

1. Ток проводимости в металлах, его характеристики и условия существования.

- Электрический ток может быть распределен по сечению проводника неравномерно. Поэтому для детальной характеристики тока вводят **вектор плотности тока \vec{j}** .
- **Модуль плотности тока** численно равен заряду, переносимому через единичную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно направлению движения носителей, за единицу времени

$$|\vec{j}| = \frac{dQ}{dS \cdot dt} = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

1. Ток проводимости в металлах, его характеристики и условия существования.

- Если обозначить через \vec{u} скорость упорядоченного движения (скорость дрейфа) носителей зарядов, то

$$\vec{j} = q_+ n_+ \vec{u}_+ + q_- n_- \vec{u}_- = \rho_+ \vec{u}_+ + \rho_- \vec{u}_-,$$

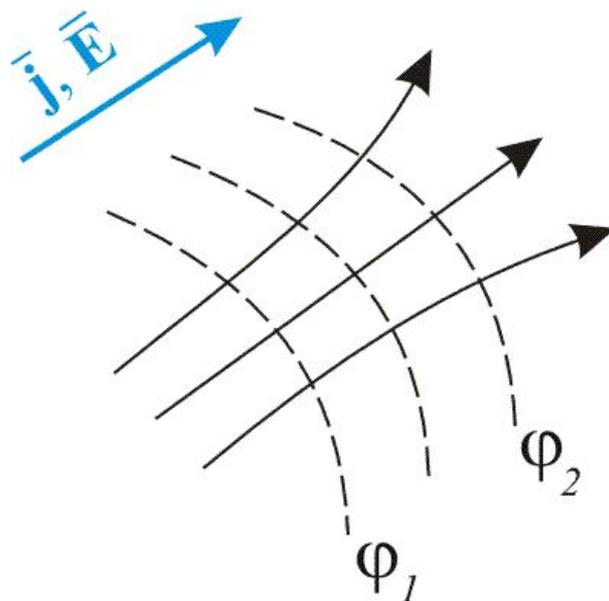
ρ_+, ρ_- - объемные плотности положительного и отрицательного зарядов.

- Плотность тока и сила тока связаны соотношением:

$$I = \int_{(S)} \vec{j} d\vec{S}$$

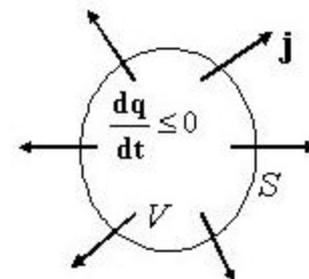
1. Ток проводимости в металлах, его характеристики и условия существования.

- Поле вектора \vec{j} можно изобразить графически с помощью **линий тока**, которые проводятся так же как и линии напряженности \vec{E} .



2. Уравнение неразрывности и условие существования постоянного тока

- Представим себе в некоторой проводящей среде, где течет ток, замкнутую поверхность S .



Для замкнутых поверхностей положительной нормалью считается внешняя нормаль, поэтому интеграл $\oint_S \vec{j} d\vec{S}$ представляет собой силу тока, проходящего через поверхность S , т. е. заряд, выходящий за единицу времени наружу из объема V , охваченного поверхностью S

2. Уравнение неразрывности и условие существования постоянного тока

- Из закона сохранения заряда следует, что этот интеграл равен убыли заряда в единицу времени внутри объема V .

Т.е.
$$\oint_{\partial V} \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dq}{dt}.$$

Данное равенство называется **уравнением неразрывности (непрерывности) для эл. тока.**

В случае стационарного тока

$$\oint_{\partial V} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0,$$

так как $\frac{dq}{dt} = 0.$

2. Уравнение неразрывности и условие существования постоянного тока

- Преобразуем уравнение: $\oint \vec{j} dS = -\frac{d}{dt} \int \rho dV$

$$\oint \vec{j} dS = -\int \frac{d\rho}{dt} dV \quad (*)$$

- Воспользовавшись *теоремой Остроградского – Гаусса*:

$$\oint_S j_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{j} dV$$

$\Downarrow (*)$

$$\int_V \operatorname{div} \vec{j} dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \Rightarrow \int_V (\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}) dV = 0 \quad (**)$$

2. Уравнение неразрывности и условие существования постоянного тока

$$(**) \Rightarrow \operatorname{div} j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \operatorname{div} j = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$



уравнение неразрывности

$$\nabla j = -\frac{d\rho}{dt}$$

- уравнение неразрывности для эл. тока в дифференциальной форме.

Для постоянного тока $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Rightarrow \nabla j = 0$ условие существования постоянного тока

2. Уравнение неразрывности и условие существования постоянного тока

- Уравнение $\nabla \cdot \vec{j} = 0$ означает, что в случае постоянного тока поле вектора \vec{j} не имеет источников: **линии тока** нигде не начинаются и нигде не заканчиваются, т. е. они **замкнуты**.

Дивергенция ?

- **Дивергенция** — это линейный дифференциальный оператор на векторном поле, характеризующий поток данного поля через поверхность достаточно малой (в условиях конкретной задачи) окрестности каждой внутренней точки области определения поля.
- С точки зрения физики **дивергенция векторного поля** является показателем того, в какой степени данная точка пространства (точнее достаточно малая окрестность точки) является источником или стоком этого поля:
- $F > 0$ – точка поля является источником; $F < 0$ – точка поля является стоком; $F = 0$ – стоков и источников нет, либо они компенсируют друг друга.
- Простым схематическим примером может служить озеро (для простоты – постоянной единичной глубины со всюду горизонтальной скоростью течения воды, не зависящей от глубины, давая, таким образом, двумерное векторное поле на двумерном пространстве). В такой модели родники, бьющие из дна озера будут давать положительную дивергенцию поля скоростей течения, а подводные стоки (пещеры, куда вода утекает) – отрицательную дивергенцию.