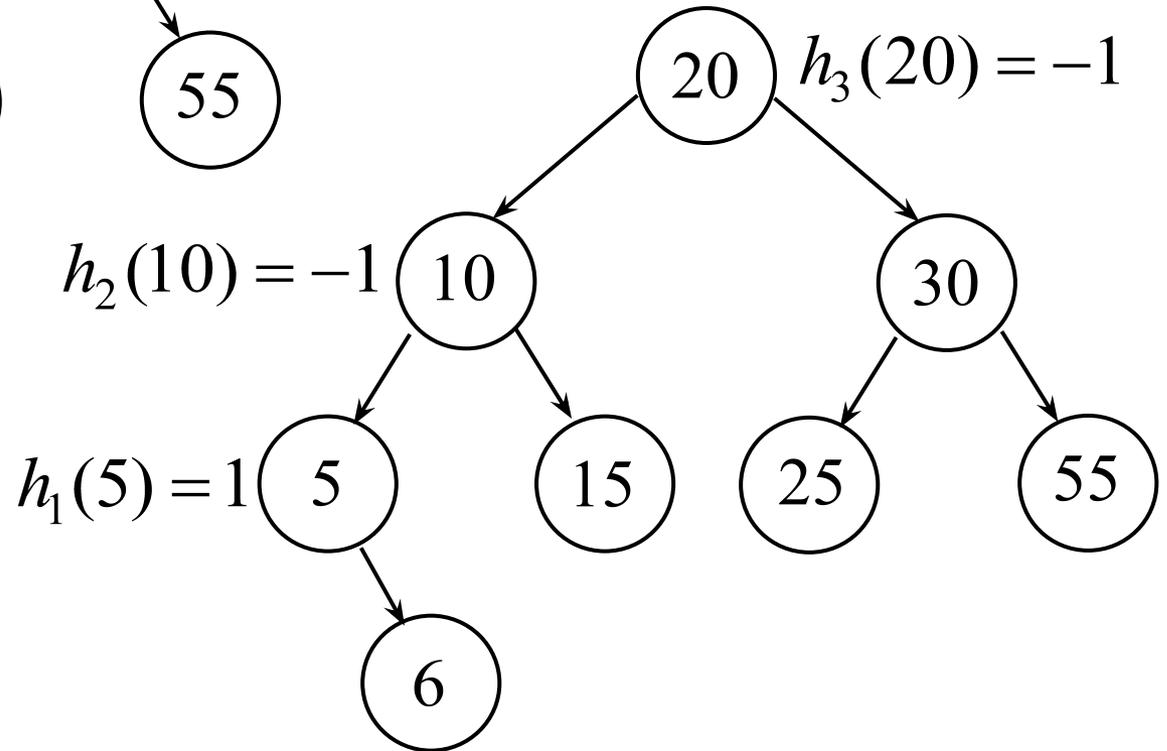
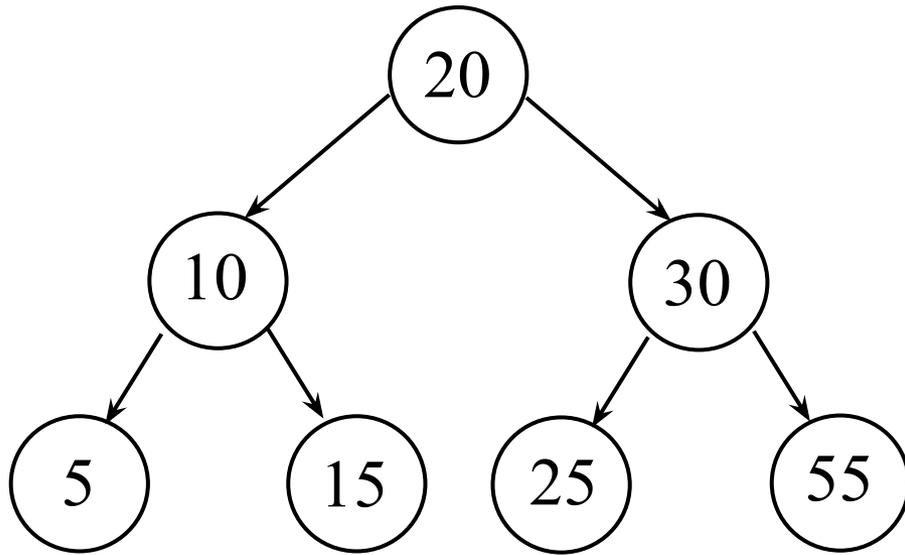
$$h_1 h_2 < 0, \quad h_1 > 0 \quad \Rightarrow \quad LR$$

Поворот LR:



{6, 2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

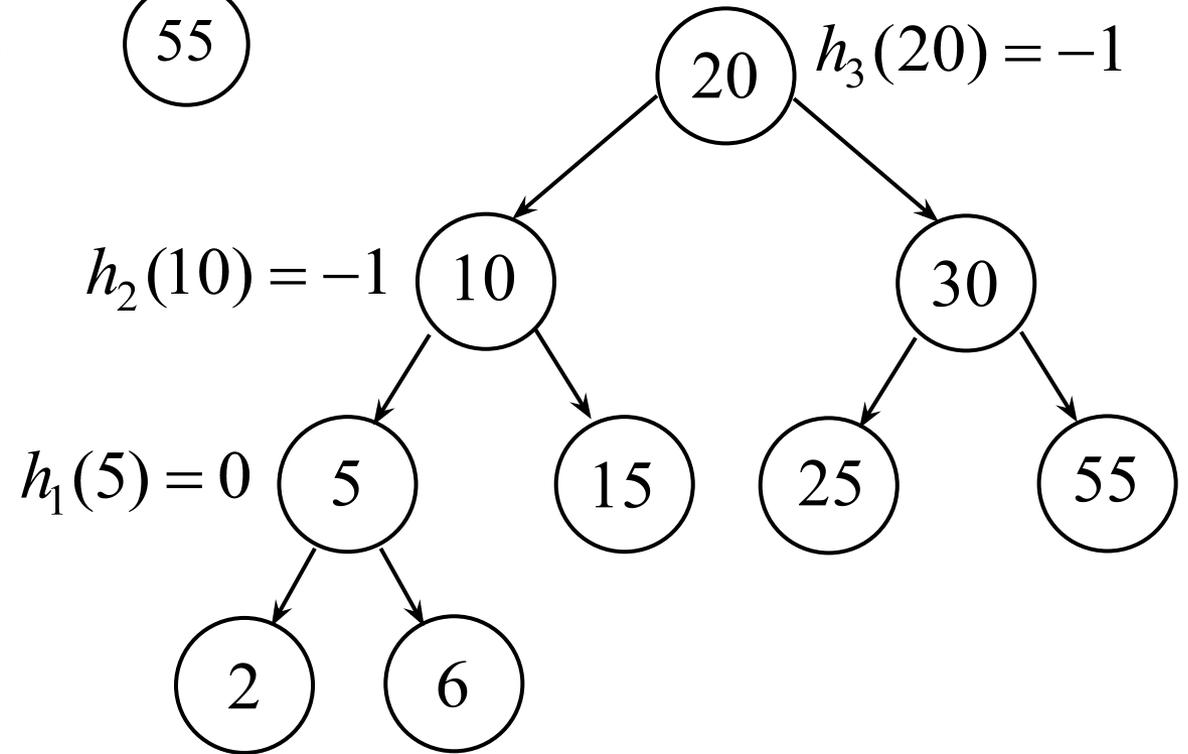
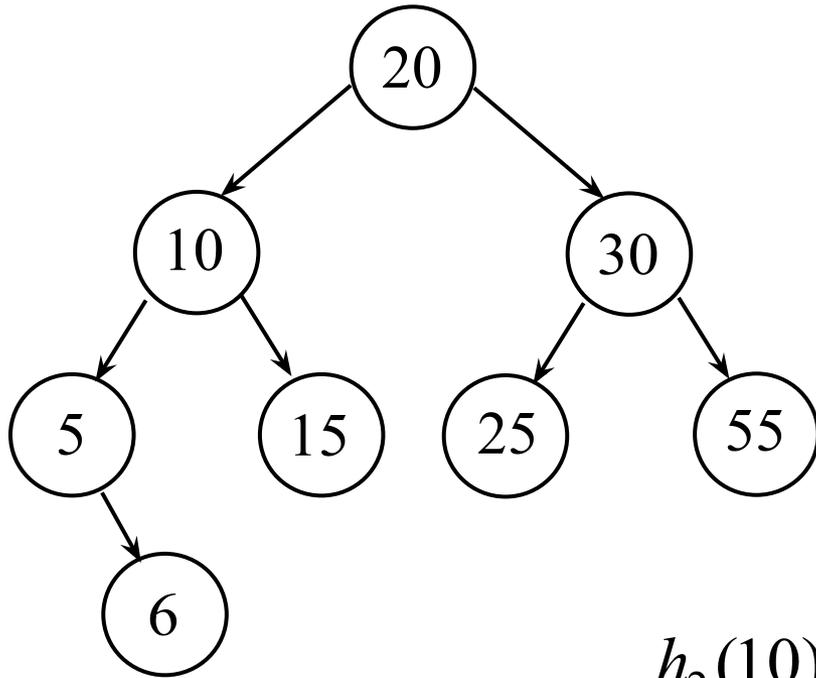
Шаг 7:



\Rightarrow *балансировка не нужна*

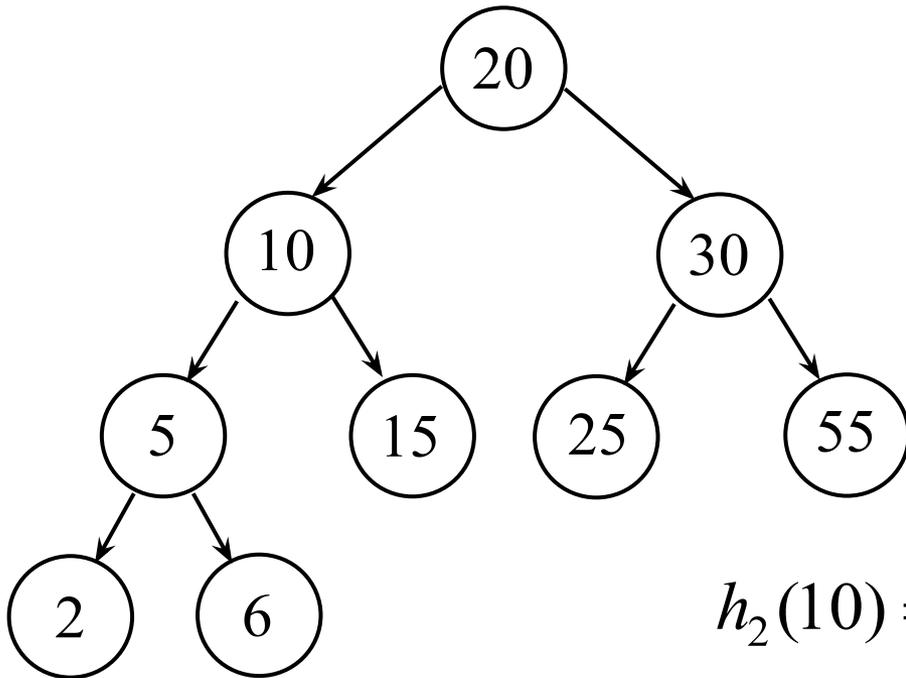
{2, 17, 35, 40, 27, 11, 26}

Шаг 8:

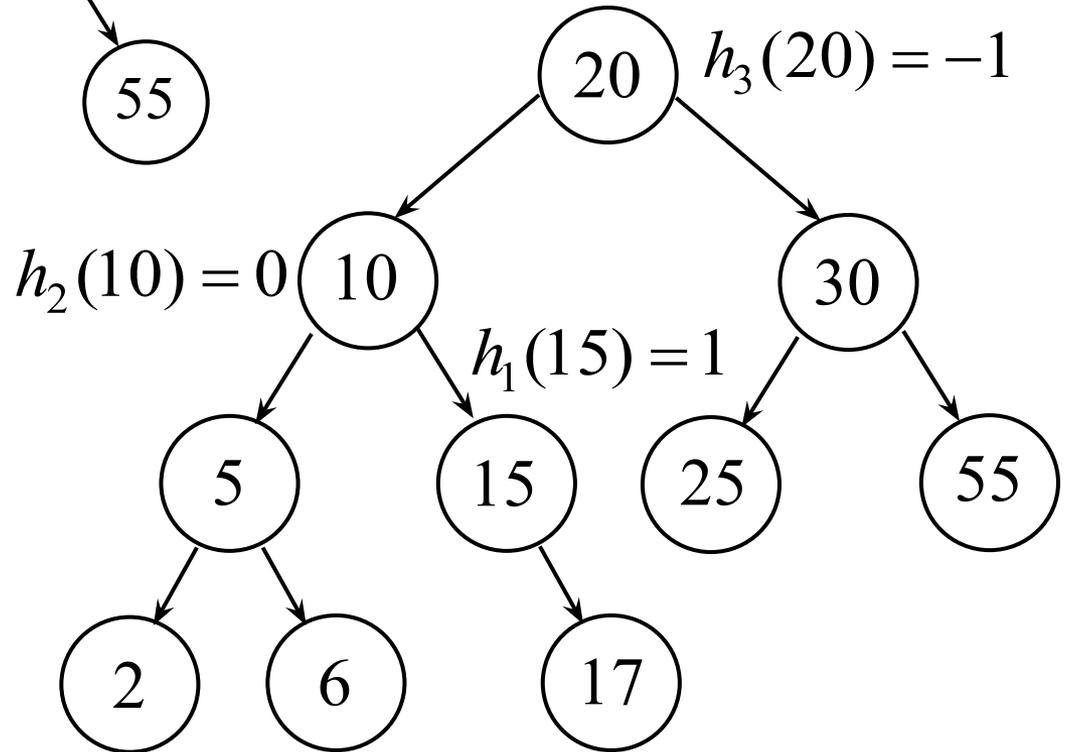


\Rightarrow балансировка не нужна

{17, 35, 40, 27, 11, 26}



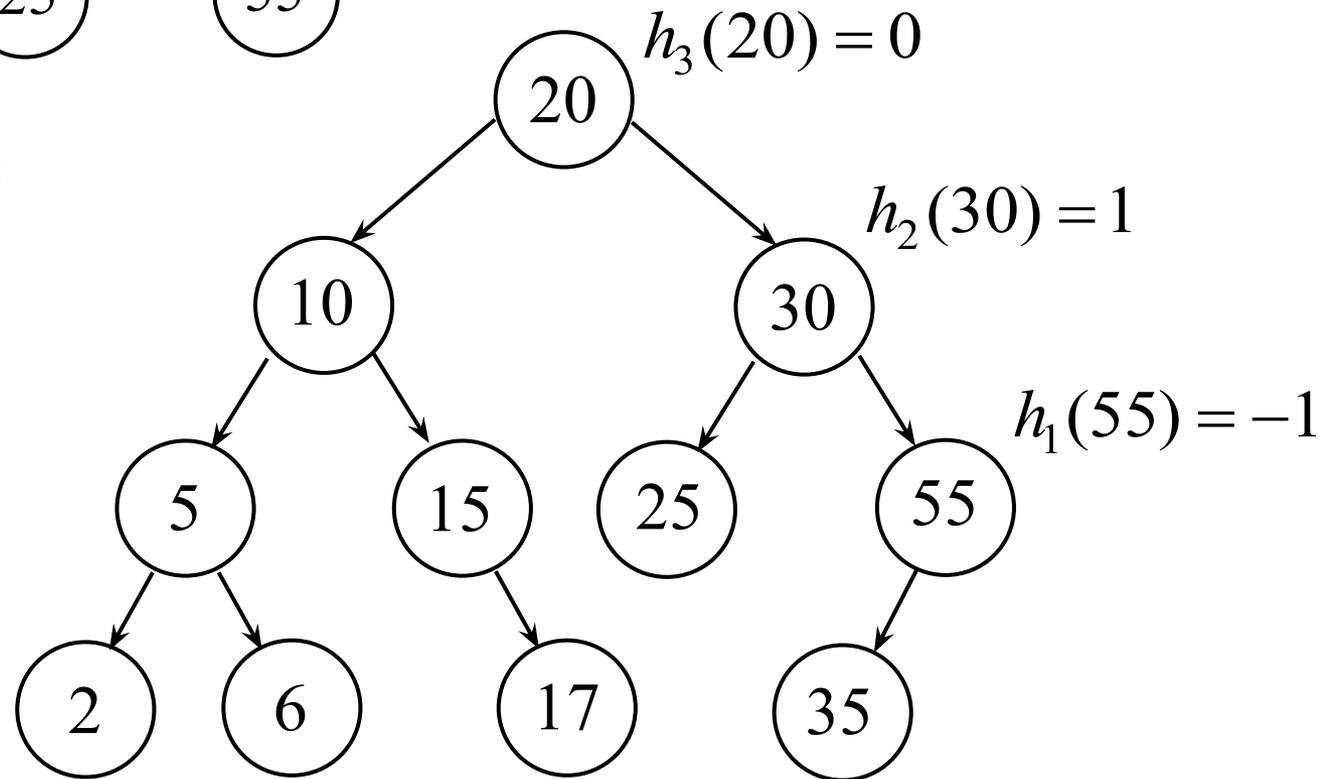
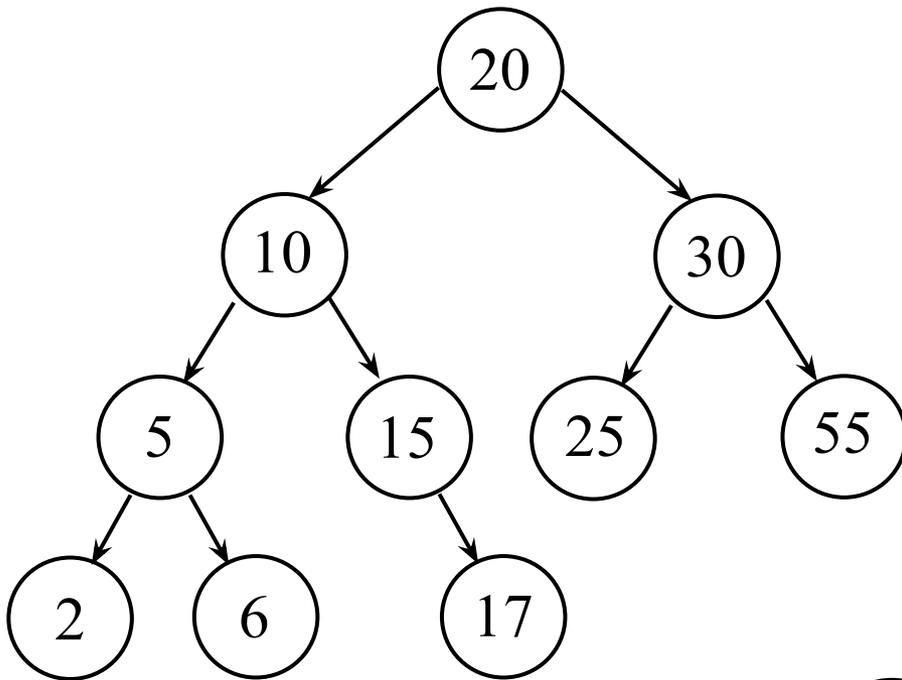
Шаг 9:



\Rightarrow балансировка не нужна

{35, 40, 27, 11, 26}

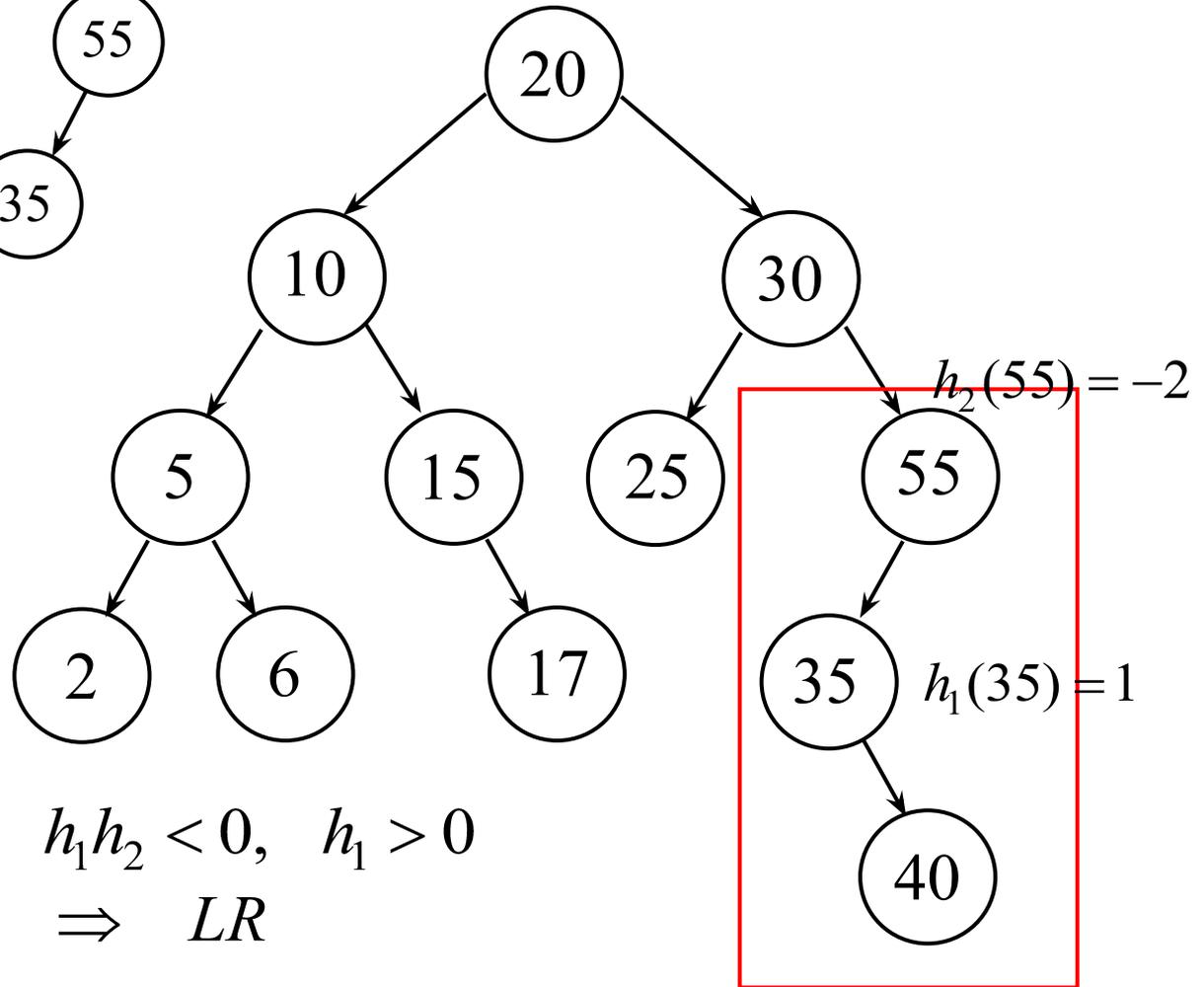
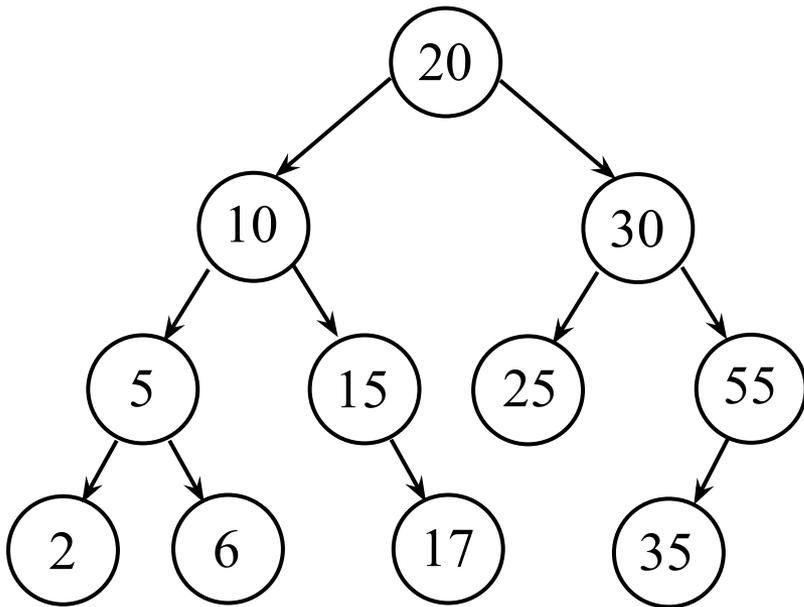
Шаг 10:



\Rightarrow балансировка не нужна

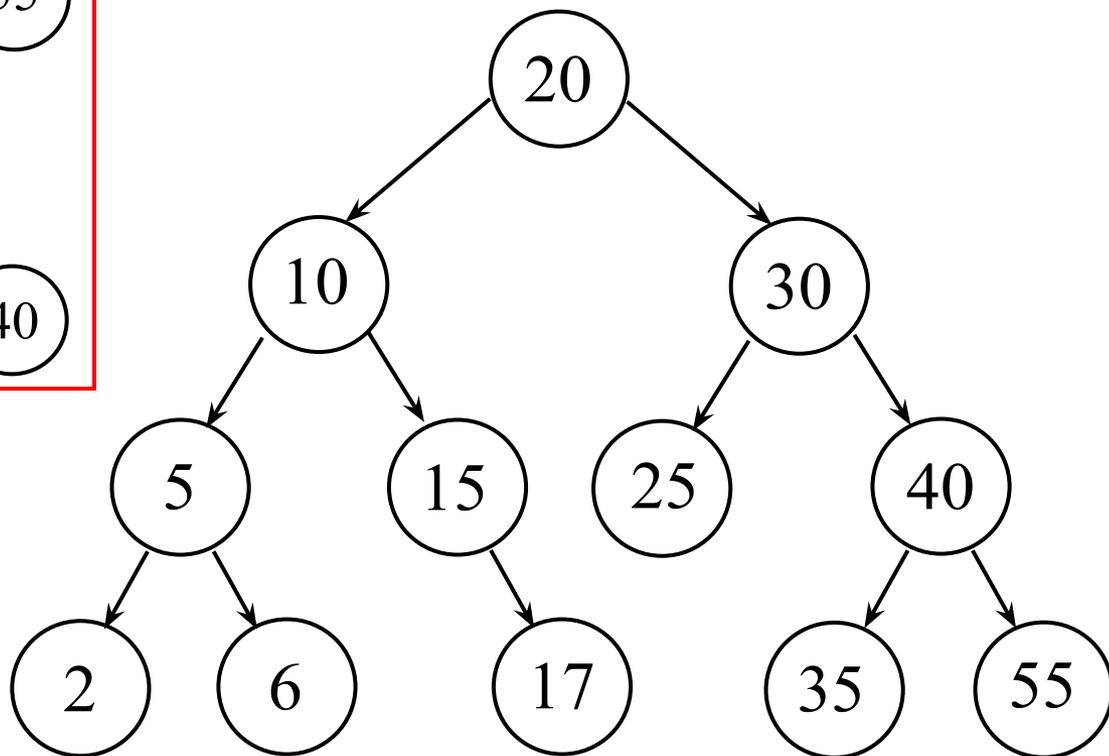
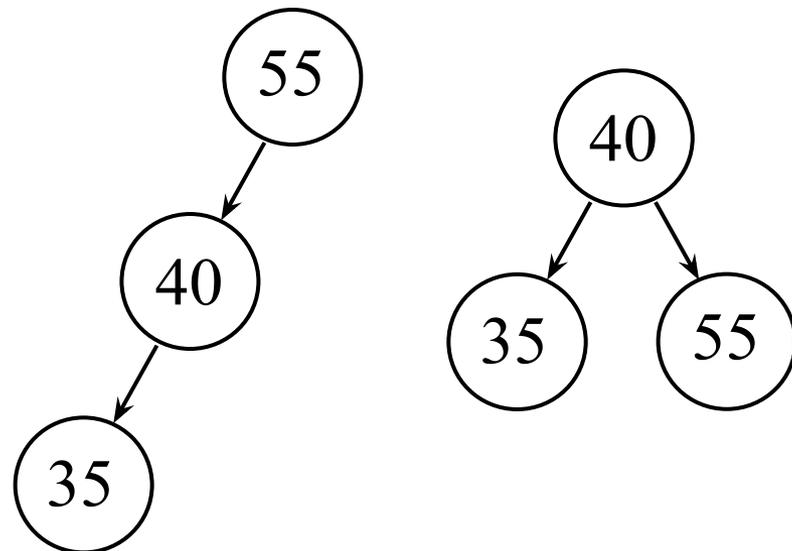
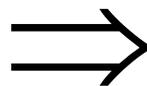
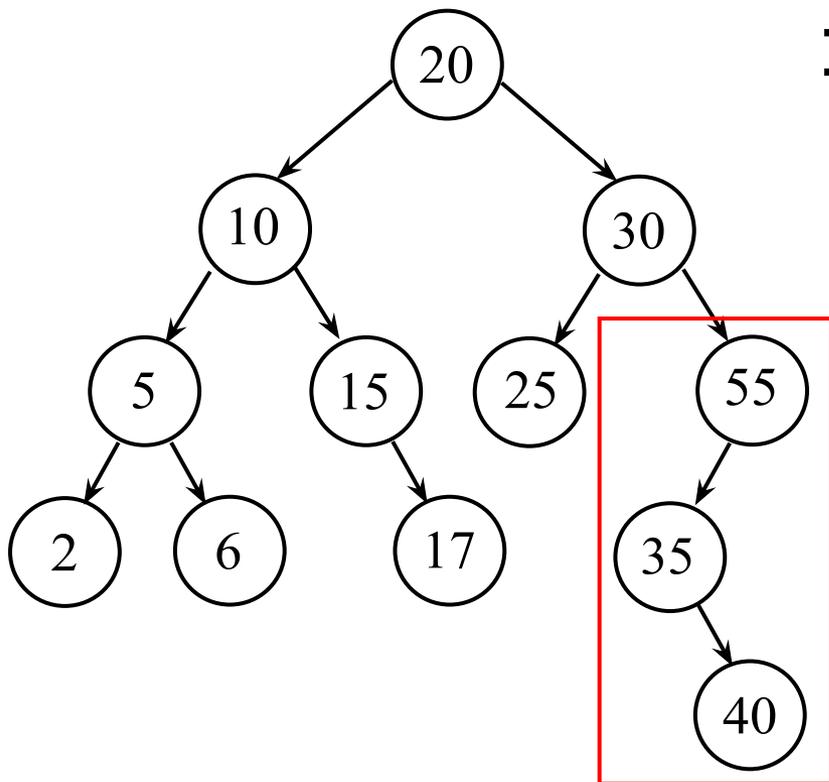
{ 40, 27, 11, 26 }

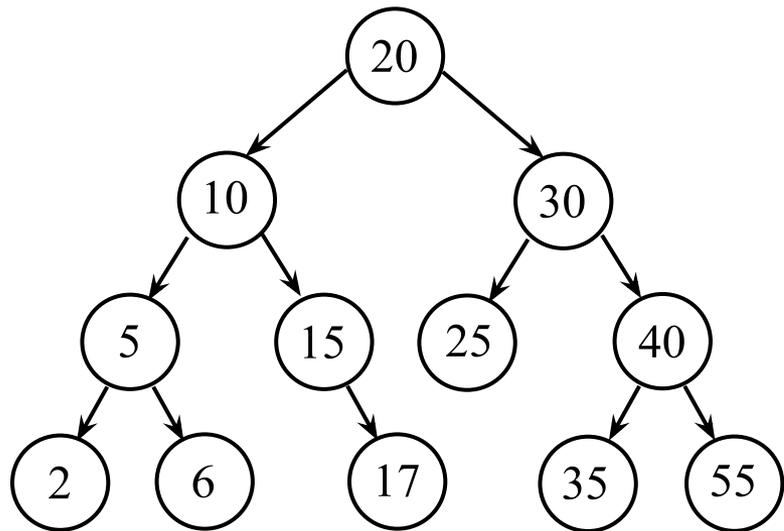
Шаг 11:



$$h_1 h_2 < 0, \quad h_1 > 0 \\ \Rightarrow LR$$

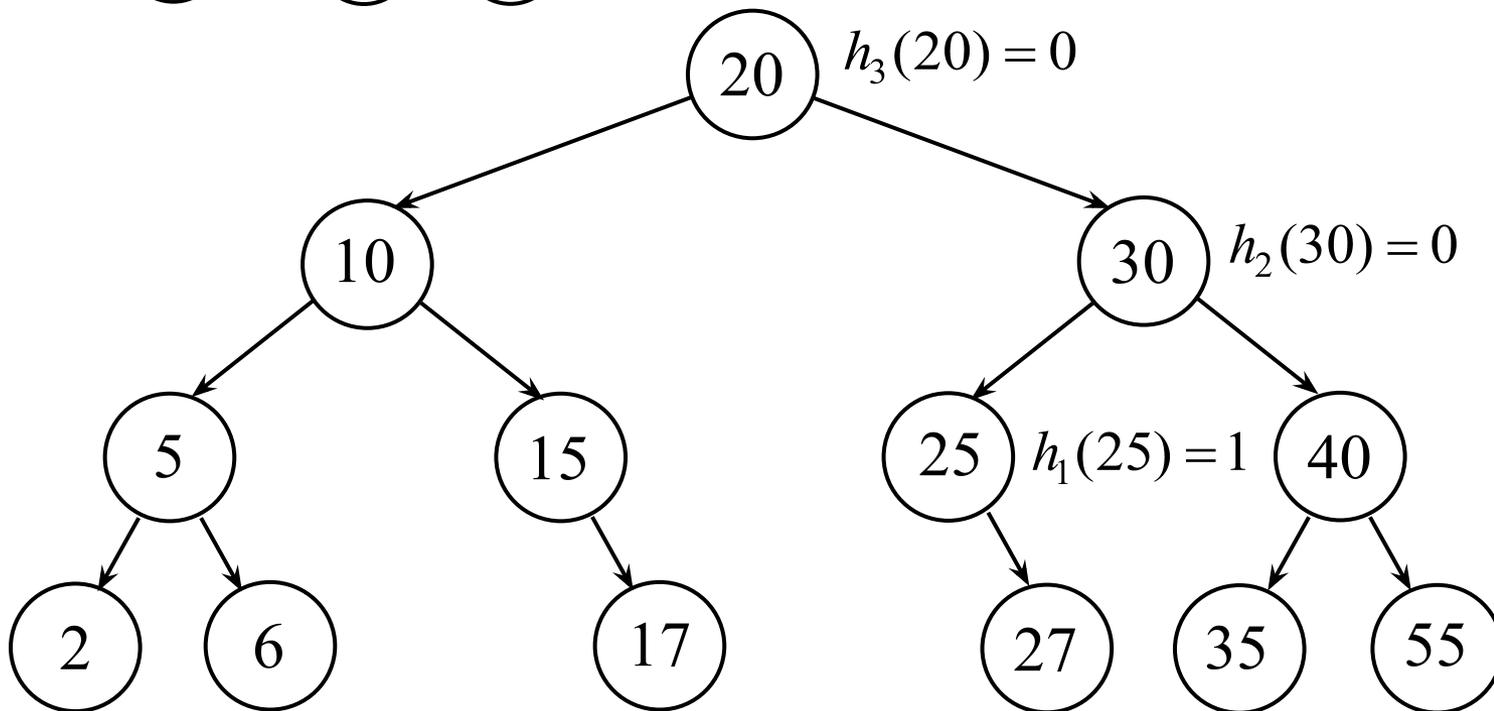
Поворот LR:



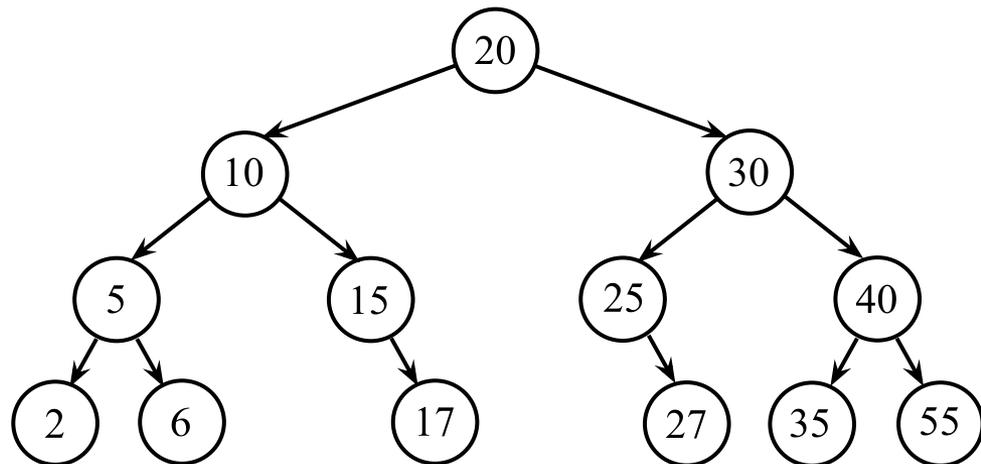


{27, 11, 26}

Шаг 12:

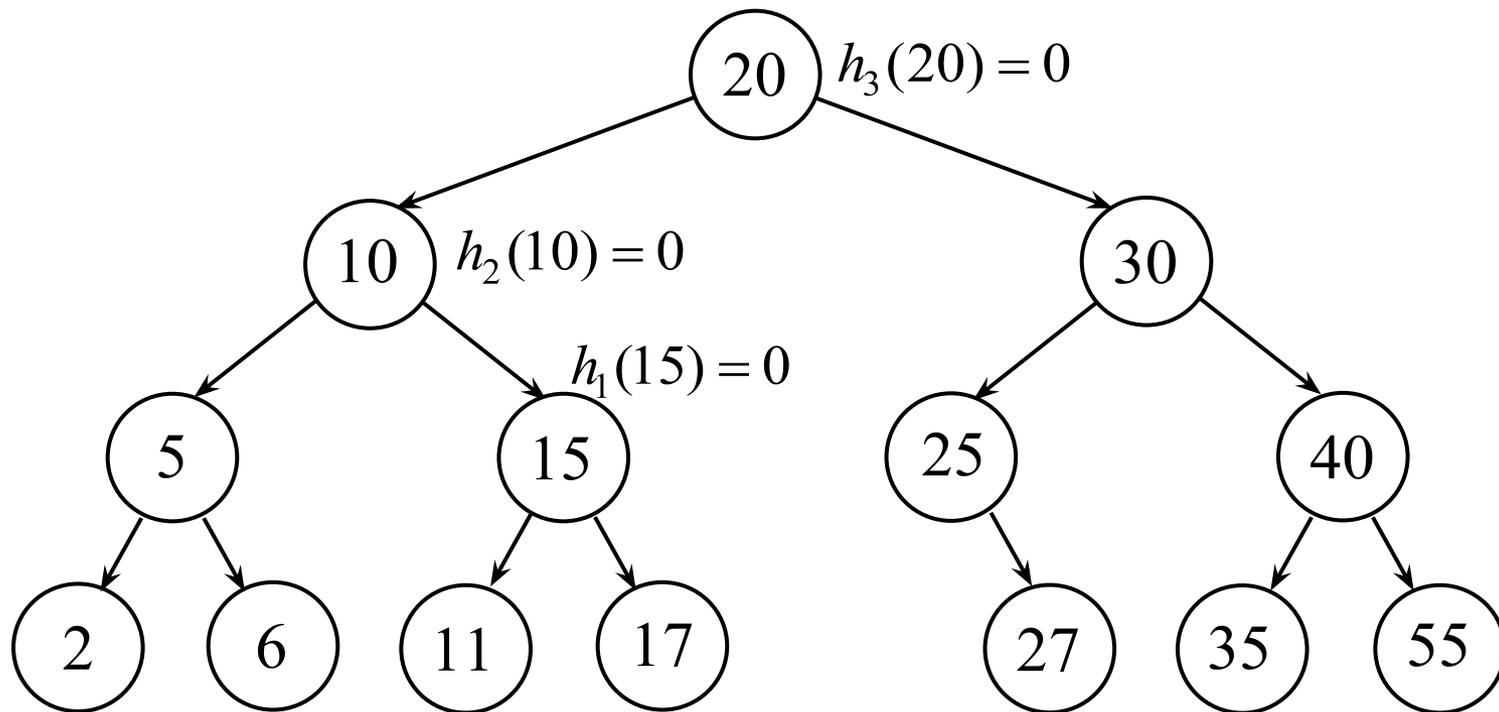


⇒ *балансировка не нужна*

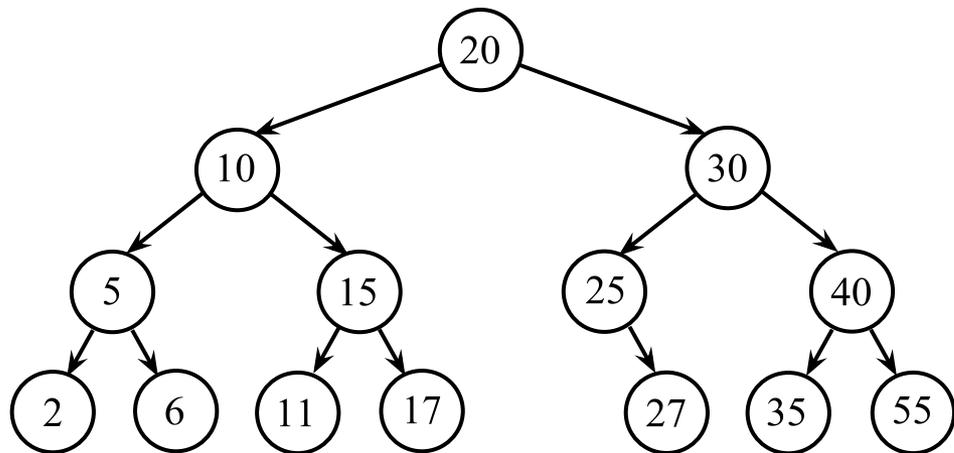


{11, 26}

Шаг 13:

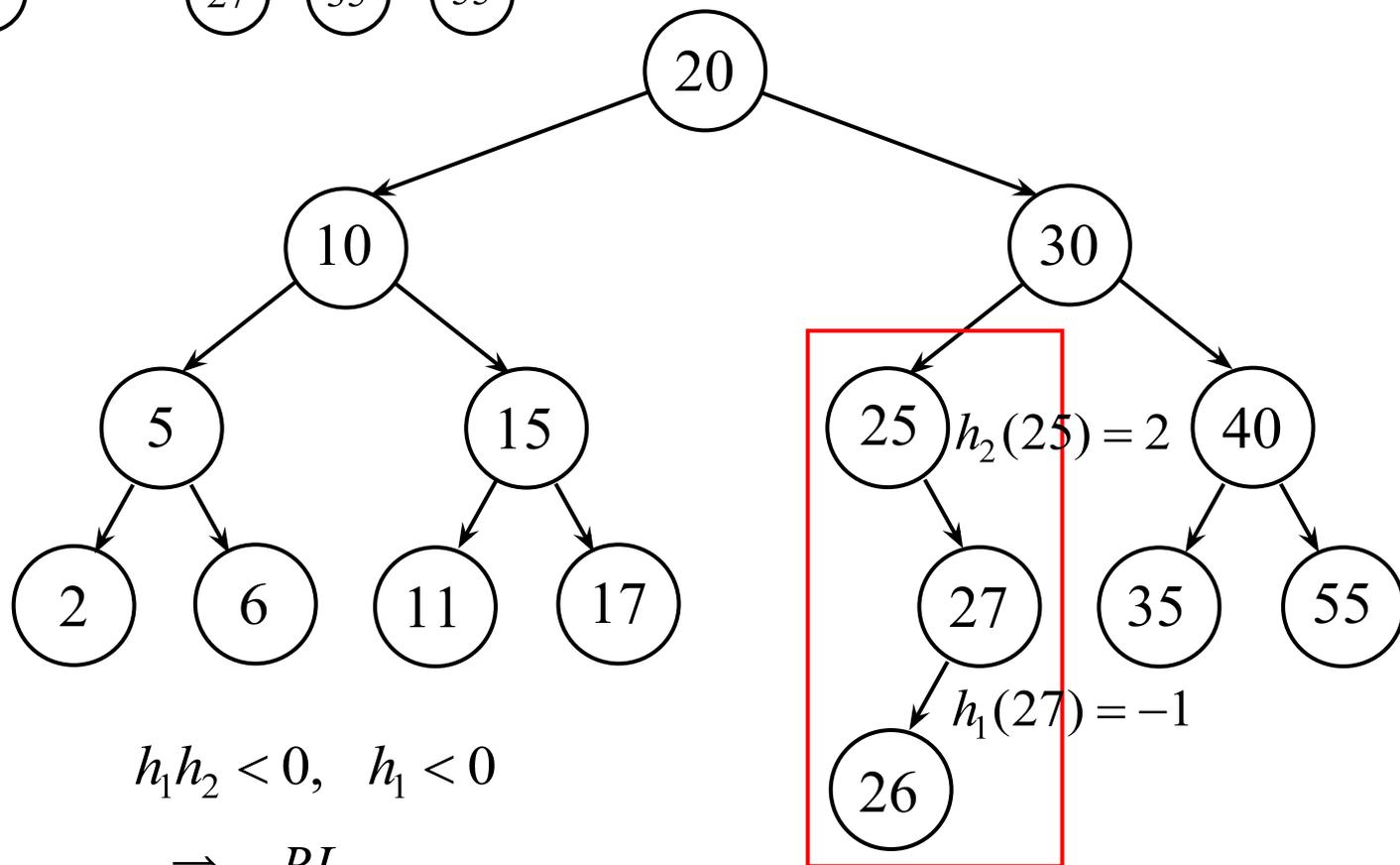


⇒ *балансировка не нужна*



{26}

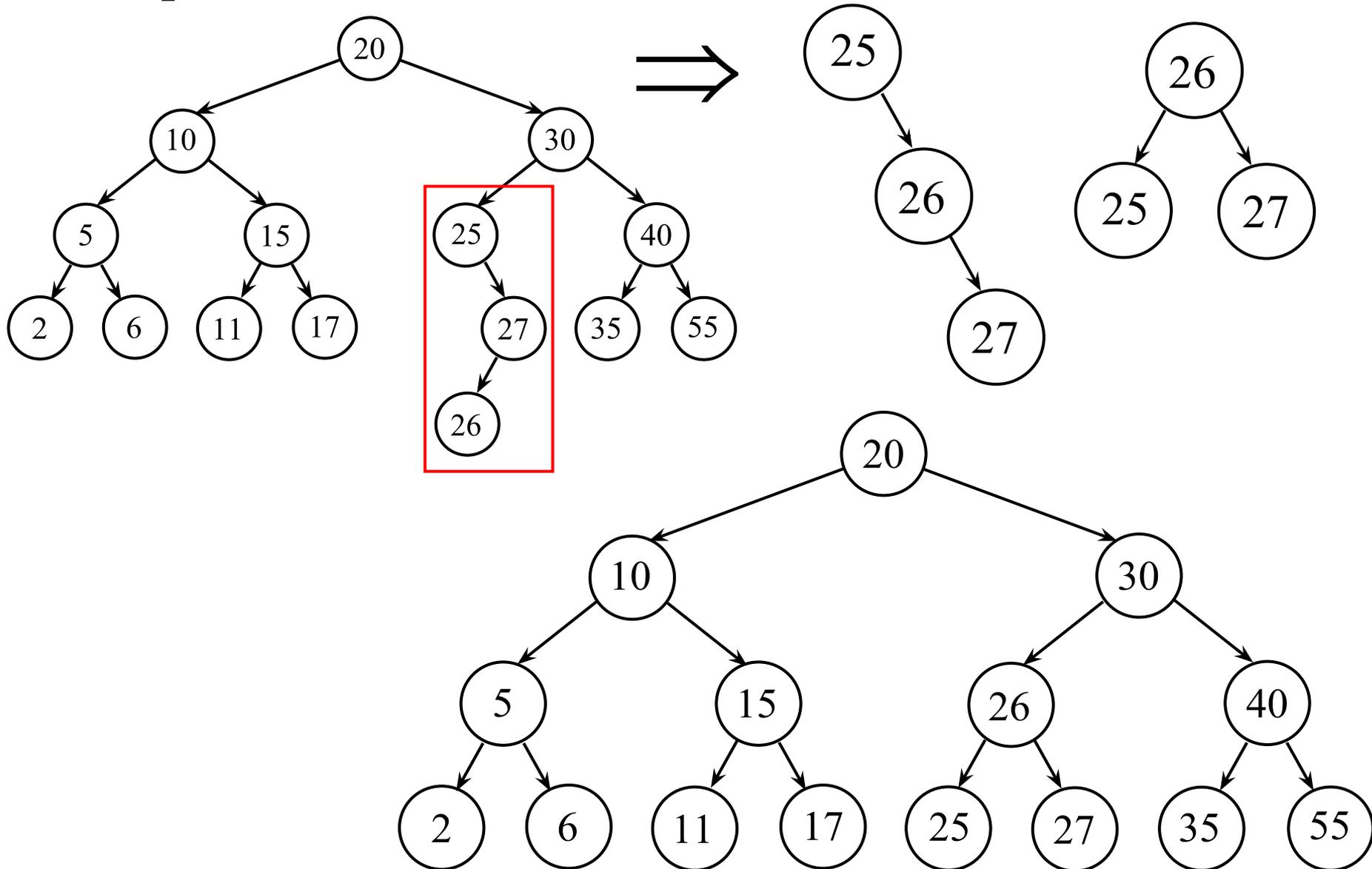
Шаг 14:



$$h_1 h_2 < 0, \quad h_1 < 0$$

$\Rightarrow RL$

Поворот RL:



Сбалансированное дерево поиска

