

# **Лекция 1**

## **Назначение геометрических преобразований**

## Цель курса

- Изучение основных правил и требований к порядку разработки, оформления и обращения конструкторской документации

# Геометрический ЯЗЫК

По С.А. Фролову геометрический язык состоит из обозначений и символов, принятых в курсе математики :

- обозначения геометрических фигур и отношений между ними;
- обозначения логических операций.

Особое внимание необходимо уделять символам, которые применяются для обозначения проекций геометрических фигур.

# Основные понятия и определения

Плоскостью называется поверхность, образуемая движением прямой линии, которая движется параллельно самой себе на неподвижной направляющей.

Поверхность – множество последовательных положений движущейся линии

# *Обозначение геометрических фигур*

**1. Геометрическая фигура обозначается —  
Ф.**

**2. Точки обозначаются прописными  
буквами латинского алфавита или  
арабскими цифрами:**

*(курсив)*                      *A, B, C, D, ..., L, M, N, ..*

*(прямой шрифт)*    **1,2, 3,4,...., 12, 13, 14,...**

**3. Линии, произвольно расположенные по отношению к плоскостям проекций, обозначаются строчными буквами латинского алфавита:**

- *a, b, c, d, l, m, n, ...*

- **Линии уровня обозначаются:**

*h* — горизонталь;

*f* — фронталь.

**Для прямых используются также следующие обозначения:**

*(AB)* — прямая, проходящая через точки *A* и *B*;

*[AB)* - луч с началом в точке *A*;

*[AB]* — отрезок прямой, ограниченный точками *A* и *B*.

#### 4. Поверхности обозначаются строчными буквами греческого алфавита:

- $\alpha$  — альфа,  $\beta$  — бэта,  $\gamma$  — гамма,  $\sigma$  — сигма, ...,  $\xi$  — кси,  $\eta$  — эта,  $\nu$  — ню (ни), ...
- Чтобы подчеркнуть способ задания поверхности, следует указывать геометрические элементы, которыми она определяется, например:

$\alpha$  ( $a \parallel b$ ) — плоскость  $\alpha$  определяется параллельными прямыми  $a$  и  $b$ ;

5. Углы обозначаются:

- $\angle ABC$  — угол с вершиной в точке  $B$ , а также  $\sphericalangle$ ,  $\sphericalangle$ ...

6. Угловая величина (градусная мера) обозначается знаком  $\frown$ , который ставится над углом:

- $\widehat{ABC}$  — величина угла  $ABC$ ,  
 $\widehat{\varphi}$  — величина угла  $\varphi$ .
- Прямой угол отмечается квадратом с точкой внутри  $\square$ .



7. Расстояния между геометрическими фигурами обозначаются двумя вертикальными отрезками —  $| |$ .

• Например:

•  $|AB|$  — расстояние между точками  $A$  и  $B$  (длина отрезка  $AB$ );

•  $|Aa|$  — расстояние от точки  $A$  до линии  $a$ ;

$|A\alpha|$  — расстояние от точки  $A$  до поверхности  $\alpha$ ;

•  $|ab|$  — расстояние между линиями  $a$  и  $b$ ;

$|\alpha\beta|$  — расстояние между поверхностями  $\alpha$  и  $\beta$ .

8. Для плоскостей проекций приняты обозначения:  $\pi_1$ , и  $\pi_2$ ,

где  $\pi_1$  — горизонтальная плоскость проекций;

- $\pi_2$  — фронтальная плоскость проекций.

При замене плоскостей проекций или введении новых плоскостей последние обозначают  $\pi_3$ ,  $\pi_4$  и т.д.

10. Проекции точек, линий, поверхностей, любой геометрической фигуры обозначаются теми же буквами (или цифрами), что и оригинал, с добавлением верхнего индекса, соответствующего плоскости проекции, на которой они получены:

- $A', B', C', D', \dots, L', M', N', \dots$  — горизонтальные проекции точек;  
 $A'', B'', C'', D'', \dots, L'', M'', N'', \dots$  — фронтальные проекции точек;
- $a', b', c', d', \dots, l, m', n', \dots$  — горизонтальные проекции линий;  
 $a'', b'', c'', d'', \dots, l, m'', n'', \dots$  — фронтальные проекции линий;
- $\alpha', \beta', \gamma', \delta', \dots, \zeta', \eta', \nu', \dots$  — горизонтальные проекции поверхностей;  
 $\alpha'', \beta'', \gamma'', \delta'', \dots, \zeta'', \eta'', \nu'', \dots$  — фронтальные проекции поверхностей.

12. Следы прямых (линий) обозначаются заглавными буквами, с которых начинаются слова, определяющие название (в латинской транскрипции) плоскости проекции, которую пересекает линия, с подстрочным индексом, указывающим принадлежность к линии.

- Например:  $H_a$  — горизонтальный след прямой (линии)  $a$ ;
- $F_a$  — фронтальный след прямой (линии)  $a$ .

11. Следы плоскостей (поверхностей) обозначаются теми же буквами, что и горизонталь или фронталь, с добавлением подстрочного индекса  $_{0\alpha}$ , подчеркивающего, что эти линии лежат в плоскости проекции и принадлежат плоскости (поверхности)  $\alpha$ .

- Так:  $h_{0\alpha}$  — горизонтальный след плоскости (поверхности)  $\alpha$ ;
- $f_{0\alpha}$  — фронтальный след плоскости (поверхности)  $\alpha$ .

13. Последовательность точек, линий (любой фигуры) отмечается подстрочными индексами  $1, 2, 3, \dots, n$ :

$$A_1, A_2, A_3, \dots, A_n;$$

- $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  – последовательность линий
- $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$ ; – последовательность поверхностей
- $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_n$  – последовательность фигур
  
- Вспомогательная проекция точки, полученная в результате преобразования для получения действительной величины геометрической фигуры, обозначается той же буквой с подстрочным индексом  $0$ :
- $A^0, B^0, C^0, D^0, \dots$

## *АксонOMETрические проекции*

14. Аксонометрические проекции точек, линий, поверхностей обозначаются теми же буквами, что и натура с добавлением верхнего индекса <sup>0</sup> :

- $A^0, B^0, C^0, D^0, \dots$
- $1^0, 2^0, 3^0, 4^0, \dots$
- $a^0, b^0, c^0, d^0 \dots ;$
- $\alpha^0, \beta^0, \gamma^0, \delta^0, \dots ;$

- Вторичные проекции точек в аксонометрических проекциях обозначаются путем добавления верхнего индекса <sup>1</sup>:

- $A^{10}, B^{10}, C^{10}, D^{10}, \dots$

- $1^{10}, 2^{10}, 3^{10}, 4^{10}, \dots$

- $a^{10}, b^{10}, c^{10}, d^{10}, \dots$

- $\alpha^{10}, \beta^{10}, \gamma^{10}, \delta^{10}, \dots$



# СВОЙСТВА ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА

- С позиции теории множеств геометрическая фигура есть не пустое множество.
- Точки, прямые и плоскости евклидова пространства находятся в определенном взаимоотношении, которое может быть обозначено словом *принадлежность* или *инцидентность*.
- Термин «инцидентность» заменяет такие понятия, как «лежать на», «проходить через».

- Вместо выражений «точка  $A$  лежит на плоскости  $a$ », «прямая  $a$  проходит через точку  $B$ » можно употреблять выражения «точка  $A$  инцидентна (принадлежит) плоскости  $a$ », «точка  $B$  инцидентна (принадлежит) прямой  $a$ ».
- В символической форме эти выражения можно записать  $A \in a$ ;  
 $B \in a$ .

- **Отношения принадлежности между элементами евклидова пространства могут быть выражены следующими предложениями.**

**1. Если точка  $A$  принадлежит прямой  $a$ , а прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\alpha$ , то точка  $A$  принадлежит плоскости  $\alpha$ :**

- **$A \in a \subset \alpha \Rightarrow A \in \alpha$ .**

2. Две различные точки  $A$  и  $B$  всегда принадлежат одной и той же и только одной прямой  $a$  или каждой прямой  $a$  принадлежат, по крайней мере, две точки  $A$  и  $B$ :

$$\forall (A, B) (A \neq B) \Rightarrow (\exists 1a) \ni (A, B).$$

- Три различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , не принадлежащие одной прямой, принадлежат *одной и той же и только одной плоскости*:
- $(\forall A, B, C)(A \neq B \neq C) \wedge (A, B, C \notin a) \Rightarrow (\exists 1\alpha a)(\alpha \ni A, B, C)$ .

**4. Если две точки  $A$  и  $B$ , принадлежащие прямой  $a$ , принадлежат плоскости  $\alpha$ , то прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\alpha$ :**

**$(\forall A, B)(A \neq B)(A, B \in a) \wedge (A, B \in \alpha) \Rightarrow (a \subset \alpha)$ .**

**Кроме приведенных выше, могут быть сформулированы и другие предложения принадлежности для элементов евклидова пространства. К таким предложениям, в частности, относятся:**

5. Две прямые, принадлежащие одной плоскости, могут принадлежать одной точке, но этого может и не быть.
6. Две плоскости могут принадлежать одной и той же прямой, но этого может и не быть.
7. Плоскость и не принадлежащая ей прямая могут принадлежать одной точке, но этого может и не быть.

Последние три предложения по существу перефразируют аксиому о параллельности.

- Предложение 5 утверждает, что в евклидовой плоскости две прямые либо пересекаются (принадлежат одной точке), либо не имеют общей точки — в этом случае они называются параллельными. Аналогично предложение 6 говорит о том, что в евклидовом пространстве две плоскости либо пересекаются (принадлежат одной прямой) либо они параллельны, а предложение 7 - о том, что прямая, не принадлежащая плоскости, либо пересекает ее (прямая и плоскость принадлежат одной точке), либо они параллельны.

# Этапы конструирования, изготовления и реализации изделия

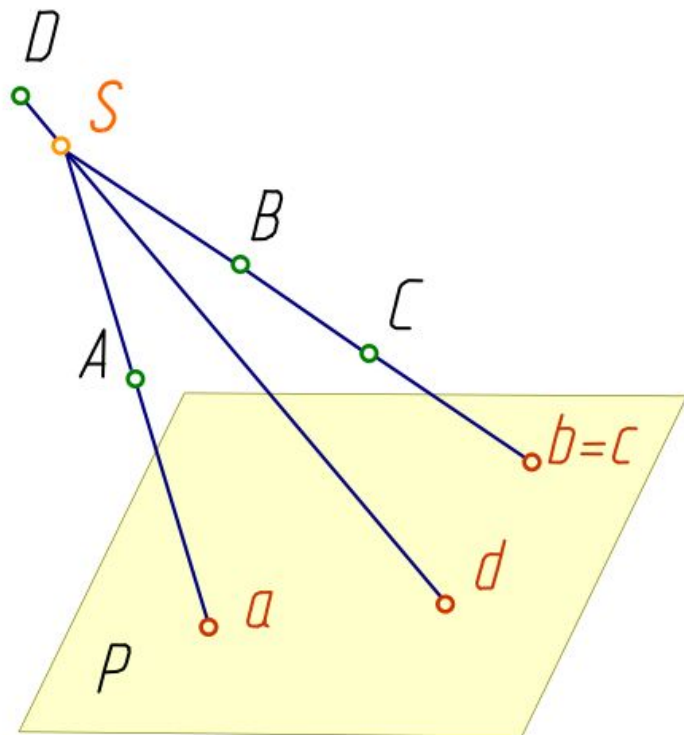
- превратить физическую или мысленную модель изделия в графическую;
- графическую модель описать аналитически;
- выполнить численный анализ изделия на конструкторскую и экономическую обоснованность графической модели изделия.
- разработать математическую модель управления процессом разработки изделия, модификации и реализации.





**ПЕРЕРЫВ**

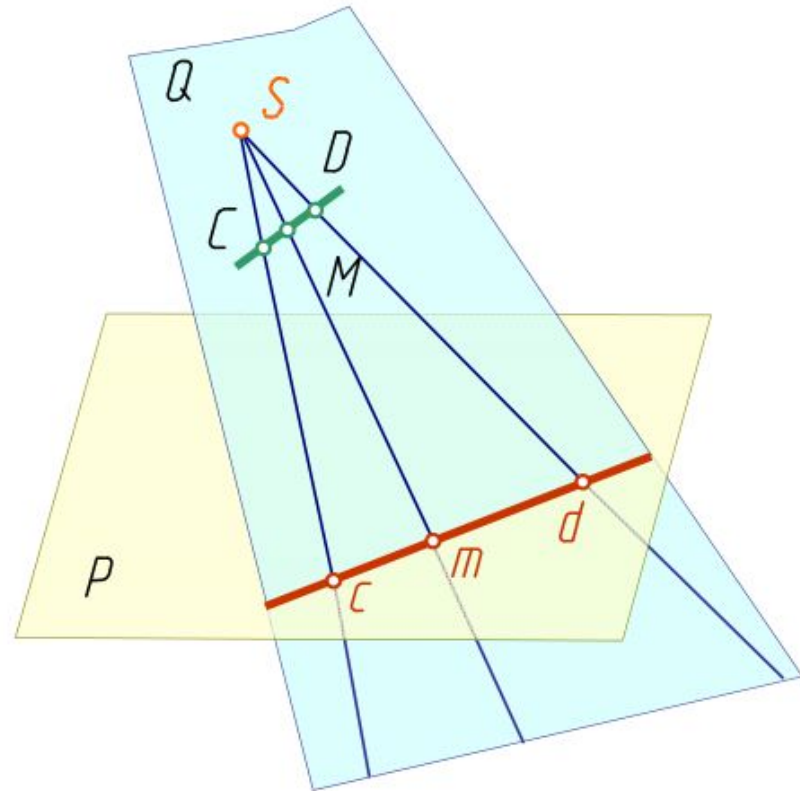
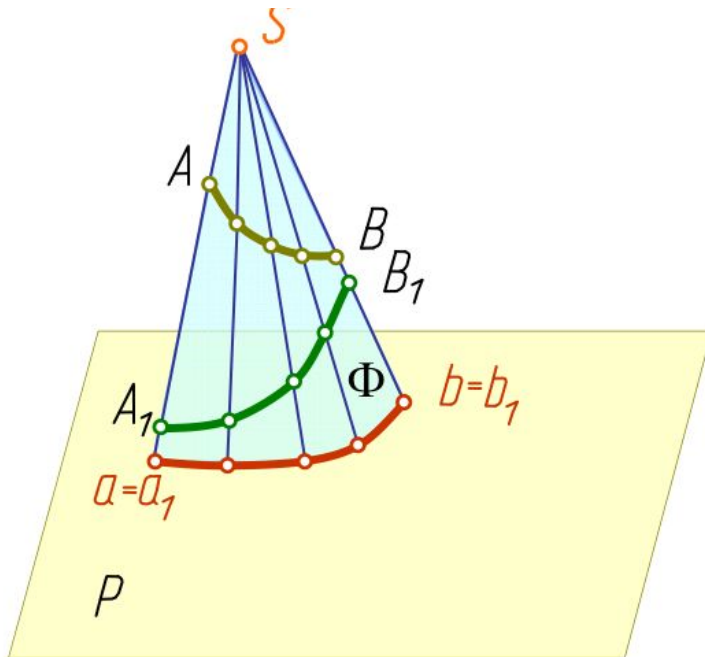
# Центральное проектирование



При заданных плоскости проекции и центре проектирования одна точка в пространстве имеет одну центральную проекцию. Но одна проекция точки не позволяет однозначно определить положение точки в пространстве!

Внимание!

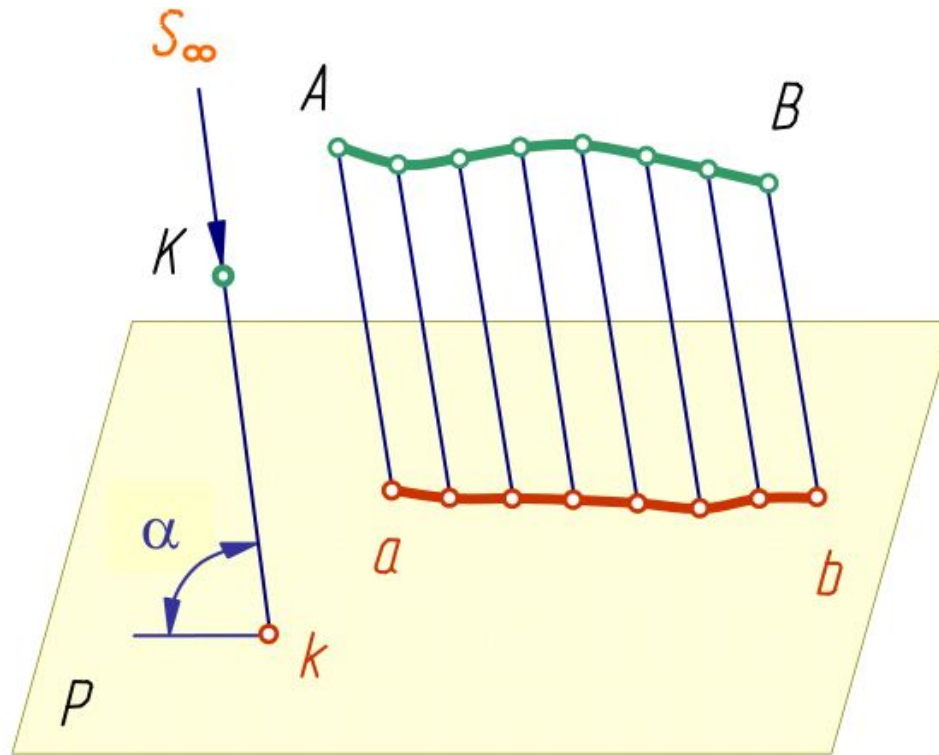
# Центральное проектирование



# Основные свойства центрального проецирования

- Точка проецируется в точку;
- Прямая, не проходящая через центр проецирования, проецируется в прямую (иначе в точку);
- Плоская фигура не принадлежащая проецирующей плоскости, проецируется в двумерную фигуру (иначе в прямую линию).
- Трехмерная фигура проецируется в двумерную.

# Параллельное проецирование



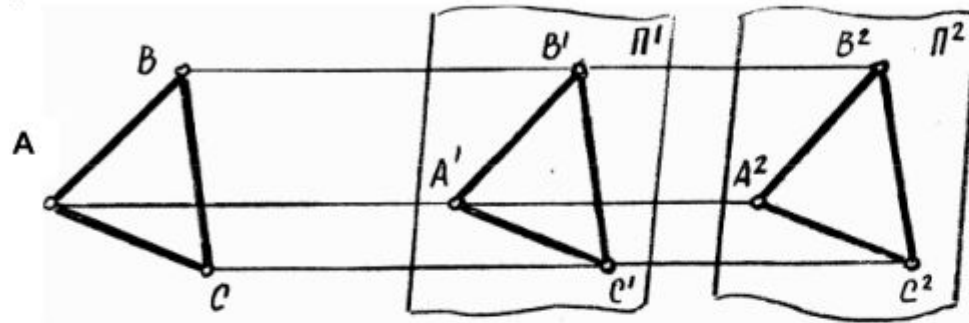
Если направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций, то проекции называются прямоугольными или ортогональными, иначе - косоугольными

# Основные свойства параллельного проецирования

- Точка проецируется в точку;
- Прямая проецируется в прямую;
- Если точка принадлежит линии, то проекция этой точки принадлежит проекции линии (свойство принадлежности).
- Если отрезок прямой делится точкой в некотором отношении, то проекция отрезка делится проекцией этой точки в том же отношении.

# Основные свойства параллельного проецирования

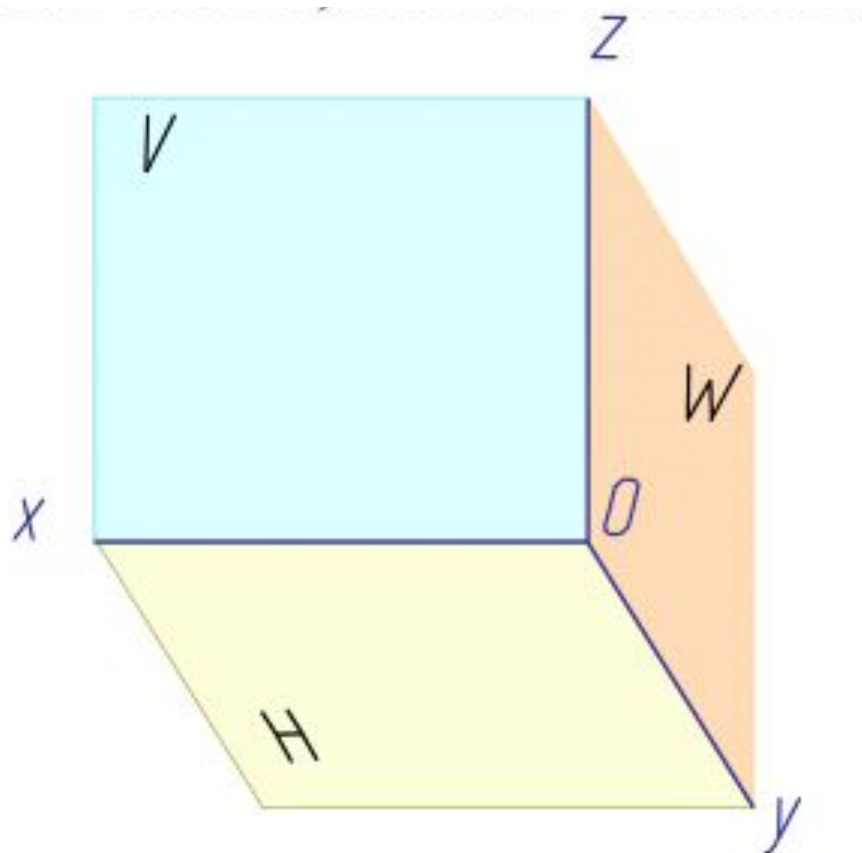
- Параллельные проекции взаимно параллельных прямых параллельны, а отношение длин отрезков этих прямых равно отношению длин их проекций;
- Плоская фигура, параллельная плоскости проекций, проецируется на эту же плоскость в такую же фигуру;
- Параллельный перенос фигуры в пространстве или плоскости проекций не изменяет вида или размеров проекций.

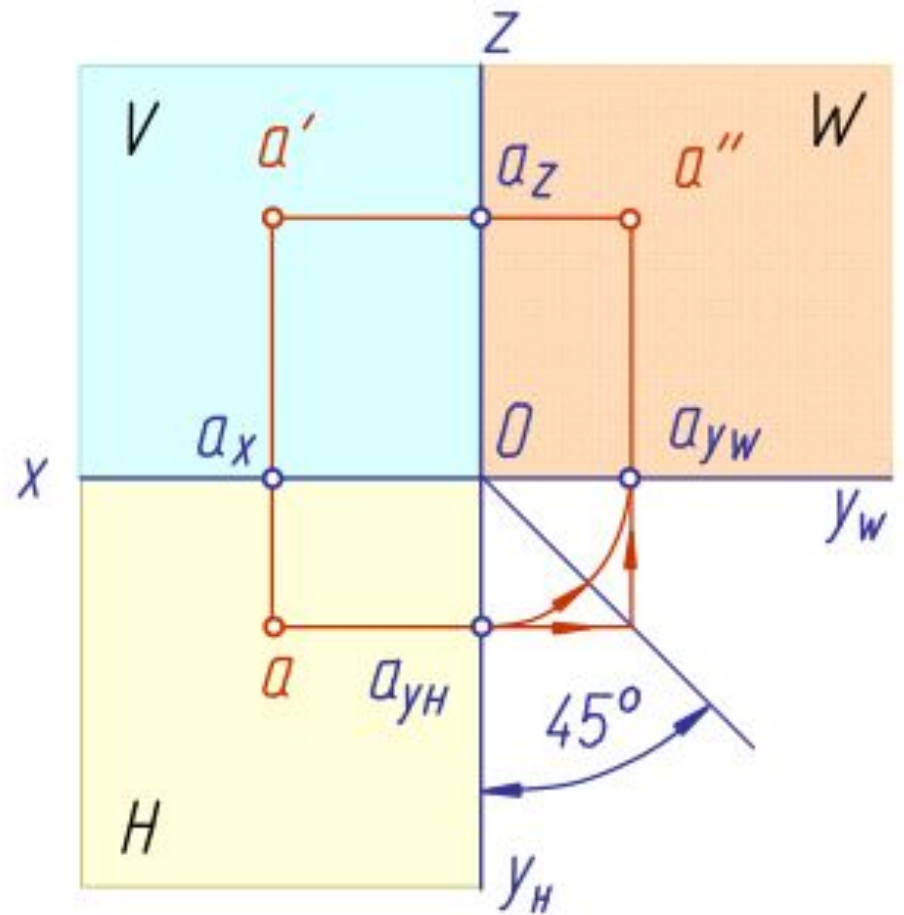
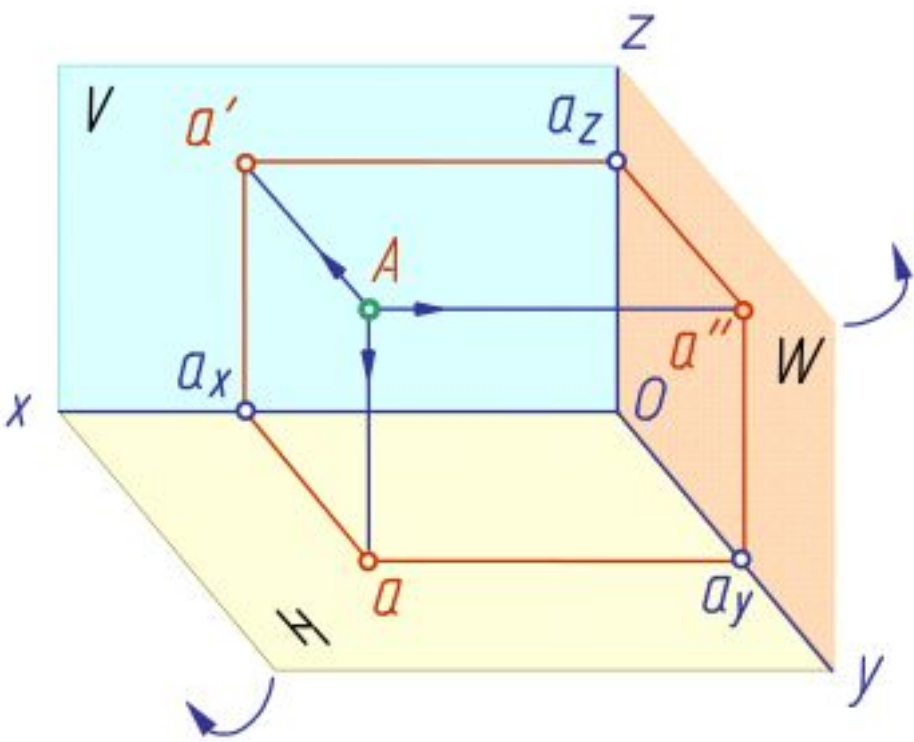


Параллельный перенос плоскости проекций или фигуры не меняет вида и размеров проекции фигуры

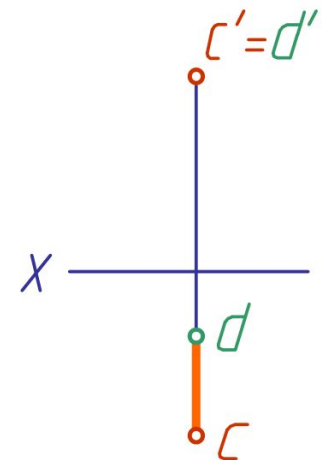
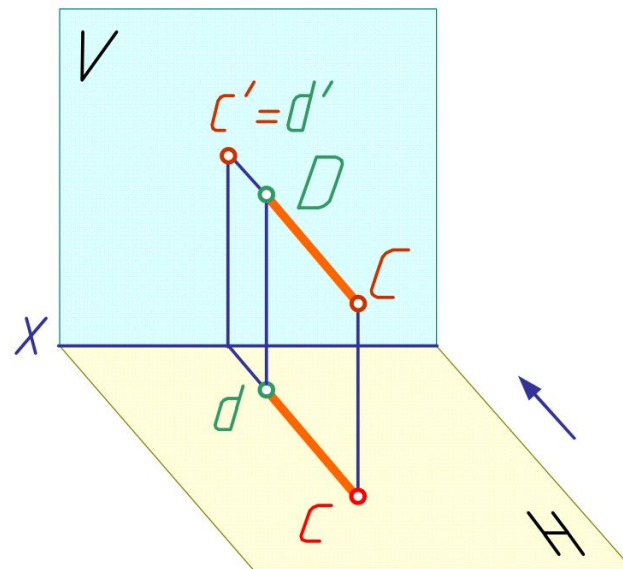
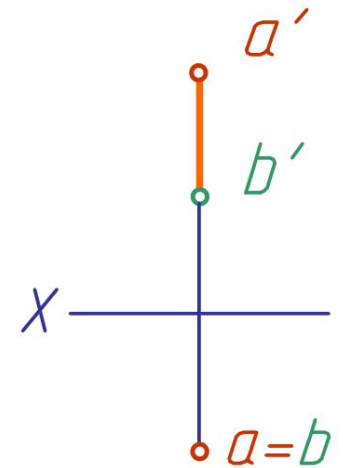
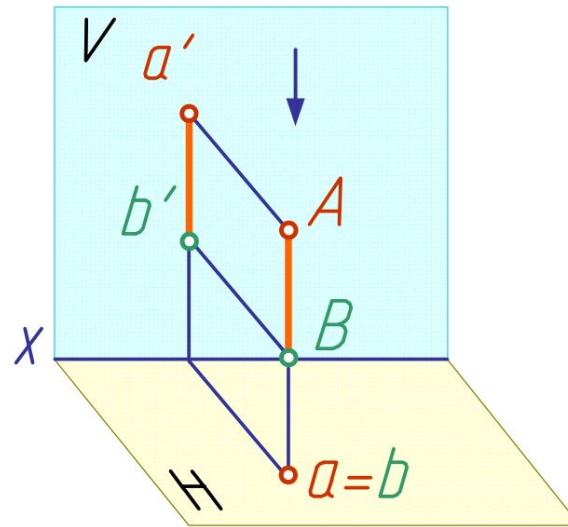
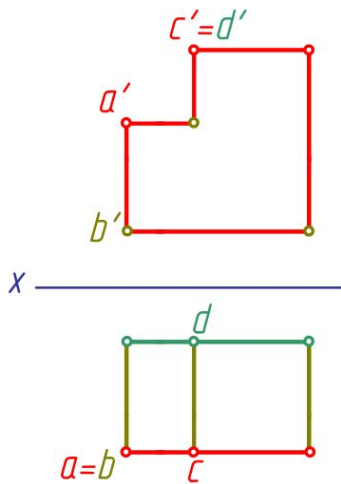
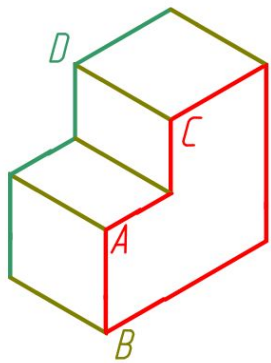


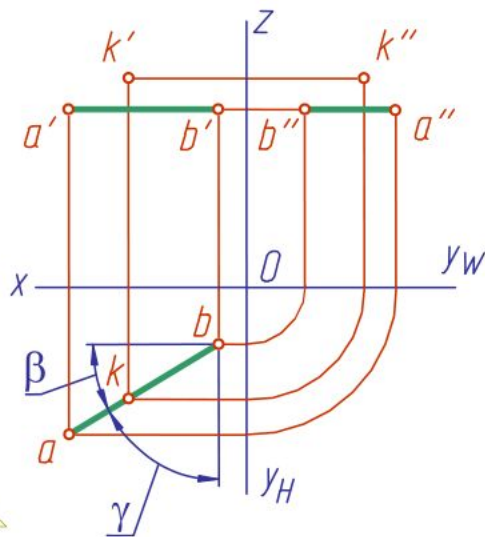
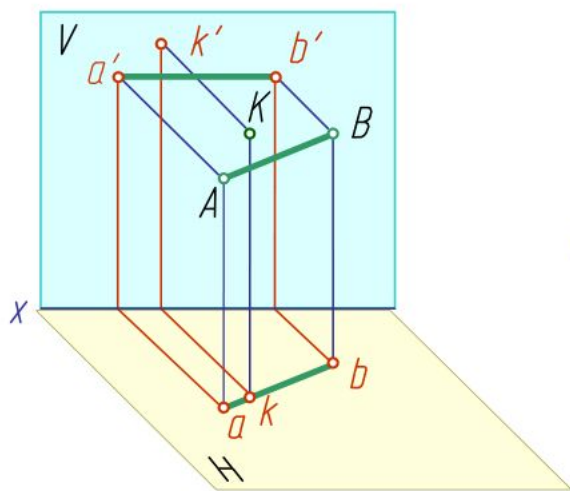
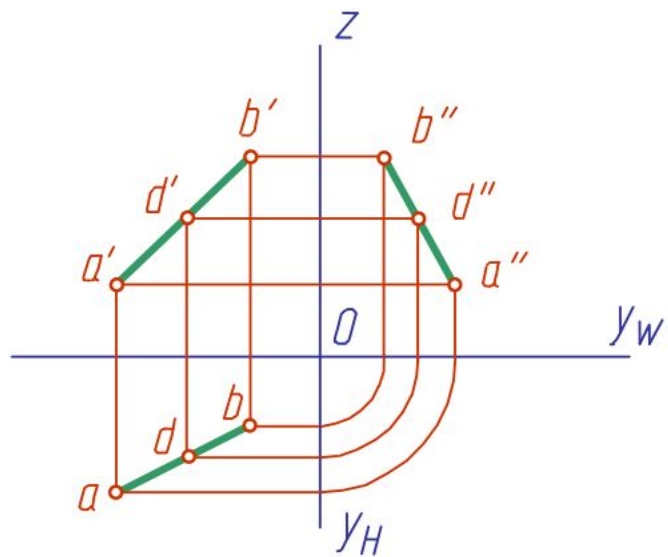
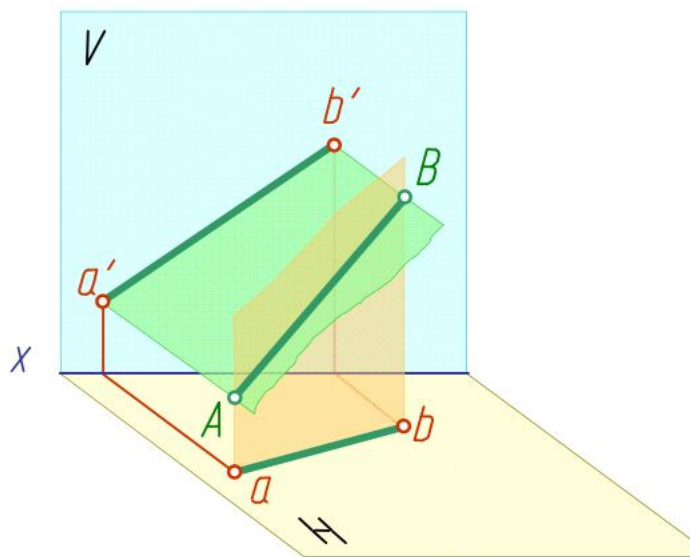
# ТОЧКА

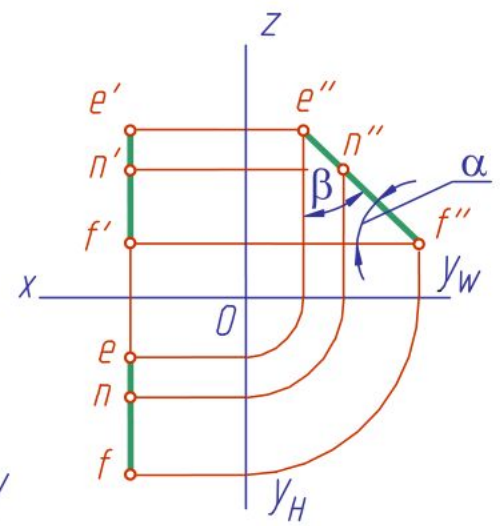
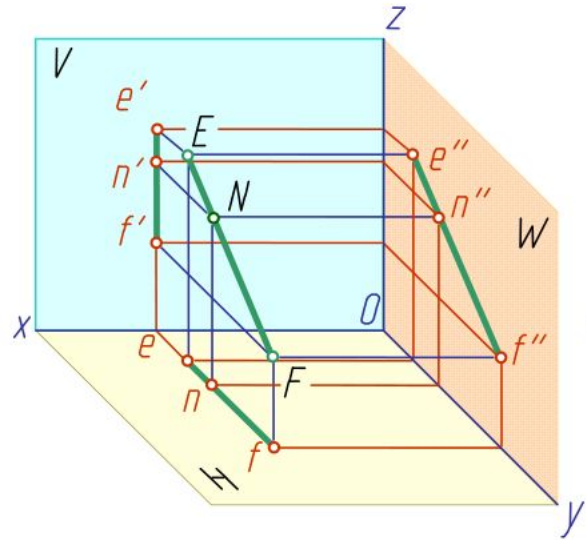
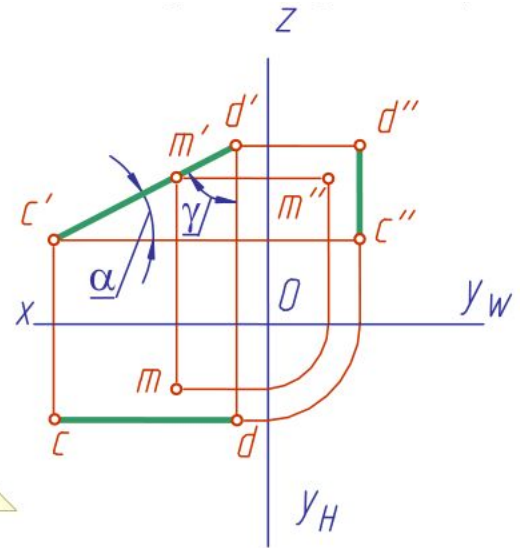
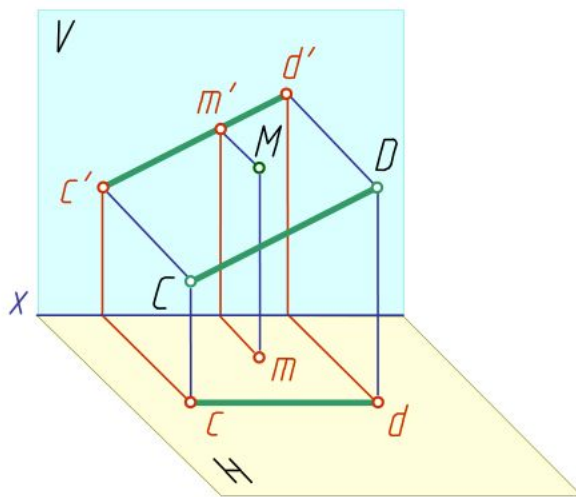


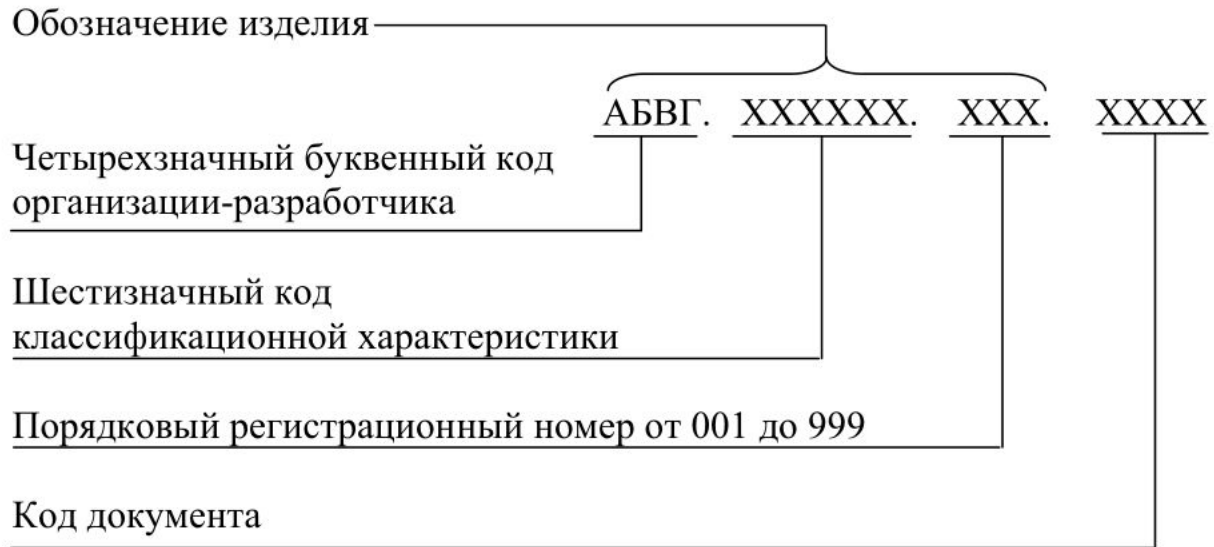


# Условие видимости

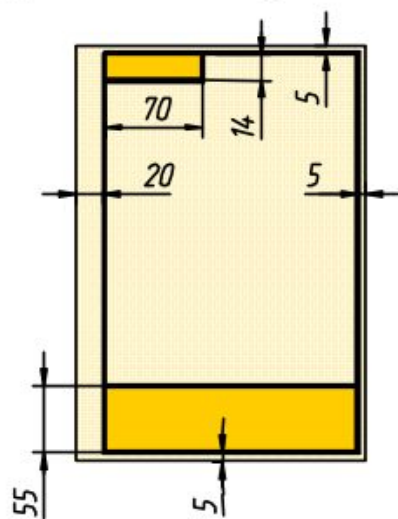




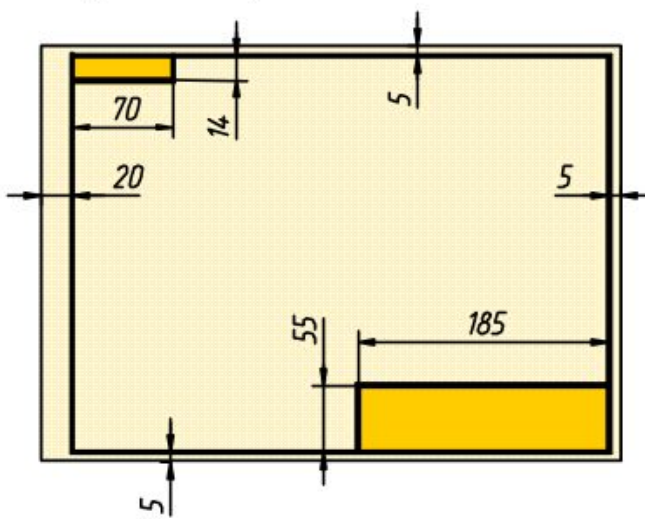




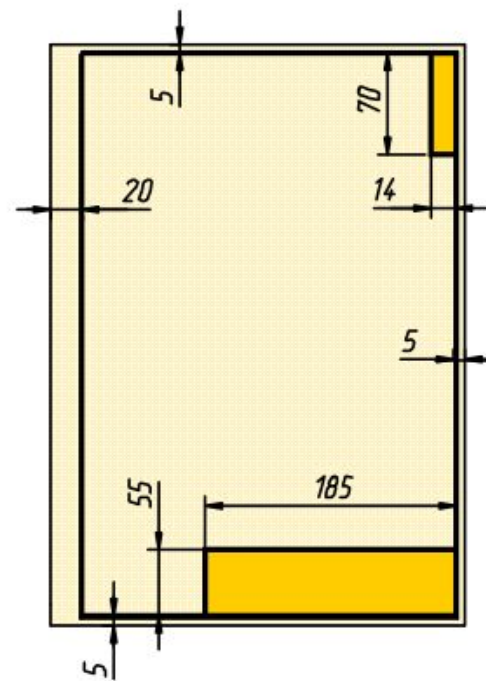
|                            |            |           |           |           |           |
|----------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Обозначение формата        | A0(44)     | A1(24)    | A2(22)    | A3(12)    | A4(11)    |
| Размеры сторон формата, мм | 841 × 1189 | 594 × 841 | 420 × 594 | 297 × 420 | 210 × 297 |

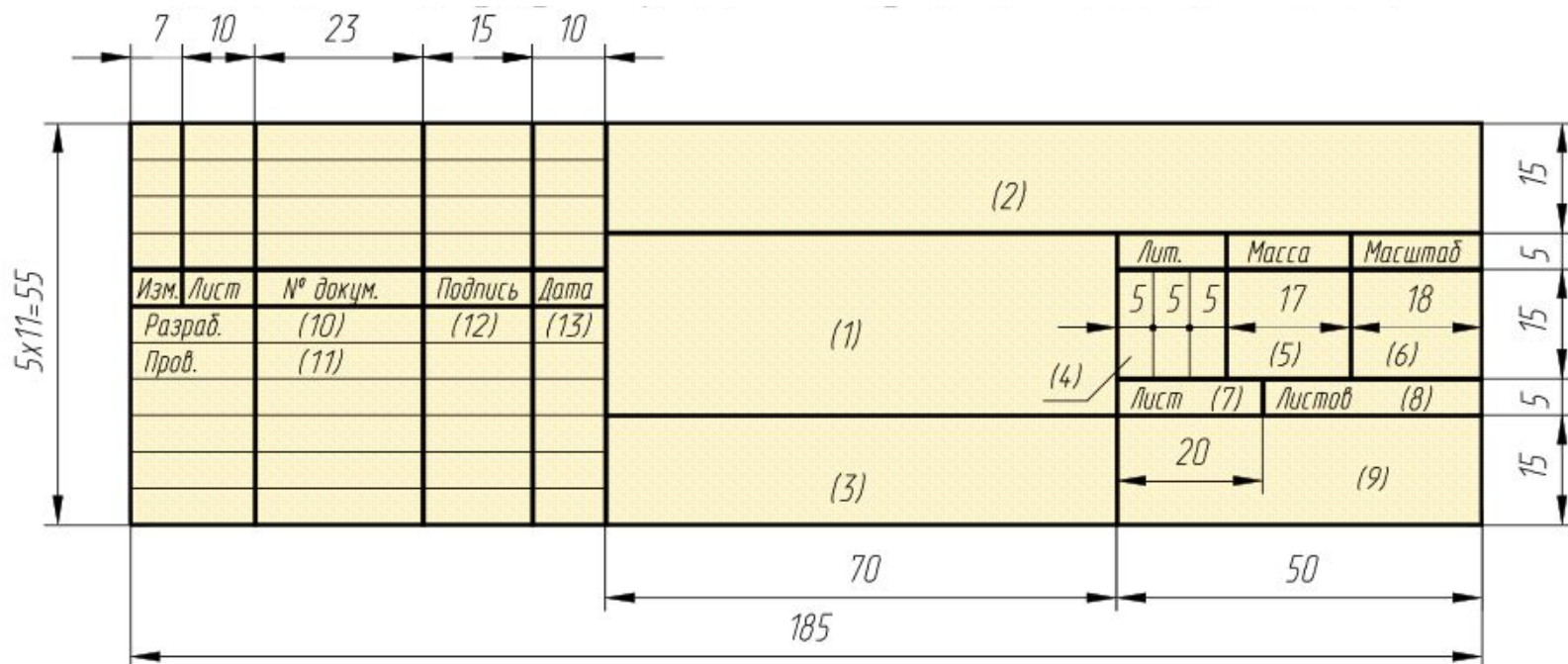


Формат А4









Форматы А0...А3








|                      |   |
|----------------------|---|
| Масштабы уменьшения  | 1:2; 1:2,5; 1:4; 1:5; 1:10; 1:15; 1:20; 1:25; 1:40; 1:50; 1:75; 1:100; 1:200; 1:400; 1:500; 1:800; 1:1000 |
| Натуральная величина | 1:1   |
| Масштабы увеличения  | 2:1; 2,5:1; 4:1; 5:1; 10:1; 20:1; 40:1; 50:1; 100:1   |



| Наименование                  | Начертание  | Толщина            | Основное назначение  |
|-------------------------------|---|--------------------|--|
| 1. Сплошная толстая основная  |    | $s$                | Линии видимого контура; линии перехода видимые; линии контура сечения (вынесенного и входящего в состав разреза)   |
| 2. Сплошная тонкая            |    | От $s/3$ до $s/2$  | Линии контура наложенного сечения; линии размерные и выносные; линии штриховки; линии полки-выноски; линии для изображения пограничных деталей («обстановка»); линии ограничения выносных элементов; линии перехода воображаемые; следы плоскостей |
| 3. Сплошная волнистая         |    | От $s/3$ до $s/2$  | Линии обрыва; линии разграничения вида и разреза   |
| 4. Штриховая                  |    | От $s/3$ до $s/2$  | Линии невидимого контура; линии перехода невидимые   |
| 5. Штрихпунктирная тонкая     |    | От $s/3$ до $s/2$  | Линии осевые и центровые; линии сечений, являющиеся осями симметрии для наложенных и вынесенных сечений  |
| 6. Штрихпунктирная утолщенная |  | От $s/2$ до $2/3s$ | Линии, обозначающие поверхности, подлежащие термообработке или покрытию; линии для изображения элементов, расположенных перед секущей плоскостью («наложенная проекция»)   |

|                                   |   |                   |  |
|-----------------------------------|---|-------------------|--|
| 7.Разомкнутая                     |  | От $s$ до $1,5s$  | Линии сечений  |
| 8.Сплошная тонкая с изломом       |  | От $s/3$ до $s/2$ | Линии обрыва   |
| 9.Штрихпунктирная с двумя точками |  | От $s/3$ до $s/2$ | Линии сгиба на развертках; линии для изображения частей изделий в крайних или промежуточных положениях; линия для изображения развертки, совмещенной с видом |

