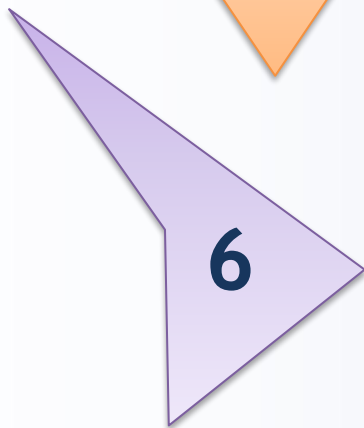


# ГЕОМЕТРИЯ 9 КЛАСС ВВОДНОЕ ПОВТОРЕНИЕ

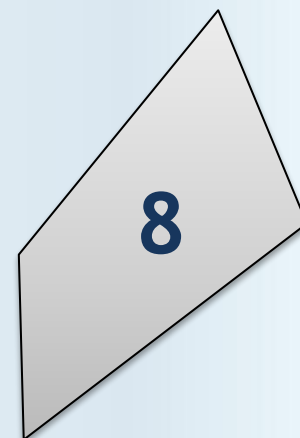
# Четырёхугольник

Четырёхугольники бывают **выпуклые** и **невыпуклые**



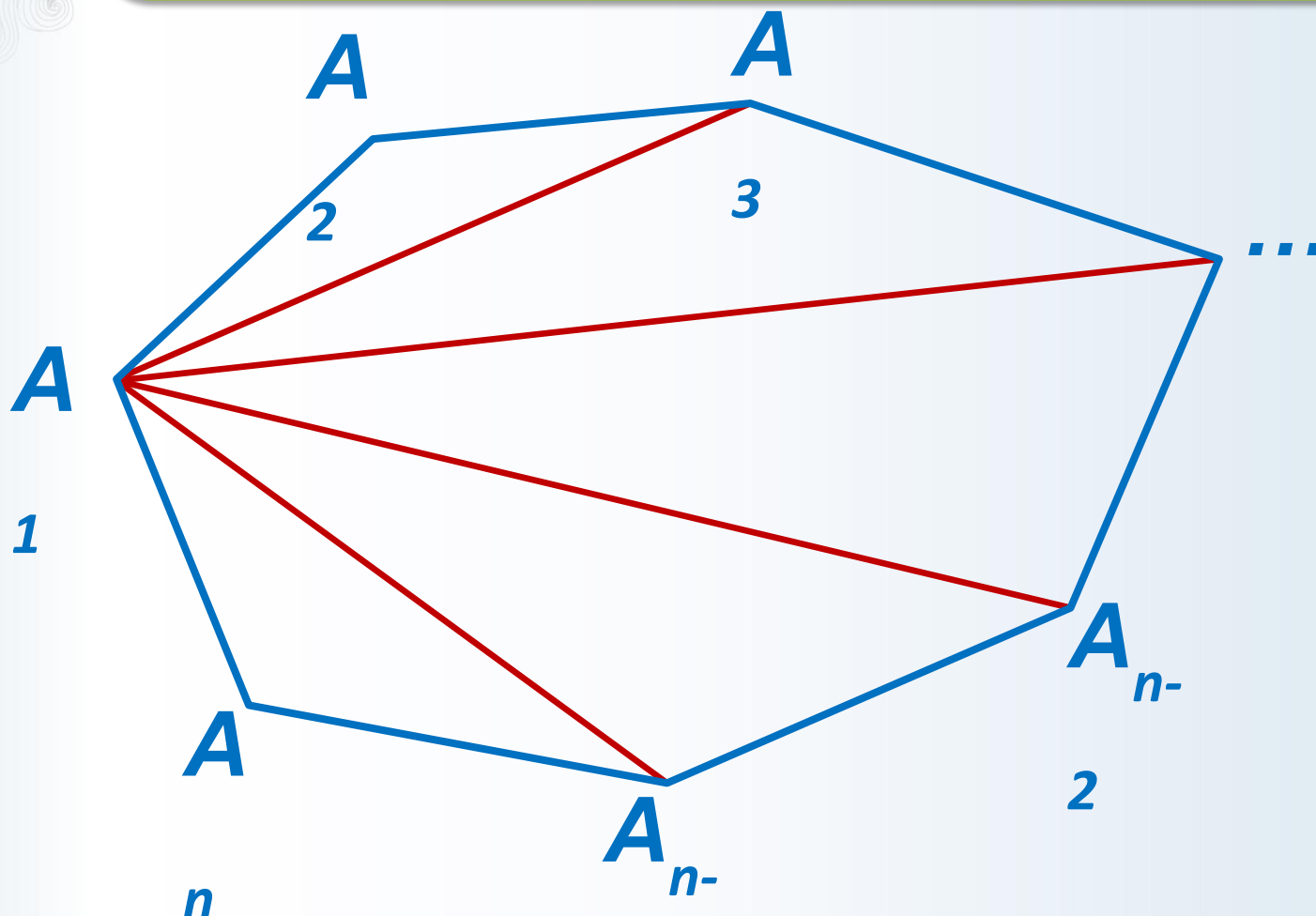
# Четырёхугольник

## Выпуклые четырёхугольники



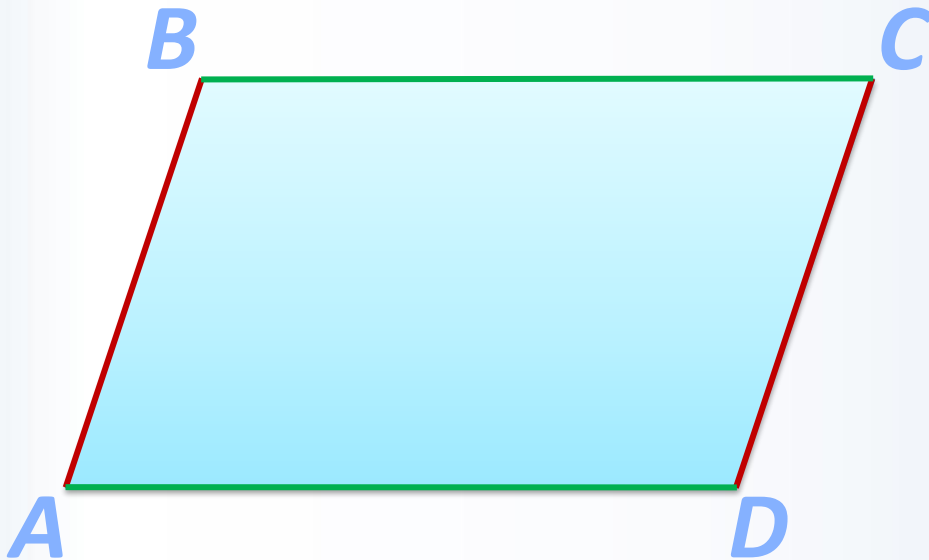
# Выпуклый многоугольник

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника  
равна  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .



# Параллелограмм

**Параллелограммом** называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны



$$AB \parallel CD; BC \parallel AD$$

# Свойства параллелограмма

1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.



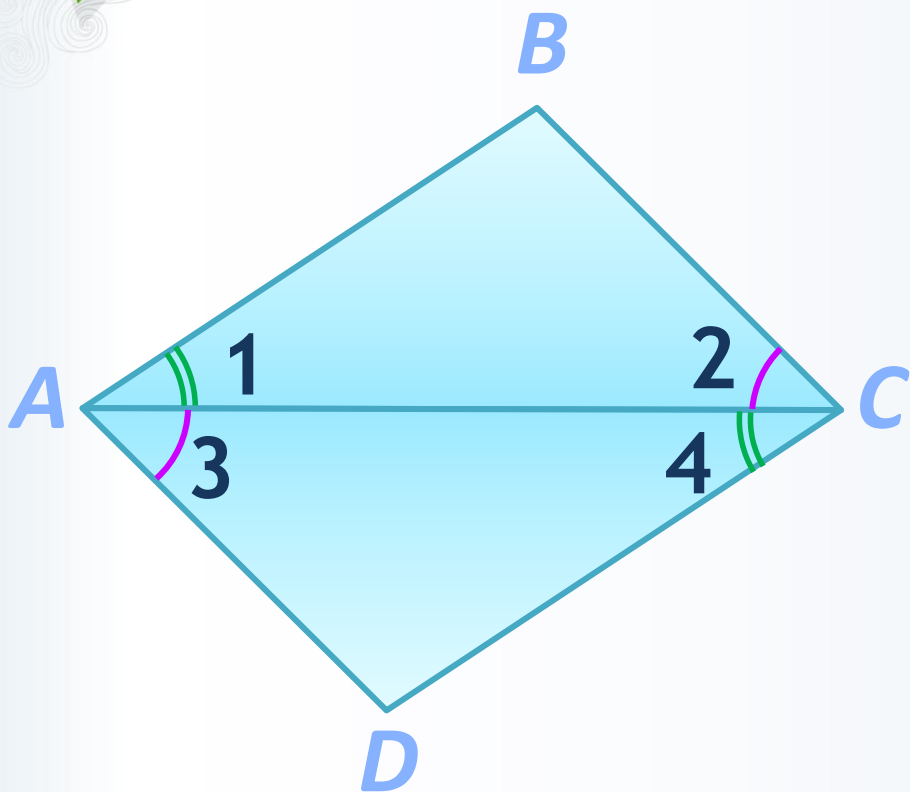
# Признаки параллелограмма

1) Если в четырёхугольнике две стороны равны и параллельны, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

2) Если в четырёхугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

3) Если в четырёхугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырёхугольник – **параллелограмм**.

# Решите задачу №1



Дано:

$ABCD$  - четырёхугольник

$$\angle 1 = \angle 4; \quad \angle 2 = \angle 3$$

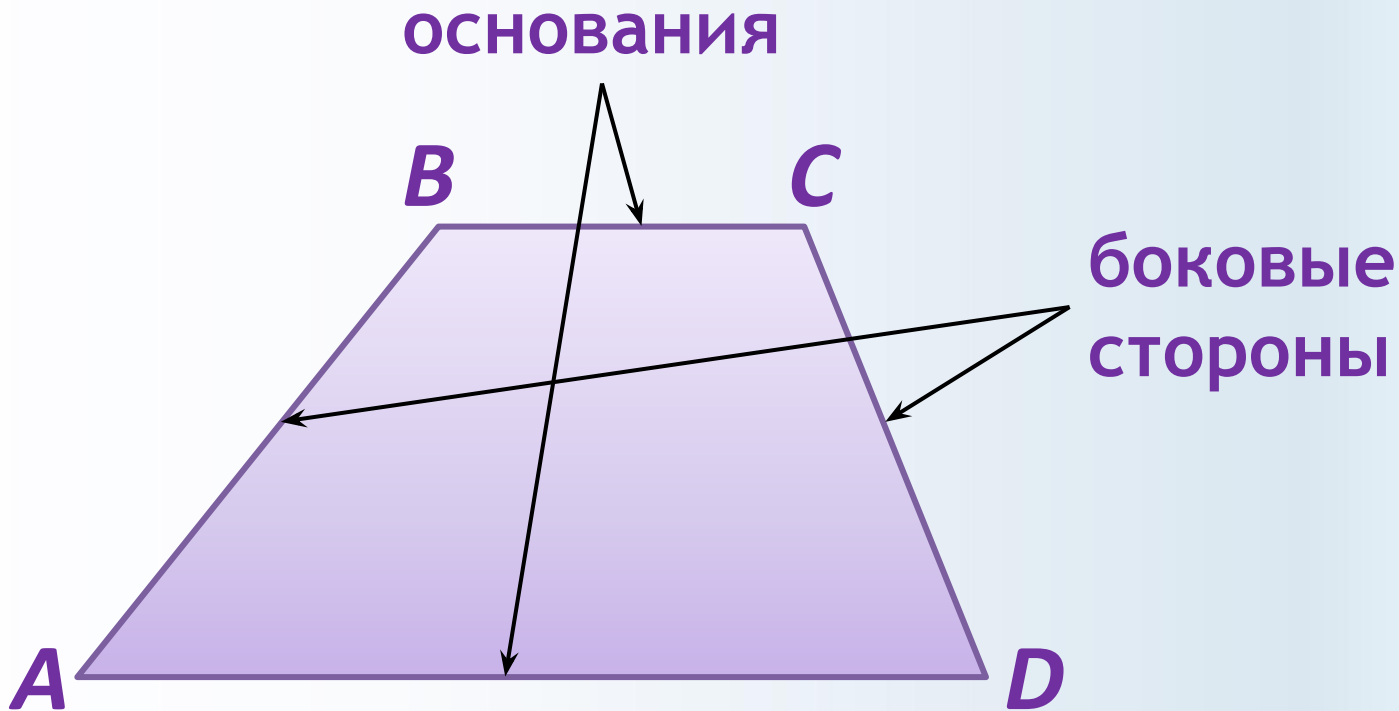
Доказать:

$ABCD$  - параллелограмм



# Трапеция

**Трапецией** называется четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

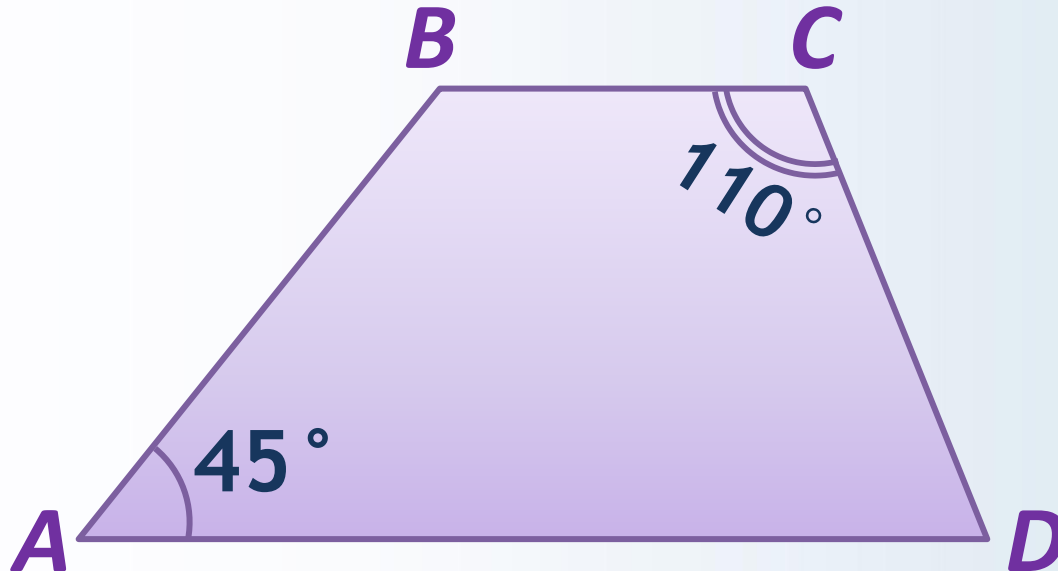


# Виды трапеций



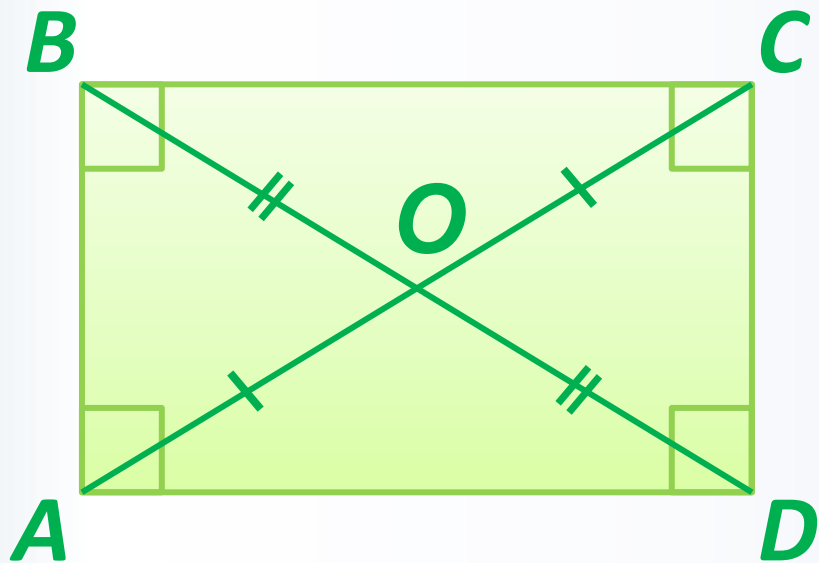
# Решите задачу №2

Найдите углы трапеции.



# Прямоугольник

**Прямоугольником** называется параллелограмм, у которого все углы прямые



$$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$$

$$AB \parallel CD; \quad BC \parallel AD$$

$$AB = CD; \quad BC = AD$$

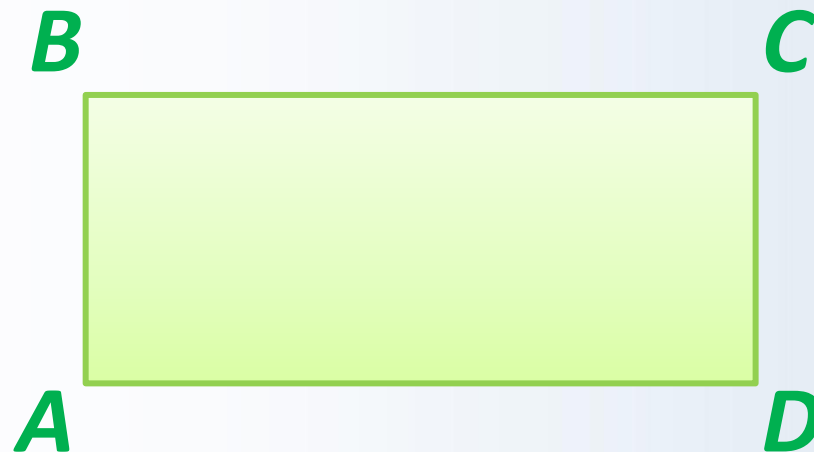
$$AO = OC; \quad BO = OD$$

# Свойства прямоугольника

Диагонали прямоугольника **равны**

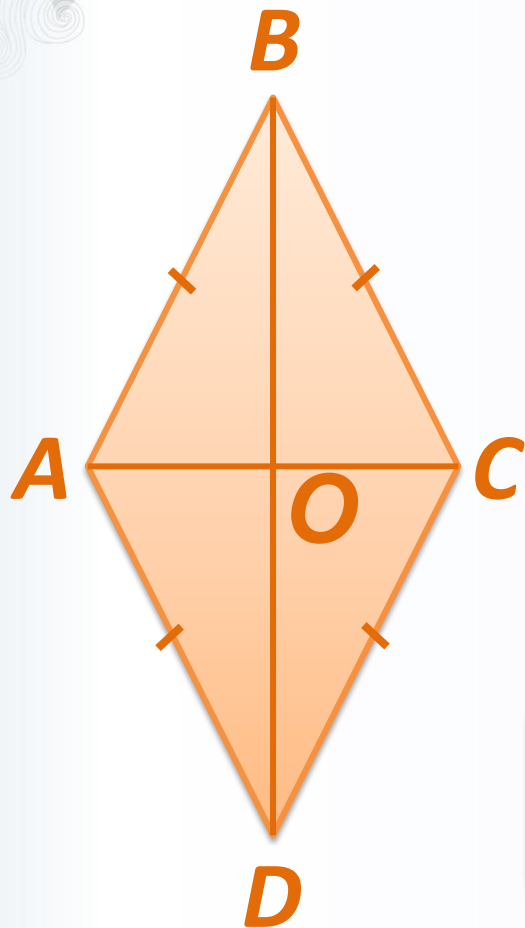
## Признак прямоугольника

Если в параллелограмме диагонали равны, то этот параллелограмм - **прямоугольник**



# Ромб

**Ромбом** называется параллелограмм, у которого все стороны равны.



$$AB = BC = CD = AD$$

$$AB \parallel CD; BC \parallel$$

$$AD$$

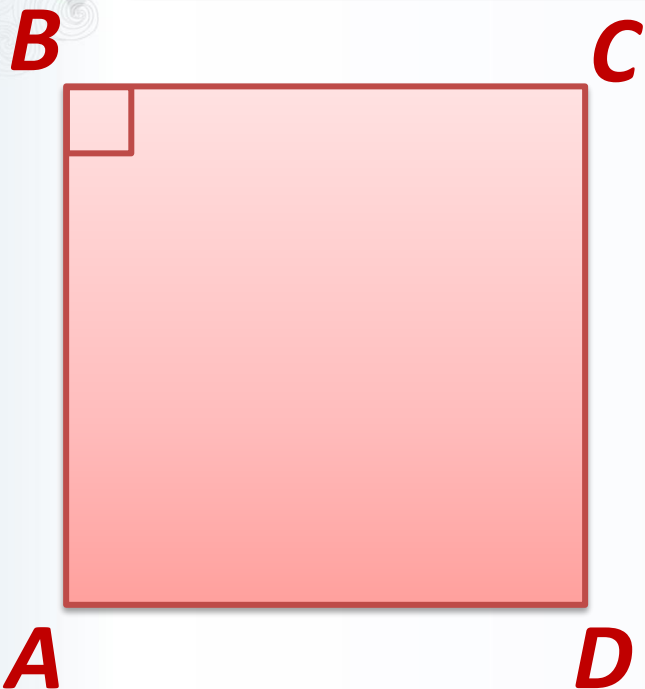
$$AO = OC; BO = OD$$

## Свойства ромба

Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.

# Квадрат

**Квадратом** называется прямоугольник, у которого все стороны равны.



$$AB = BC = CD = AD$$

$$AB \parallel CD; BC \parallel$$

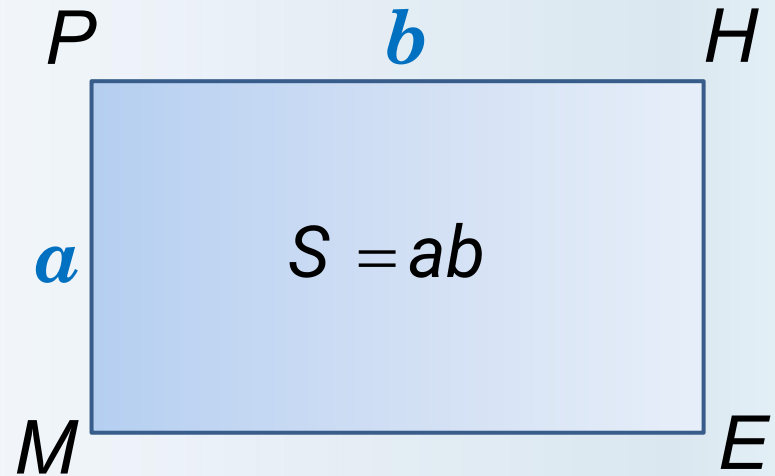
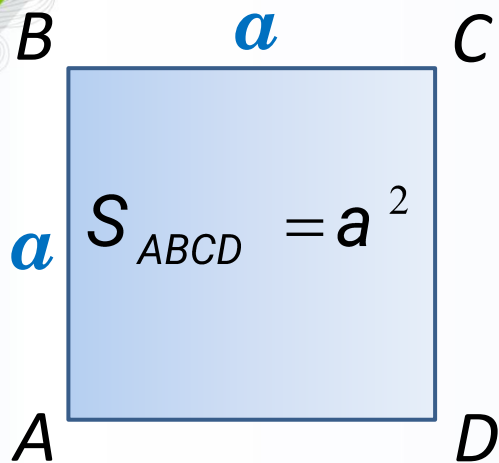
$AD$

## Свойства квадрата

- 1) Все углы квадрата прямые.
- 2) Диагонали квадрата равны.
- 3) Диагонали взаимно перпендикулярны.

# Площадь квадрата, прямоугольника

Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

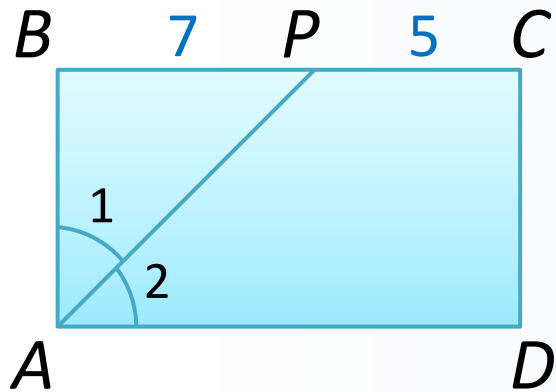


## **Теорема**

Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.



# Решите задачу №3



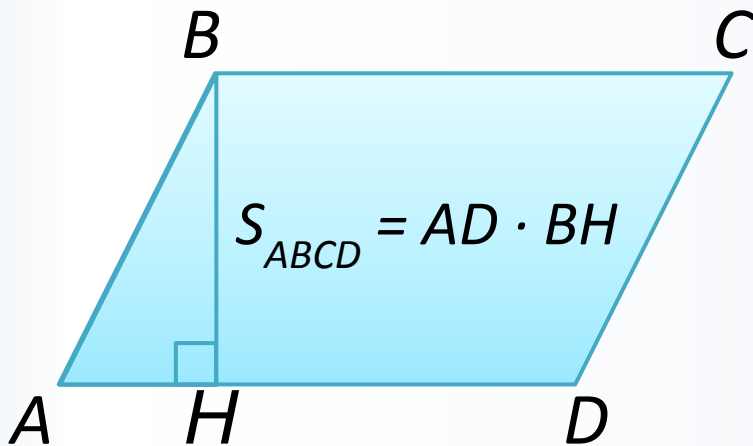
Дано:  $ABCD$  - прямоугольник  
 $\angle 1 = \angle 2$ ,  $BP = 7$ ,  $PC = 5$

Найти:  $S_{ABCD}$

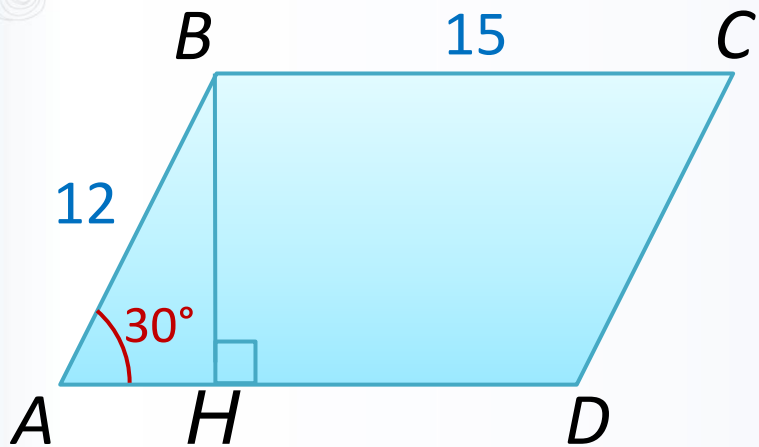
# Площадь параллелограмма

## Теорема

Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



# Решите задачу №4

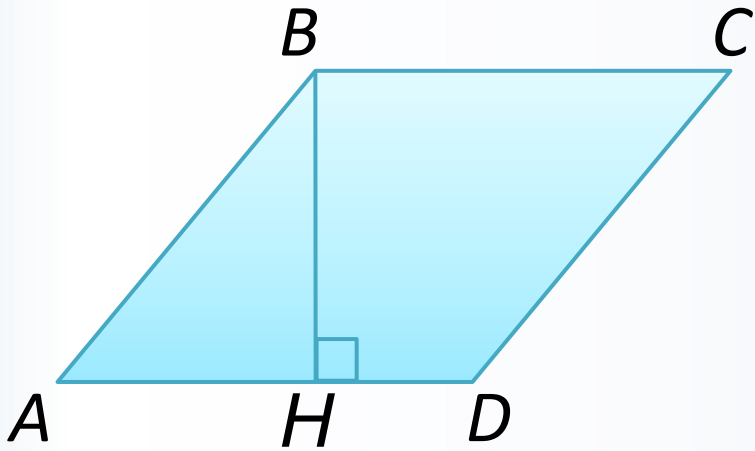


Дано:  $ABCD$  - параллелограмм  
 $\angle A = 30^\circ$ ,  $BC = 15$ ,  $AB = 12$

Найти:  $S_{ABCD}$

# Решите задачу №5

Площадь ромба равна 27, а периметр равен 36.  
Найдите высоту ромба.



*Дано:  $ABCD$  – ромб*

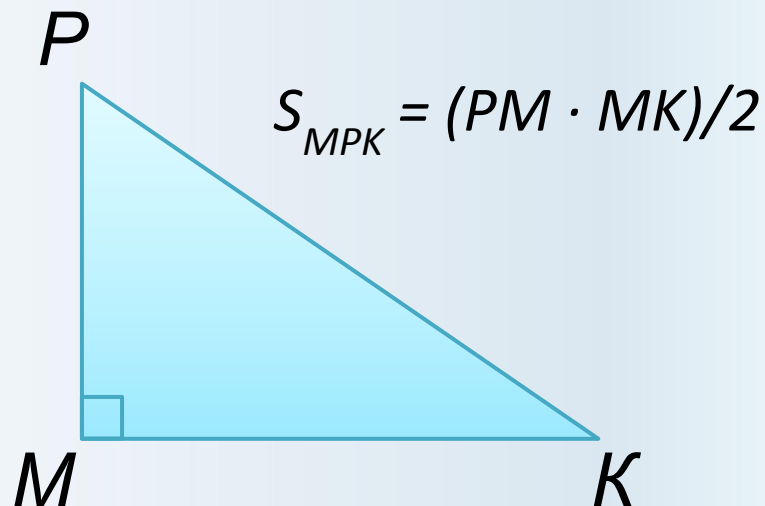
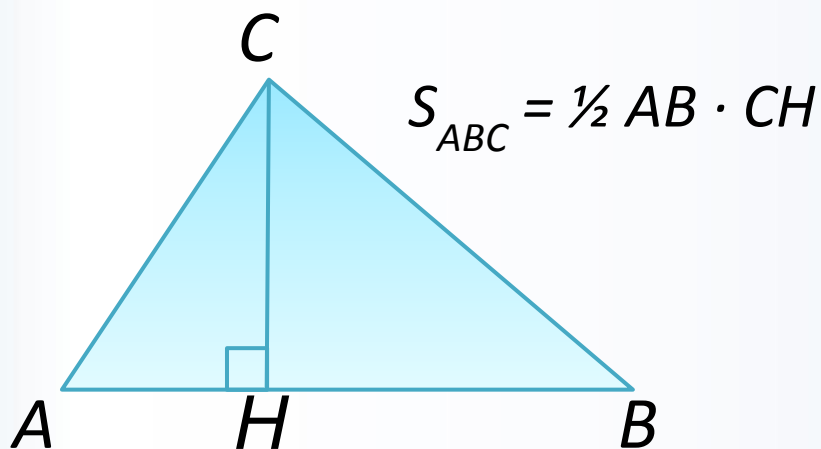
$$S_{ABCD} = 27, P = 36$$

*Найти:  $BH$ .*

# Площадь треугольника

## Теорема

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.



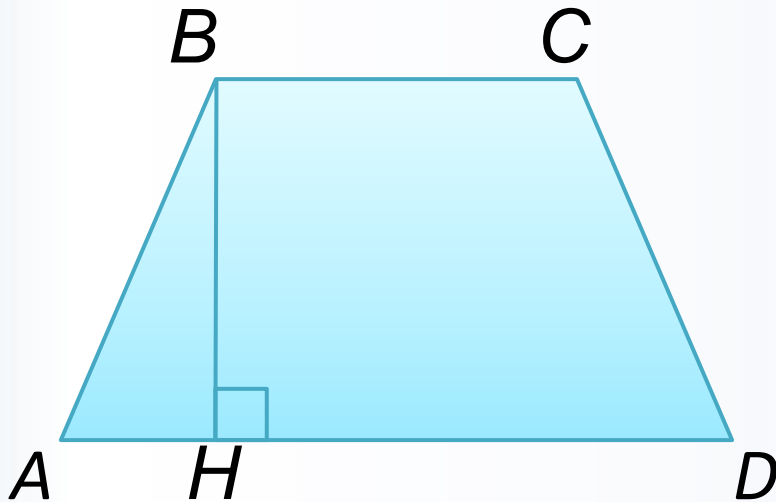
## Следствие 1

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

# Площадь трапеции

## Теорема

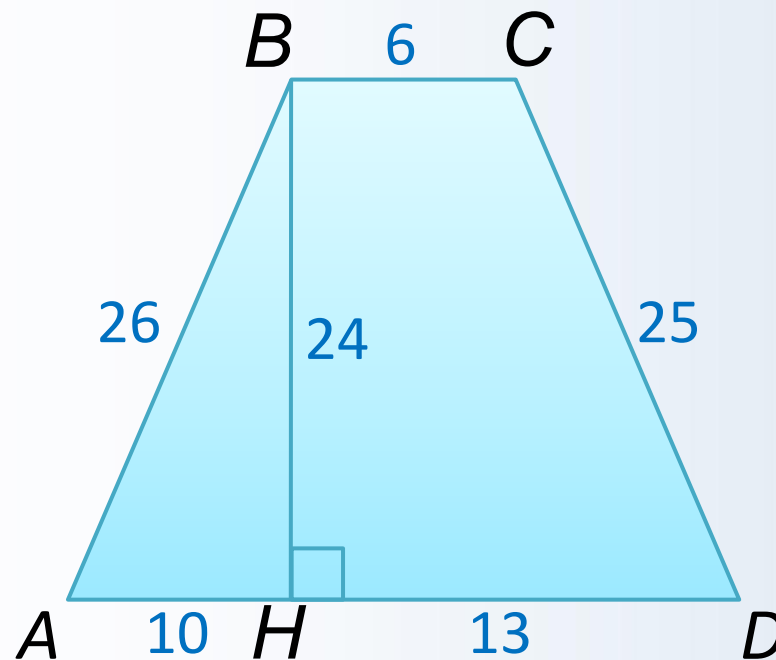
Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.



$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BH$$

# Решите задачу №6

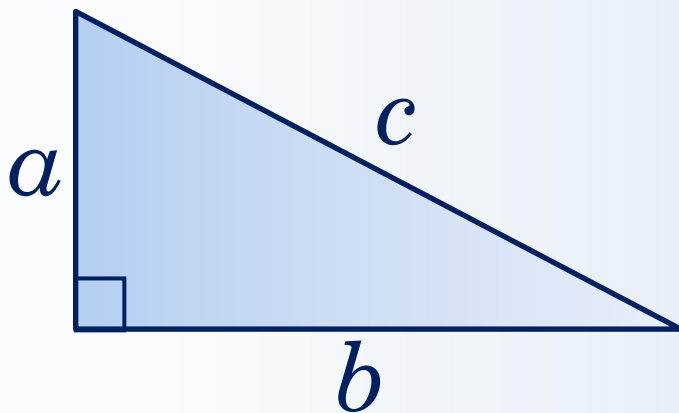
Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



# Теорема Пифагора

*В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.*

$$c^2 = a^2 + b^2$$





# Первый признак подобия

## треугольников

*Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.*

# Второй признак подобия

## треугольников

*Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.*

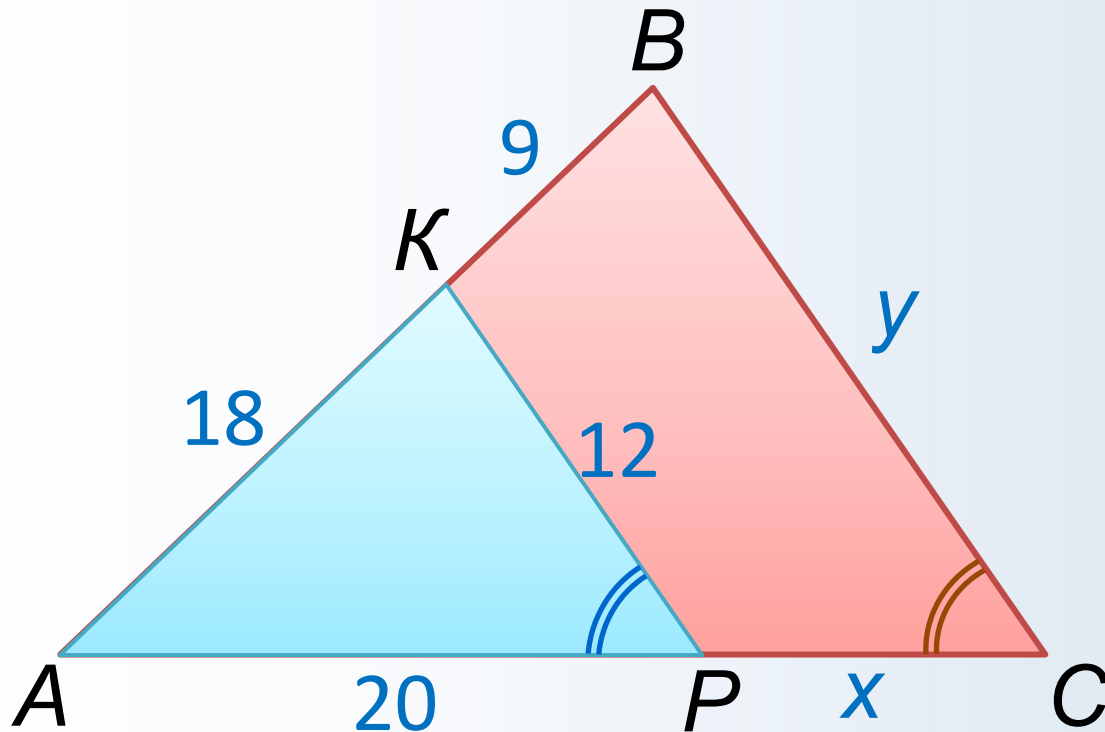
# Третий признак подобия

## треугольников

*Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.*

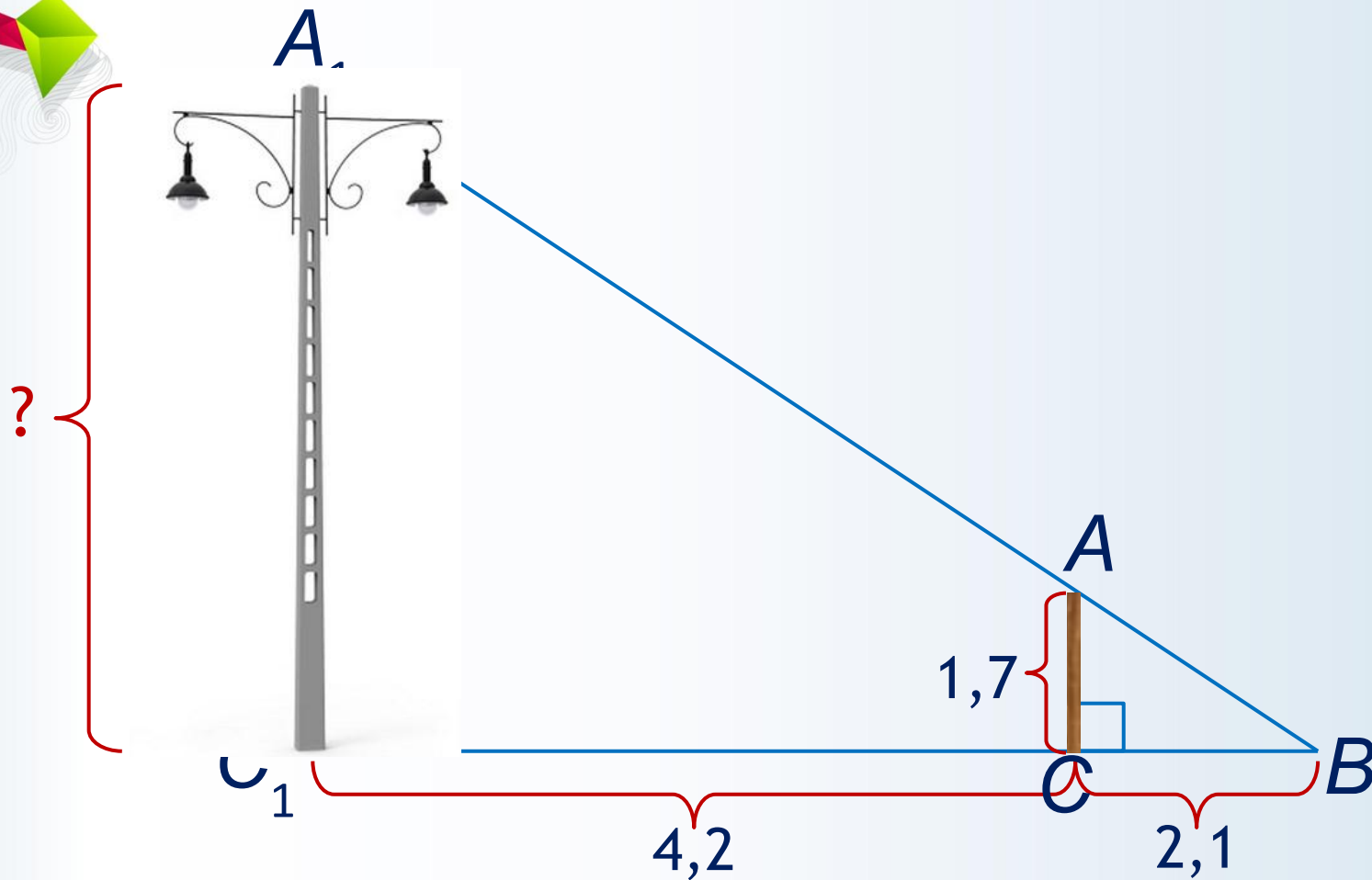
# Решите задачу №7

Найти:  $x$ ,  $y$ .



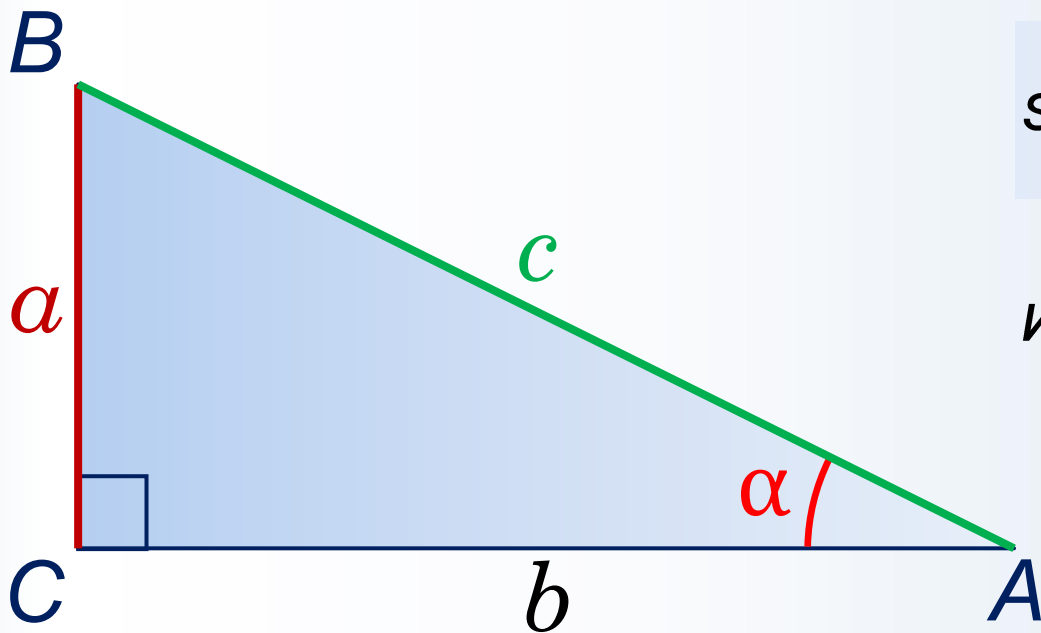
# Решите задачу №8

Определить высоту фонарного столба.



# Синус острого угла прямоугольного треугольника

*Синусом* острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

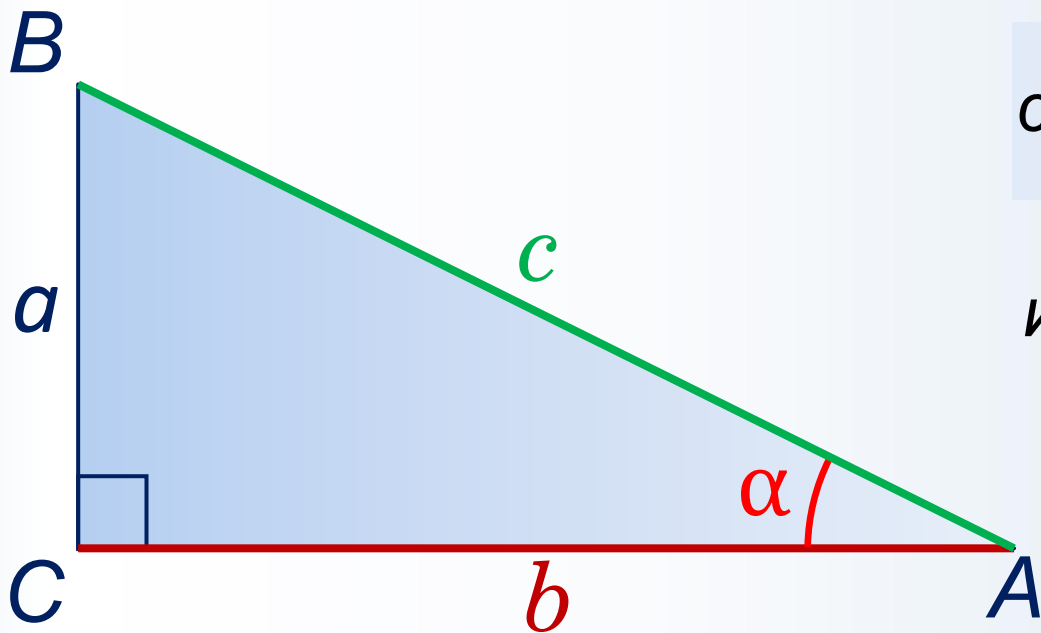


$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad (1)$$

или  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

# Косинус острого угла прямоугольного треугольника

*Косинусом* острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

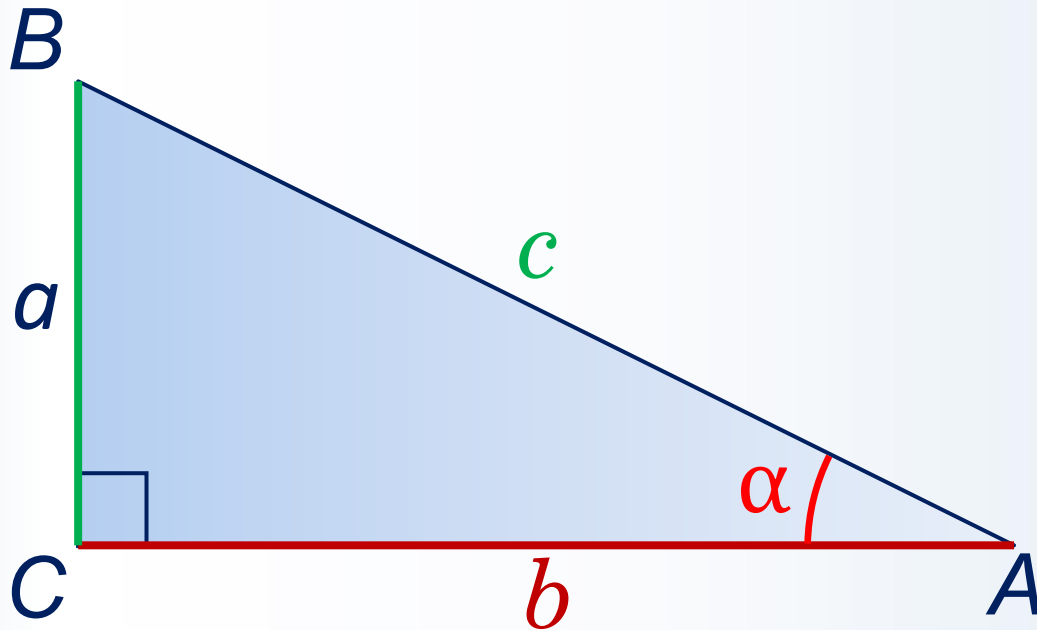


$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad (2)$$

или  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

# Тангенс острого угла прямоугольного треугольника

*Тангенсом* острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.



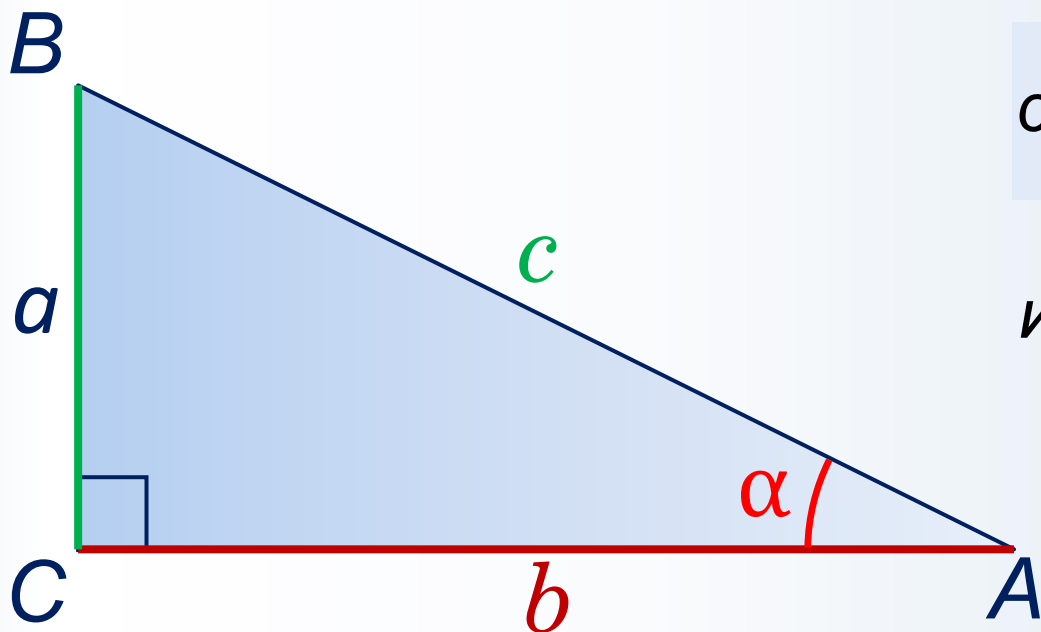
$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} \quad (3)$$

или  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

# Котангенс острого угла прямоугольного треугольника

*Котангенсом* острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему катету.



$$\operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC} \quad (4)$$

или  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

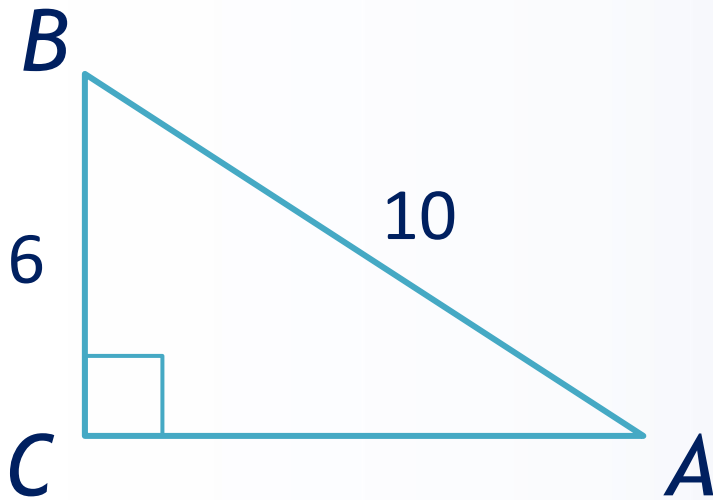
# Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$\alpha^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



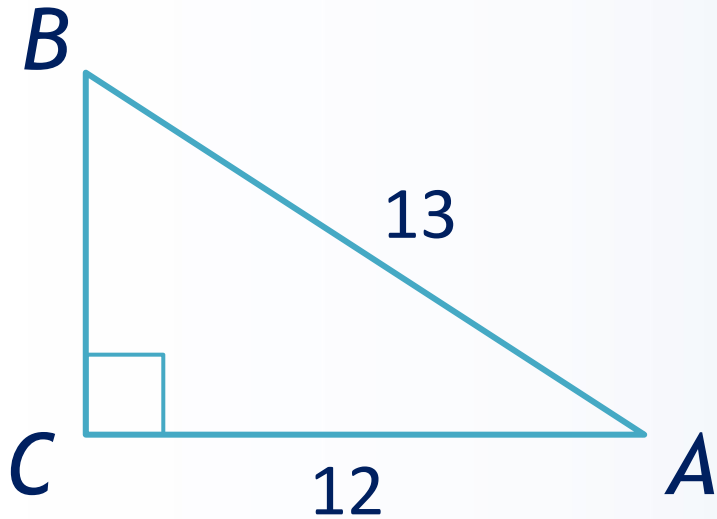
# Решите задачу №9



Дано:  $\triangle ABC$  - п/у,  $\angle C = 90^\circ$   
 $AB = 10$ ,  $BC = 6$ .

Найти:  $\cos A$ .

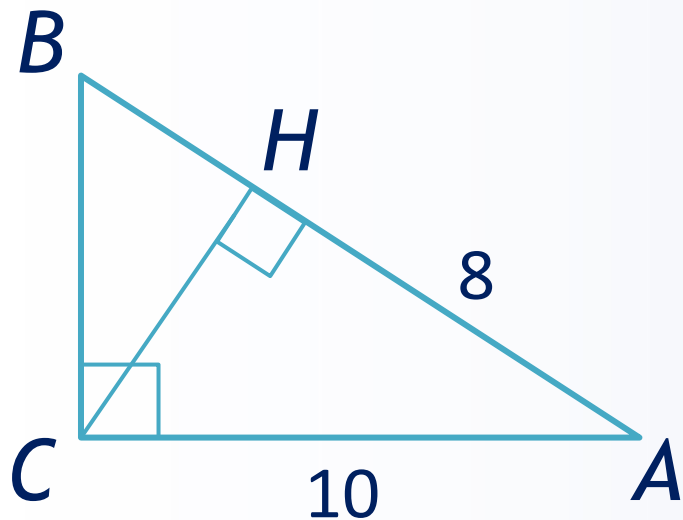
# Решите задачу №10



Дано:  $\triangle ABC$  - п/у,  $\angle C = 90^\circ$   
 $AB = 13$ ,  $AC = 12$ .

Найти:  $\operatorname{tg} A$ .

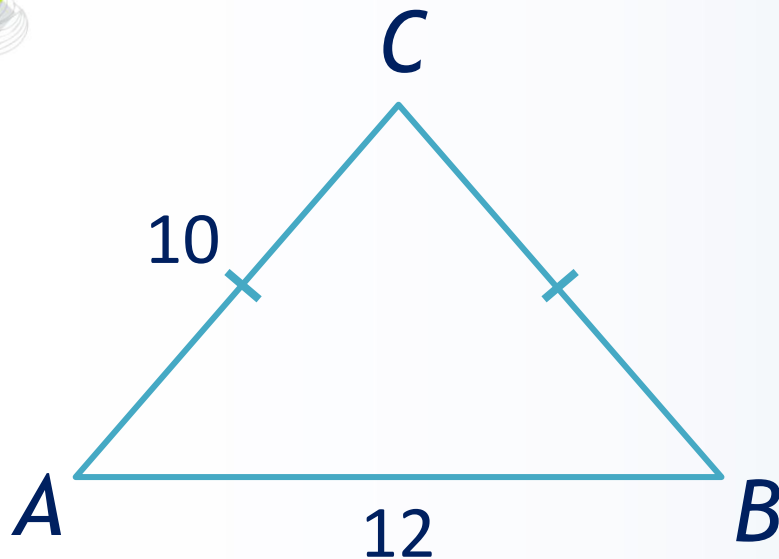
# Решите задачу №11



Дано:  $\triangle ABC$  - п/у,  $\angle C = 90^\circ$   
 $CH$  - высота,  $AC = 10$ ,  $AH = 8$ .

Найти:  $\cos B$ .

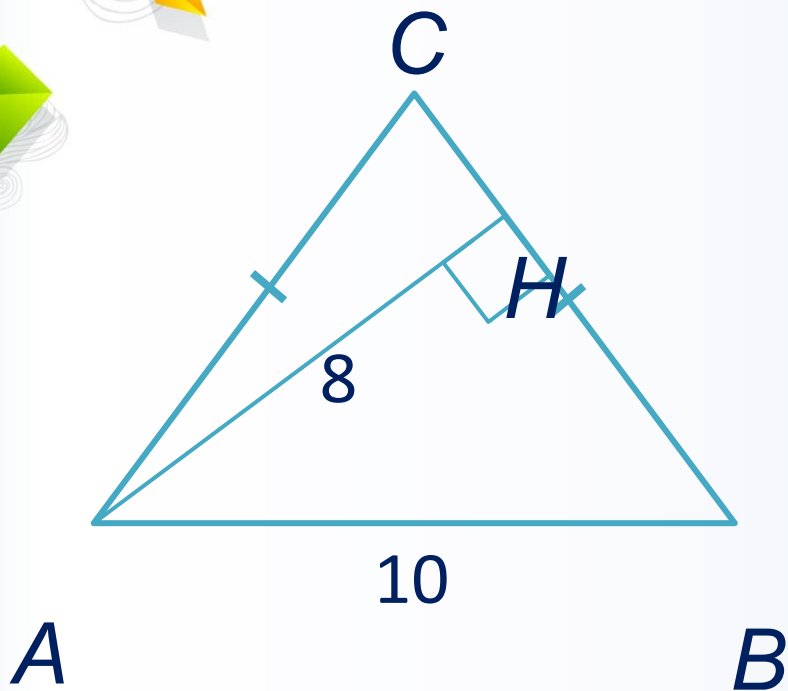
# Решите задачу №12



Дано:  $\triangle ABC$  -  $p/b$ ,  
 $AC = BC = 10$ ,  $AB = 12$ .

Найти:  $\cos A$ .

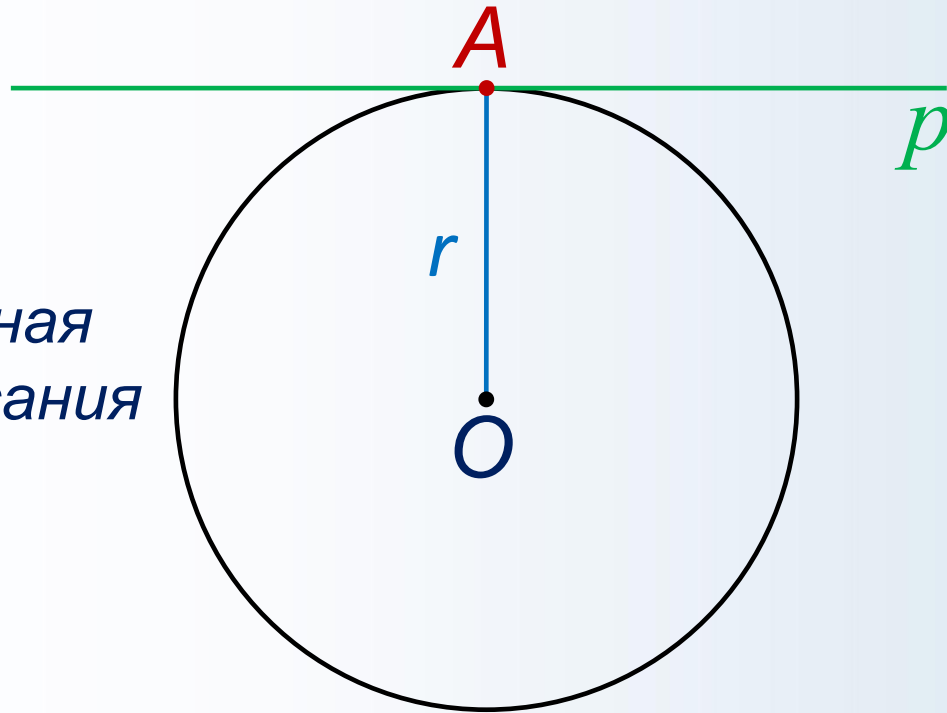
# Решите задачу №13



Дано:  $\triangle ABC$  - р/б,  $AC = BC$ ,  
 $AH$  - высота,  $AB = 10$ ,  $AH = 8$ .

Найти:  $\sin A$ ,  $\cos A$ .

# Касательная к окружности

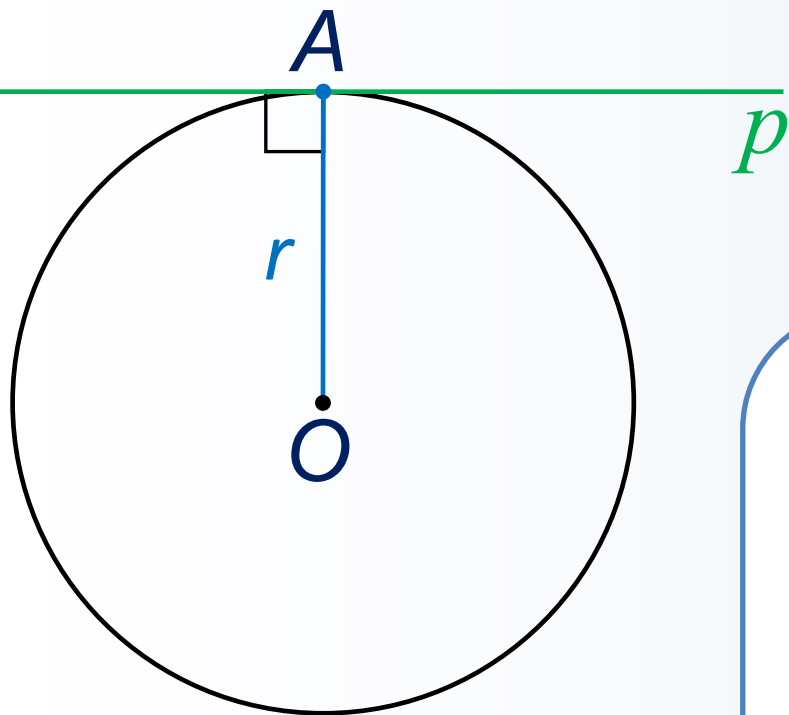


$p$  – касательная  
 $A$  – точка касания

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется **касательной** к окружности, а их общая точка называется **точкой касания** прямой и окружности.

# Теорема о касательной к окружности

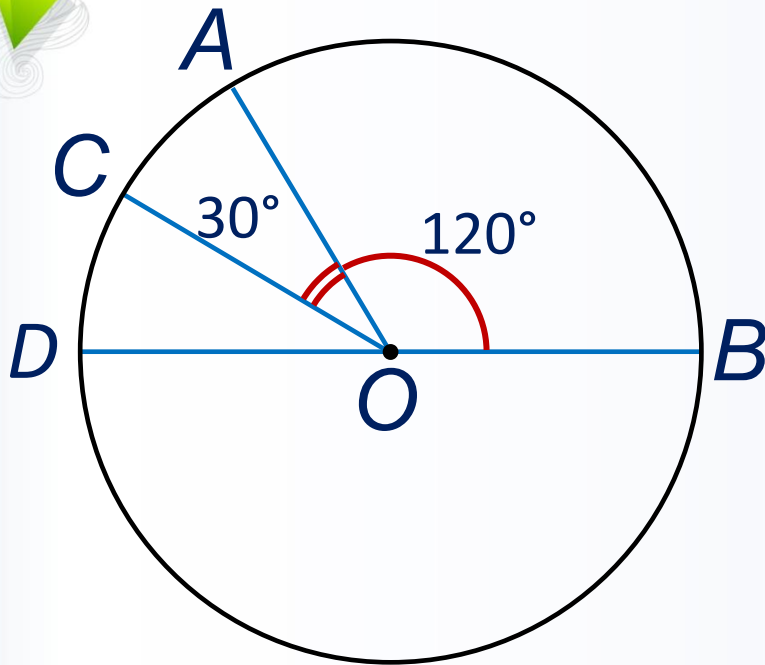
*Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.*



## Свойство касательных

*Отрезки касательных к окружности, проведённые из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.*

# Решите задачу №14



Дано:  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $\angle AOC = 30^\circ$

Найти:  $\angle ADB$ ,  $\angle CDB$ ,  $\angle ODB$ .



# Вписанный угол

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.

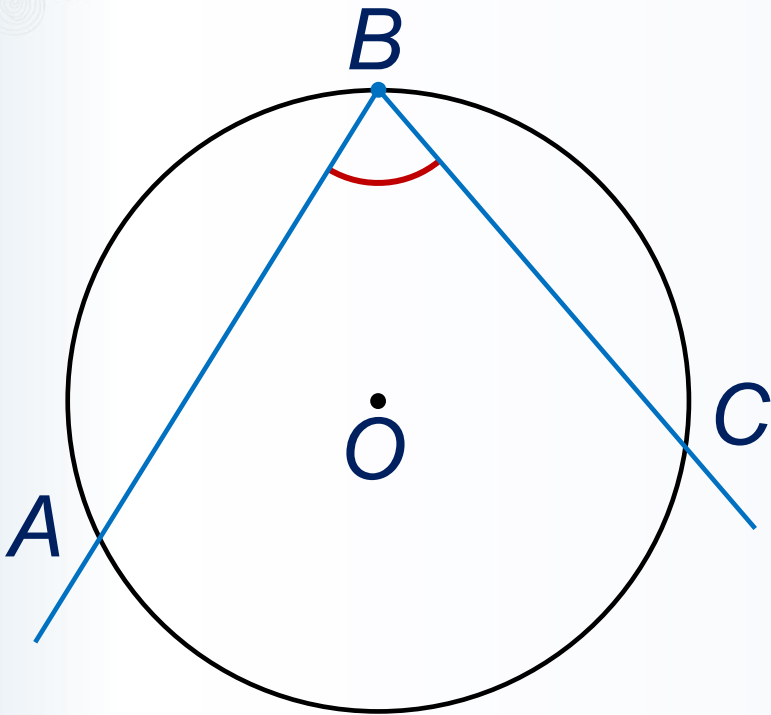
## Теорема о вписанном угле

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

## Следствия

1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

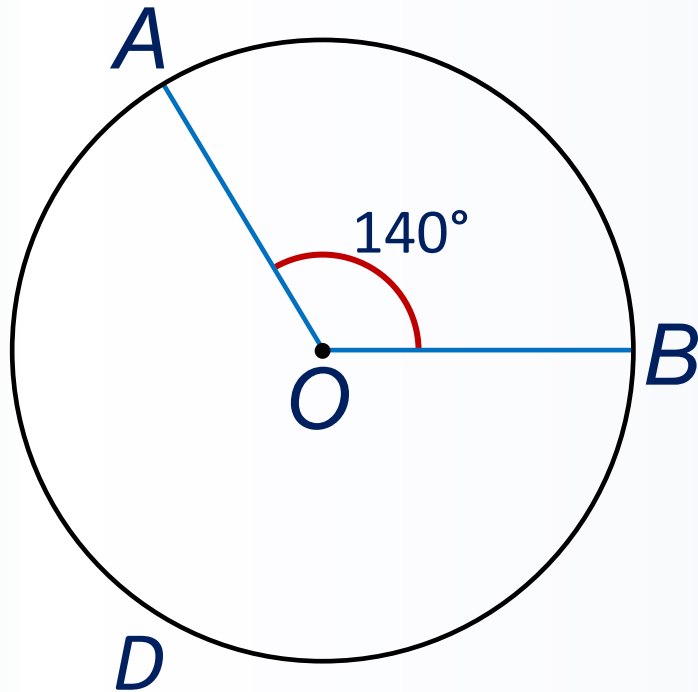
2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, – прямой.



$\angle ABC$  –  
вписанный

# Решите задачу №15

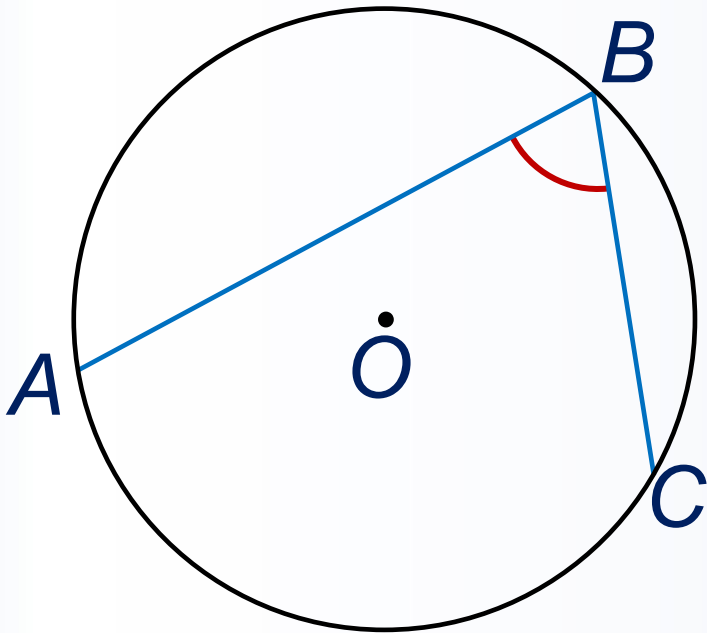
На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 140^\circ$ . Длина меньшей дуги равна 98. Найдите длину большей дуги.



Найти: длину  $\cup ADB$ .

# Решите задачу №16

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $13/36$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.



Найти:  $\angle ABC$ .



# Использованы ресурсы

- *Геометрия, 7 - 9 классы: учеб. для общеобразоват. организаций / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.] - 6-е изд. - М.: Просвещение, 2016.*
- *Изучение геометрии в 7 - 9 классах: Пособие для учителей / Л. С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, Ю.А. Глазков и др. - 7-е изд. - М.: Просвещение, 2009.*
- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html> - материалы открытого банка заданий ЕГЭ по математике .