

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

**«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ**

**при ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
НОВГОРОДСКИЙ ФИЛИАЛ**

Презентация

По курсу: «Методы оптимальных решений»

**Выполнили: 1. Степанова Мария
2. Маракова Татьяна
3. Гоов Юлия
4. Сарандаева Валерия
5. Мотина Ольга
6. Иванык Наталья**

Группа: 03-11НЭО

Цель и задачи

Цель – совершенствование теоретических знаний и практических навыков в области решения задач методами оптимальных решений

Задачи исследования:

1. Осуществить теоретический анализ информации для подготовки контрольной работы.
2. Произвести табличное и математическое описание задач.
3. Сформулировать выводы по результатам проделанной работы.

Задача № 1

Условие

Завод выпускает два вида строительных материалов: жидкое стекло и пенопласт. Трудозатраты на производство 1 т. стекла – 20 ч., пенопласта – 10ч. На заводе работает 10 рабочих по 40 часов в неделю. Оборудование позволяет производить не более 15 т. стекла и 30 т. пенопласта в неделю. Прибыль от реализации 1 т. стекла – 50 руб., 1 т. пенопласта – 40 руб. Сколько материалов каждого вида необходимо произвести для того, чтобы получить максимальную прибыль.

Описание:

Показатель	Стекло	Пенопласт	
Трудозатраты на 1т.	20 ч.	10 ч.	400
Прибыль, 1 т.	50 руб.	40 руб.	
Ограничение по производству, 1 нед.	15 т.	30 т.	45

-объем производства (т.), проданных товаров А и В соответственно.

-Пусть стекла надо произвести x_1 тонн, пенопласта – x_2 тонн. Тогда трудозатраты на производство стекла $20x_1$, пенопласта – $10x_2$.

Всего затрат: $20x_1 + 10x_2 \leq 400$

$$x_1 \leq 15$$

$$x_2 \leq 30$$

Уравнение целевой функции: $F = 50 \times x_1 + 40 \times x_2 \rightarrow \max$

Система ограничений:
$$\begin{cases} 20 \times x_1 + 10 \times x_2 \leq 10 \times 40 \\ x_1 \leq 15 \\ x_2 \leq 30, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задача № 2

Условие

Предприятие располагает ресурсами сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Запас сырья составляет 120 т., трудозатрат – 400 часов. На единицу первого продукта необходимо затратить 3 т. сырья, на единицу второго – 5 т. На единицу первого продукта тратится 14 ч., второго – 12 ч. Прибыль от реализации единицы первого продукта равна 30 тыс./т., второго продукта – 35 тыс./т. Чему равна максимальная прибыль

Описание:

Показатель	Продукт А	Продукт В	
Сырье, т.	3	5	120
Финансы, руб..	30	35	
Время, ч.	14	12	400

x_1, x_2 - продукты А и В соответственно.

Ограничение модели:

$$\begin{cases} 3 \times x_1 + 5 \times x_2 \leq 120 & \text{- потратили сырья} \\ 14 \times x_1 + 12 \times x_2 \leq 400 & \text{- затраты рабочей силы} \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Целевая функция : $L(x_1, x_2) = 30 x_1 + 35 x_2 \rightarrow \max$

Задача № 3

Условие

Предприятие производит продукцию двух видов, используя для этого ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица A и вектор ресурсов b . Элемент технологической матрицы $a_{i,j}$ соответствует ресурсу i , необходимому для производства единицы продукта j .

Технологическая матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ вектор $b = \begin{pmatrix} 90 \\ 50 \\ 80 \end{pmatrix}$

Описание:

Матрица продукции двух видов $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

$$A * X = b$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 = 90 \\ x_1 + x_2 = 50 \\ 2x_1 + 0x_2 = 80 \end{cases}$$

Эта задача отличается от всех остальных.

Поэтому здесь нет таблицы и целевой функции.

Задача № 4

Условие

Предприятие имеет ресурсы А и В в количестве 240 и 120 единиц соответственно. Ресурсы используются при выпуске двух видов изделий, причем расход на изготовление одного изделия первого вида составляет 3 единицы ресурса А и две единицы ресурса В, на изготовление одного изделия второго вида – 2 единицы ресурса А и 2 единицы ресурса В. Прибыль от реализации одного изделия первого вида – 20 р. , второго вида – 30 р. Ресурс В должен быть использован полностью, изделий первого вида надо выпустить не менее, чем изделий второго вида.

Описание:

Показатель	Изделие 1	Изделие 2	Запасы
Ресурс А	3	2	240
Ресурс В	2	2	120
Прибыль, руб.	20	30	

Пусть изделие 1 – x_1 единиц

изделие 2 – x_2 единиц

Израсходовано ресурса А: $3x_1 + 2x_2 \leq 240$

В: $2x_1 + 2x_2 = 120$

Целевая функция: $L = 20x_1 + 30x_2 \rightarrow \max$ функция прибыли

Ограничение модели:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 240 \\ x_1 + x_2 = 60 \\ x_1 \geq x_2, \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задача № 5

Условие

Компания, занимающаяся добычей руды, имеет четыре карьера. Производительность карьеров соответственно 170, 130, 190, 200 тыс. т. ежемесячно. Руда направляется на три обогатительные фабрики, мощности которых соответственно 250, 150, 270 тыс. т. в месяц. Транспортные затраты на перевозку 1тыс. т. руды с карьеров на фабрики заданы таблично. Сформировать таблицу транспортных затрат самостоятельно. Составить математическую модель задачи.

Описание:

Карьеры	Фабрики				Производительность карьеров
	Ф1	Ф2	Ф3	Ф4	
А	1	2	3	0	170
В	2	3	1	0	130
С	3	1	2	0	190
Д	1	3	2	0	200
Мощность	250	150	270	20	

$$170+130+190+200=690$$

$$250+150+270=670$$

$$690-670=20$$

Задача открытая, поэтому вводим дополнительно фабрику Ф4 с тарифами равными 0.

Ведём матрицу перевозок

Матрица C стоимостей

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

Целевая функция: $L = x_{11} + 2x_{12} + 3x_{13} + 2x_{21} + 3x_{22} + x_{23} + 3x_{31} + x_{32} + 2x_{33} + x_{41} + 3x_{42} + 2x_{43} \rightarrow \max$

Составим систему ограничений задачи

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 170$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 130$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 190$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 200 \quad \text{Это означает, что запасы A, B, C, D вывозятся полностью.}$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 250$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 150 \quad \text{Система ограничений}$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 270$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 20 \quad \text{Это означает, что потребности фабрик выполнены.}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad j = 1, 2, 3, 4$$

Задача № 6

Условие

На предприятии имеется три группы станков, каждая из которых может выполнять пять операций по обработке деталей (операции могут выполняться в любом порядке). Максимальное время работы каждой группы станков равно 100, 250, 180 ч. соответственно. Время выполнения каждой операции составляет 100, 120, 70, 110, 130 ч. соответственно. Производительность каждой группы станков задается матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 10 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 12 & 10 \end{pmatrix}$$

Описание:

№ станка	Операции					Макс. время работы
	1	2	3	4	5	
1	3	5	11	10	5	100
2	5	10	15	3	2	250
3	4	8	6	12	10	180
Время выполнения операции	100	120	70	110	130	

$$100+250+180=530$$

$$100+120+70+110+130=530$$

Задача закрытая, число запасов и потребностей одинаковые.

Матрица числа операций

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} & x_{15} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} & x_{25} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} & x_{35} \end{bmatrix}$$

Матрица стоимостей

$$c = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 11 & 10 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 12 & 10 \end{bmatrix}$$

Целевая функция: L

$$= 3x_{11} + 5x_{12} + 11x_{13} + 10x_{14} + 5x_{15} + 5x_{21} + 10x_{22} + 15x_{23} + 3x_{24} + 2x_{25} + 4x_{31} + 8x_{32} + 6x_{33} + 12x_{34} + 10x_{35} \rightarrow \max$$

Система ограничений:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ станок} \\ 2 \text{ станок} \\ 3 \text{ станок} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 250 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 180 \end{array} \right.$$

Число часов на операции, стоящих в i -той строке равно максимальному времени работы i -того станка.

$$\begin{array}{l} 1 \text{ операция} \\ 2 \text{ операция} \\ 3 \text{ операция} \\ 4 \text{ операция} \\ 5 \text{ операция} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 100 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 120 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 70 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 110 \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} = 130 \\ x_{ij} \geq 0 \end{array} \right.$$

Суммы часов j -той операции должны равняться времени выполнения этой операции.

$$i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2, 3, 4, 5$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!