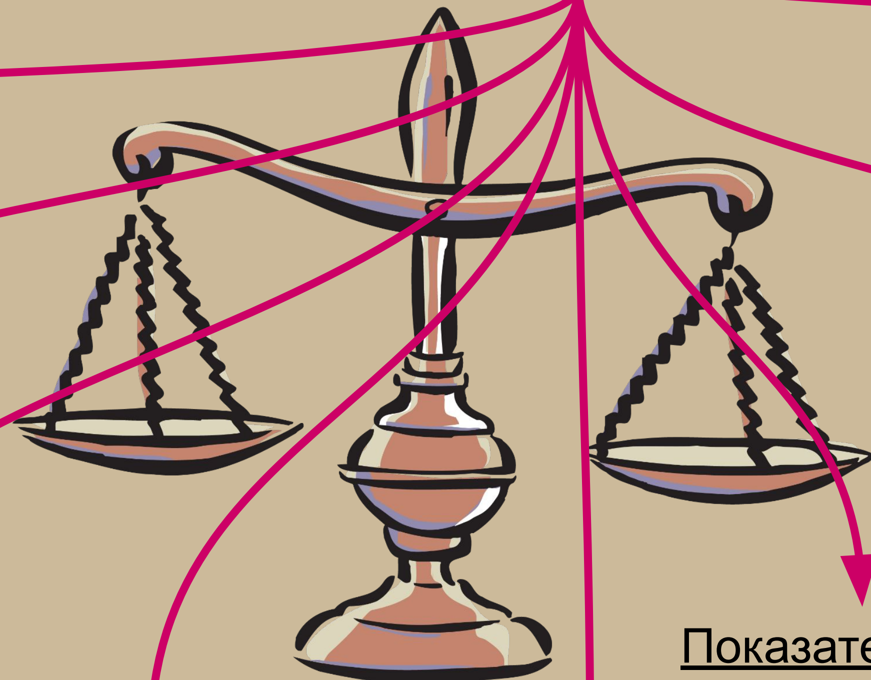
Мастер-Класс по Математике «НЕравенства»



Рациональные

Иррациональные

С модулем

Логарифмические ✓

Смешанные

Показательные ✓

С логарифмами по переменному основанию

ШКОЛА
КВЕНТИН

Логарифмические неравенства

$$\frac{\log_3(9x)-13}{(\log_3 x)^2-\log_3 x^4}\le 1$$

$$\log_a b+\log_a c=\log_a bc$$

$$\frac{\log_3 9+\log_3 x-13}{(\log_3 x)^2-4\log_3 x}\le 1$$

$$\frac{\log_3 x-11}{(log_3 x)^2-4\,log_3 x}\le 1$$

$$\log_3 x=a$$

ОДЗ:

$x>0$

$(\log_3 x)^2-\log_3 x^4\ne 0$

$(\log_3 x)^2-4\log_3 x\ne 0,$

$\log_a b^k=k\log_a b$

$$\frac{a-11}{a^2-4a}\le 1$$

$\log_3 x(\log_3 x-4)\ne 0$

$x\ne 1$

$\log_3 x\ne 4$

$x\ne 3^4\ne 81$

ШКОЛА КВЕНТИН

$$\frac{a-11}{a^2-4a} \le 1$$

$$\frac{a-11}{a(a-4)} - 1 \le 0$$

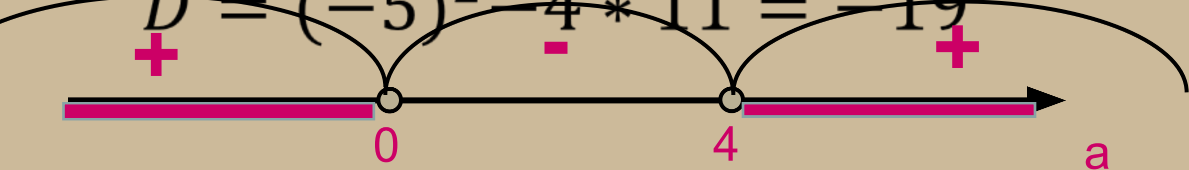
$$\frac{-a^2+5a-11}{a(a-4)} \le 0$$

$$\frac{a^2-5a+11}{a(a-4)} \ge 0$$

a

$$a^2-5a+11=0$$

$$D=(-5)^2-4*11=-19$$



$$\left[\begin{array}{l} a<0 \\ a>4 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \log_3 x<0 \\ \log_3 x>4 \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_3 x<\log_3 1 \\ \log_3 x>\log_3 81 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>81 \end{array}\right.$$

$$\log_a b = c, a^c = b$$

Ответ: x∈ (0;1)U(81;+∞)

Показательные неравенства

$$\frac{6*9^{x-1}-10}{81^{x-\frac{1}{2}}-9} \leq 1$$

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$\frac{\frac{2}{3}(a-15)}{\frac{1}{9}(a^2-81)} \leq 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{6(a-15)}{a^2-81} - 1 \leq 0$$

$$\frac{6 \cdot 9^x \cdot \frac{1}{9} - 10}{81^x \cdot \frac{1}{9} - 9} \leq 1$$

$$\frac{6a-90-a^2+81}{a^2-81} \leq 0$$

$$9^x = a$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\frac{\frac{2}{3}a-10}{\frac{1}{9}a^2-9} \leq 1$$

$$\frac{-a^2+6a-9}{(a-9)(a+9)} \leq 0$$

$$\frac{a^2-6a+9}{(a-9)(a+9)} \geq 0$$

$$\frac{a^2-6a+9}{(a-9)(a+9)} \geq 0$$

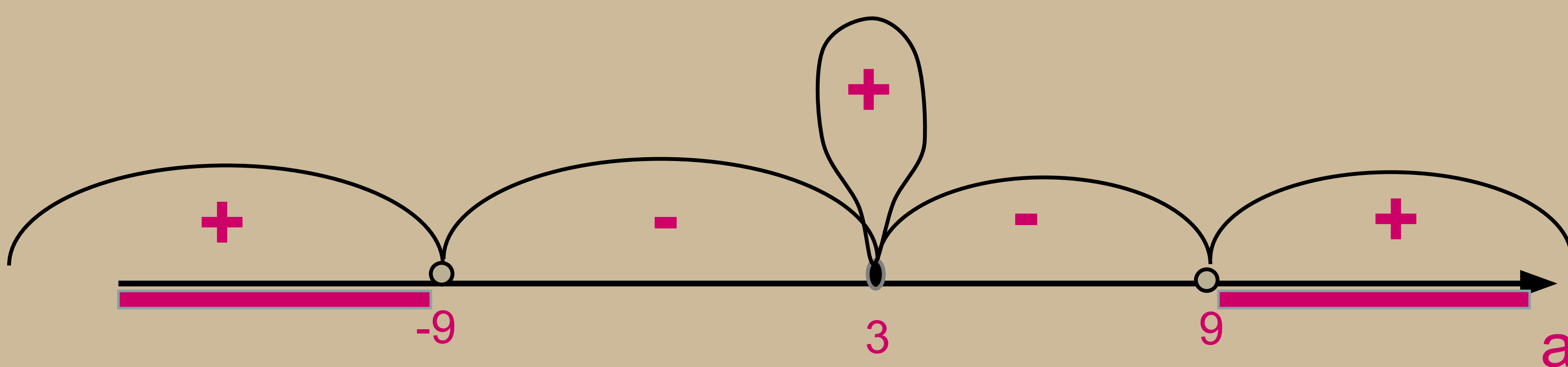
$$a^2-6a+9=0$$

$$D=(-6)^2-4*9=0$$

$$\frac{(a-3)^2}{(a-9)(a+9)} \geq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a=3 \\ a<-9 \\ a>9 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 9^x=3 \\ 9^x<-9 \\ 9^x>9 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ \varnothing \\ x>1 \end{array}\right.$$

Ответ: $\left\{\frac{1}{2}\right\} \cup (1;\infty)$



Как решать финансовые задачи

или «Финансовая математика»

Виды задач

- Банки, вклады, кредиты
- Оптимальный выбор

ШКОЛА КВЕНТИН

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 57,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

= ?

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 57,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

S – сумма кредита

x_n – выплаты

k = 1,03

x_5 = 57500

1. $9/9 \cdot S \cdot k - x_1 = 8/9 \cdot S$
2. $8/9 \cdot S \cdot k - x_2 = 7/9 \cdot S$

8. $2/9 \cdot S \cdot k - x_8 = 1/9 \cdot S$
9. $1/9 \cdot S \cdot k - x_9 = 0$

15 января планируется взять кредит в банке на 9 месяцев. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что на пятый месяц кредитования нужно выплатить 57,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение всего срока кредитования?

$$
+\left\{
\begin{array}{ll}
1. & 9/9 \cdot S \cdot k - x_1 = 8/9 \cdot S \\
2. & 8/9 \cdot S \cdot k - x_2 = 7/9 \cdot S \\
3. & 7/9 \cdot S \cdot k - x_3 = 6/9 \cdot S \\
4. & 6/9 \cdot S \cdot k - x_4 = 5/9 \cdot S \\
5. & 5/9 \cdot S \cdot k - x_5 = 4/9 \cdot S \\
6. & 4/9 \cdot S \cdot k - x_6 = 3/9 \cdot S \\
7. & 3/9 \cdot S \cdot k - x_7 = 2/9 \cdot S \\
8. & 2/9 \cdot S \cdot k - x_8 = 1/9 \cdot S \\
9. & 1/9 \cdot S \cdot k - x_9 = 0
\end{array}
\right.
$$

$S = 450000$

$k = 1{,}03$

$x_1 + x_2 + \ldots + x_8 + x_9 = Z$ (сумма выплат)

$9/9 + 8/9 + 7/9 + \ldots + 2/9 + 1/9 = 45/9 = 5$

$8/9 + 7/9 + \ldots + 2/9 + 1/9 = 36/9 = 4$

$$5 \cdot S \cdot k - Z = 4 \cdot S$$

В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи *x* кг алюминия в день требуется человеко-часов труда, а для добычи *y* кг никеля в день требуется человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

1. а) x *(кг алюминия)*

б) 20-x *(кг никеля)*

x*(рабочих)* **· 10***ч* **· 0,1***кг/ч* **= x**

2. а) $\sqrt{10y}$ *(кг алюминия)*

б) $\sqrt{10\cdot(20-y)}$ *(кг никеля)*

$y^2 \to y$

$y \to \sqrt{y}$

ШКОЛА КВЕНТИН

В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи *x* кг алюминия в день требуется человеко-часов труда, а для добычи *y* кг никеля в день требуется человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

1. а) $\boxed{x}$ (*кг алюминия*)

   б) $\boxed{20-x}$ (*кг никеля*)

$$\frac{\boxed{x+\sqrt{10y}}}{\boxed{20-x+\sqrt{10\cdot(20-y)}}}=\boxed{\frac{3}{1}}$$

2. а) $\boxed{\sqrt{10y}}$ (*кг алюминия*)

   б) $\boxed{\sqrt{10\cdot(20-y)}}$ (*кг никеля*)

ШКОЛА КВЕНТИН

В двух областях есть по 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи *x* кг алюминия в день требуется человеко-часов труда, а для добычи *y* кг никеля в день требуется человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 3 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

$$\frac{x+\sqrt{10y}}{20-x+\sqrt{10\cdot(20-y)}}=\frac{3}{1}$$

1. а) x *(кг алюминия)*

   б) 20-x *(кг никеля)*

2. а) $\sqrt{10y}$ *(кг алюминия)*

   б) $\sqrt{10\cdot(20-y)}$ *(кг никеля)*

$$\begin{cases} 1.\ а)\ x\ (кг\ алюминия) \\ \quad б)\ 20-x\ (кг\ никеля) \\ + \\ 2.\ а)\ \sqrt{10y}\ (кг\ алюминия) \\ \quad б)\ \sqrt{10\cdot(20-y)}\ (кг\ никеля) \end{cases}$$

$$\frac{x+\sqrt{10y}}{20-x+\sqrt{10\cdot(20-y)}} = \frac{3}{1}$$

$$f(y) = \boxed{20} + \boxed{\sqrt{10y} + \sqrt{10\cdot(20-y)}}$$

Найдём точку максимума функции

$$f'(y) = \frac{5}{\sqrt{10y}} - \frac{5}{\sqrt{200-10y}}$$

$$f'(y) = \frac{5(\sqrt{200-10y} - \sqrt{10y})}{\sqrt{200-10y}}$$

$f'(y) = 0$

$$\frac{5(\sqrt{200-10y} - \sqrt{10y})}{\sqrt{200-10y}} = 0$$

$$y \neq 20$$

$$\sqrt{200 - 10y} - \sqrt{10y} = 0$$

$$\sqrt{200 - 10y} = \sqrt{10y} \mid \hat{}^2$$

$$200 - 10y = 10y$$

$y = 10$

ШКОЛА КВЕНТИН

1. а) x *(кг алюминия)*

б) $20-x$ *(кг никеля)*

$$\frac{x+\sqrt{10y}}{20-x+\sqrt{10\cdot(20-y)}} = \frac{3}{1}$$

2. а) $\sqrt{10y}$ *(кг алюминия)*

б) $\sqrt{10\cdot(20-y)}$ *(кг никеля)*

$$\frac{x+10}{20-x+10} = \frac{3}{1}$$

$x + 10 = -3x + 90$

$4x = 80$

x = 20

m(алюминия) = $x + \sqrt{10y} = 30$ кг

m(никеля) = $20 - x + \sqrt{10\cdot(20-y)} = 10$ кг

y = 10

m = 30 + 10 = 40 *кг*

ШКОЛА КВЕНТИН