ВЫБОР НАИЛУЧШЕГО ВАРИАНТА МЕТОДОМ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Практическое занятие

Впервые методы линейного программирования для решения задач оптимизации производственных процессов, например, процессов загрузки станков и раскройки листов материалов, разработаны советским математиком Л.В. Канторо ем (1912-19

После второй мировой войны аналогичными задачами занялись в США.

В 1975 г. Т. Купманс (1910-1985, родился в Нидерландах, работал в США) и академик АН СС Р Л.В. Канторович были награждены Нобелевскими премиями по экономике.

Из всех задач оптимизации **задачи линейного программирования** выделяются тем, что в них ограничения - системы линейных неравенств или равенств. Ограничения задают выпуклые линейные многогранники в конечном линейном пространстве. Целевые функции также линейны.

Термин ***программирование*** в названии означает «обоснованную и заранее
заданную (запрограммированную) последовательность оптимизирующих действий». Прямого отношения к разработке компьютерных программ метод
не имеет.

Производственная задача №1

Цех может производить стулья и столы. Основные характеристики продукции и располагаемых ресурсов приведены в таблице:

Показатели	Стул	Стол
Расход материала (кг)	5	20
Трудозатраты (человеко-часов)	10	15
Удельная прибыль (руб.)	45	80
Ресурс трудозатрат (человеко-часов)	450	
Располагаемый запас материала (кг)	400	

чтобы получить максимальную прибыль?

Обозначим:

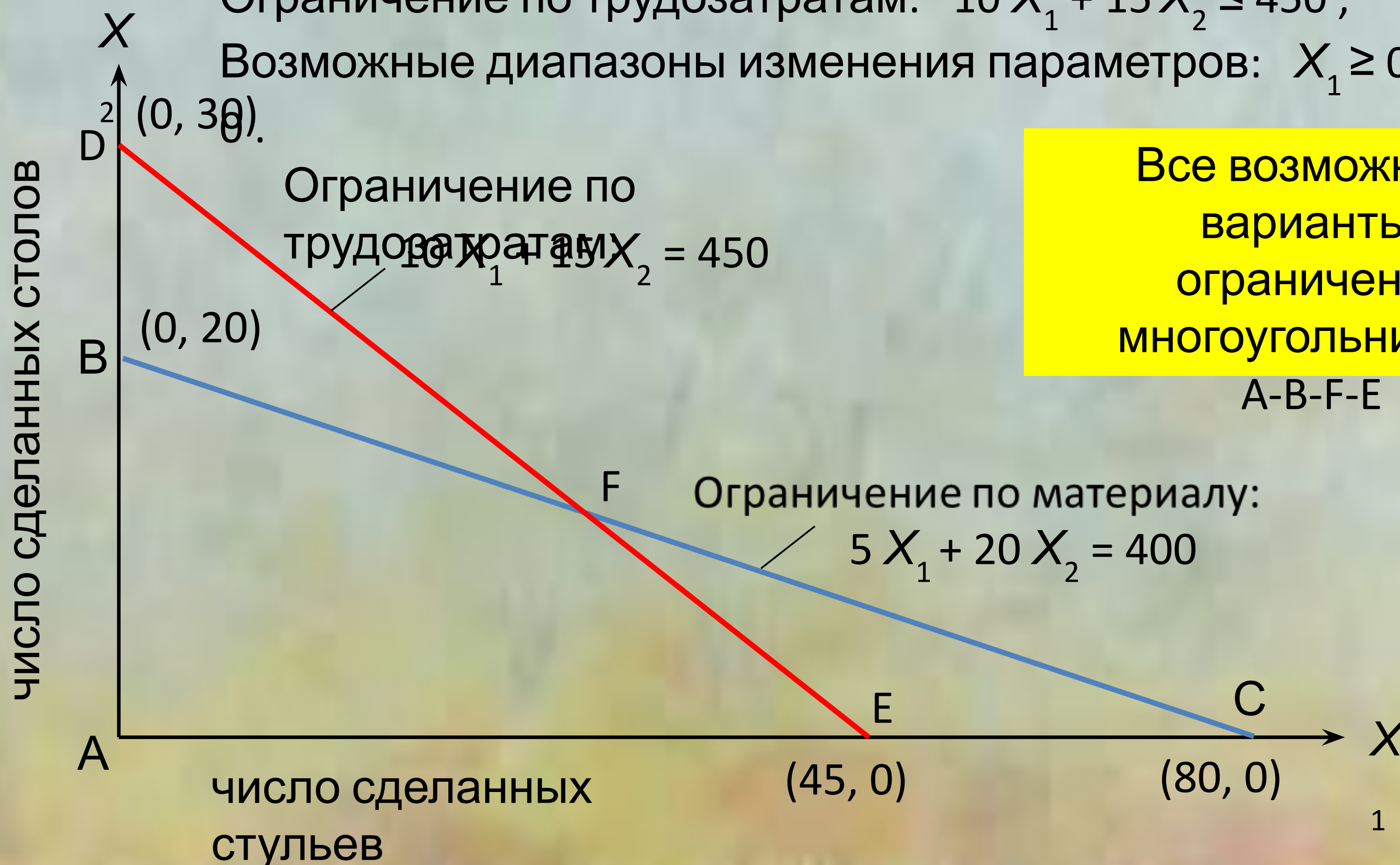
X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов.

Целевая функция: $45\,X_1 + 80\,X_2 \rightarrow \max$,

Ограничение по материалу: $5\,X_1 + 20\,X_2 \le 400$,

Ограничение по трудозатратам: $10\,X_1 + 15\,X_2 \le 450$,

Возможные диапазоны изменения параметров: $X_1 \ge 0$, $X_2 \ge 0$.



Все возможные варианты ограничены многоугольником

A-B-F-E

Обозначим:

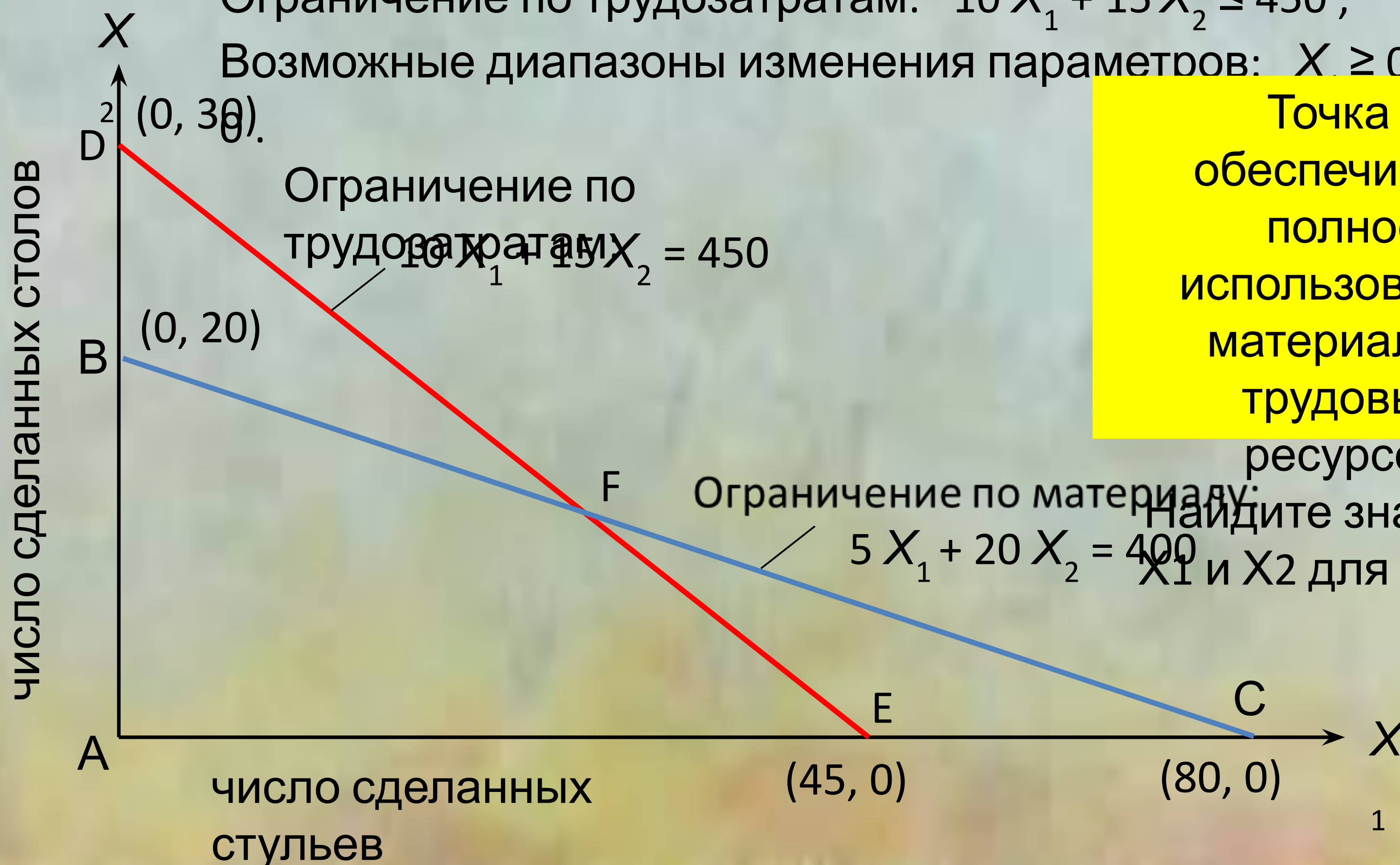
X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов.

Целевая функция: $45\,X_1 + 80\,X_2 \to \max$,

Ограничение по материалу: $5\,X_1 + 20\,X_2 \le 400$,

Ограничение по трудозатратам: $10\,X_1 + 15\,X_2 \le 450$,

Возможные диапазоны изменения параметров: $X_1 \ge 0$, $X_2 \ge 0$.



Точка F обеспечивает полное использование материала и трудовых ресурсов

Найдите значения X1 и X2 для точки F

Обозначим:

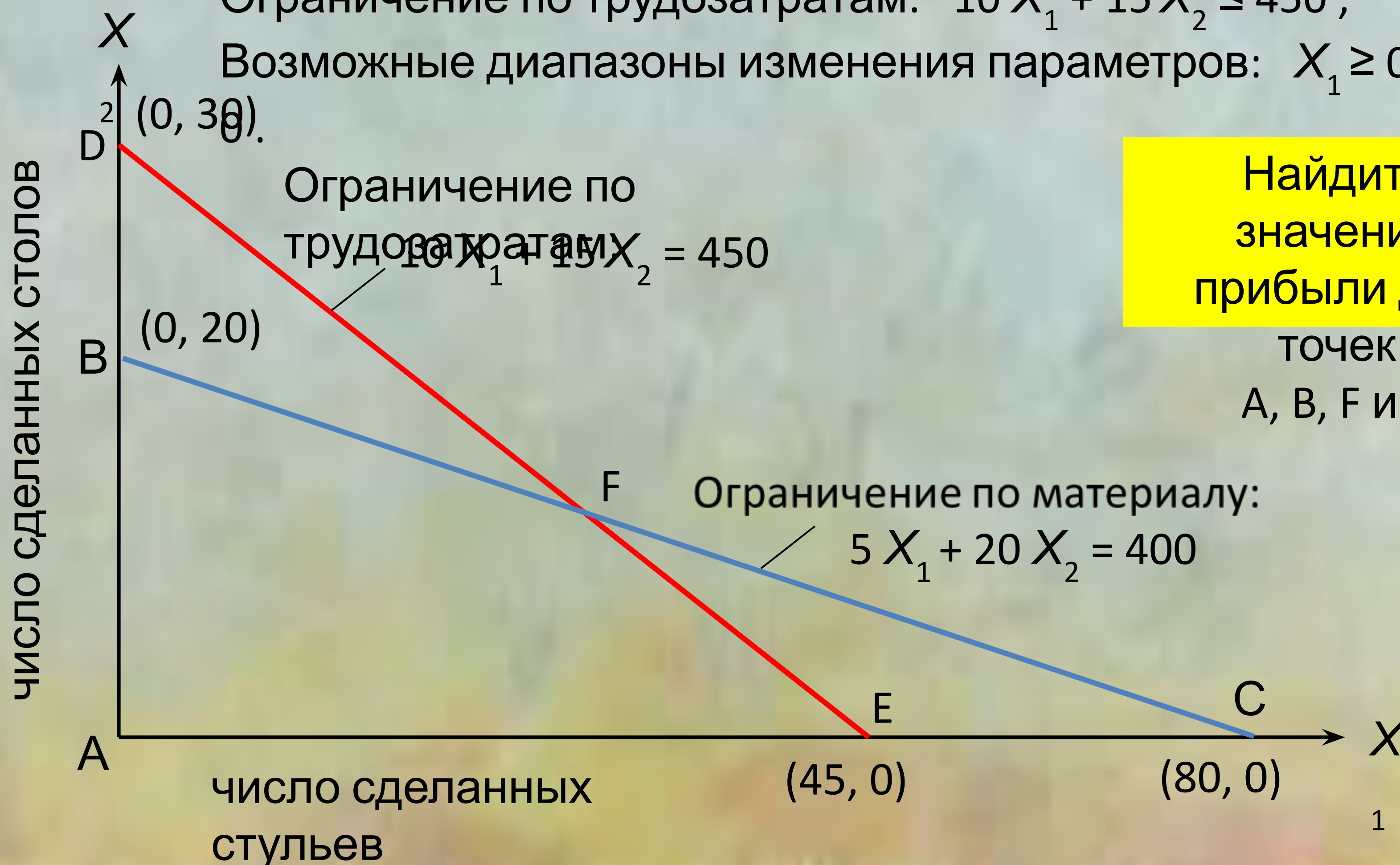
X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов.

Целевая функция: $45\,X_1 + 80\,X_2 \rightarrow \max$,

Ограничение по материалу: $5\,X_1 + 20\,X_2 \leq 400$,

Ограничение по трудозатратам: $10\,X_1 + 15\,X_2 \leq 450$,

Возможные диапазоны изменения параметров: $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$.



Найдите значения прибыли для точек A, B, F и E

Обозначим:

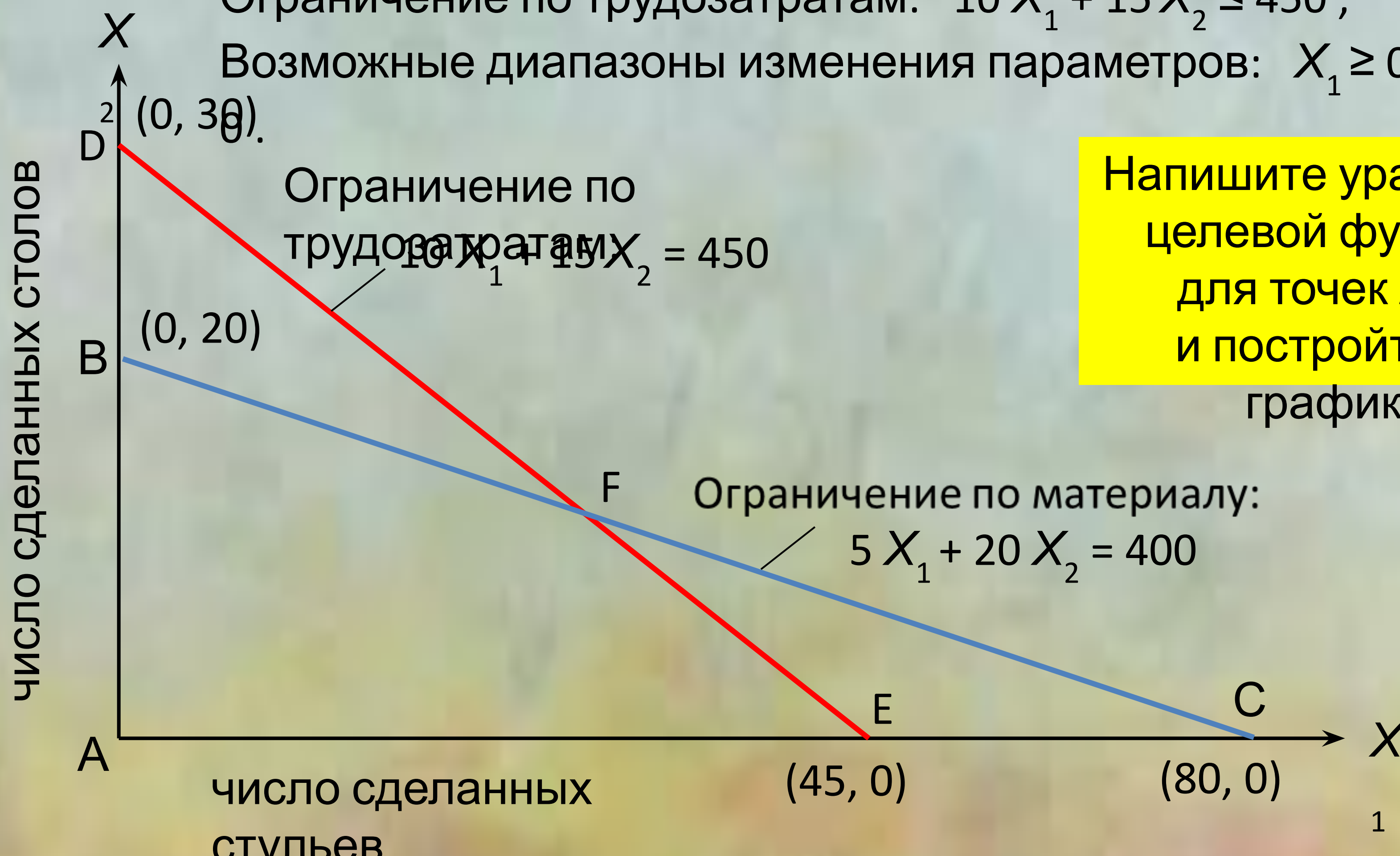
X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов.

Целевая функция: $45\,X_1 + 80\,X_2 \rightarrow \max$,

Ограничение по материалу: $5\,X_1 + 20\,X_2 \leq 400$,

Ограничение по трудозатратам: $10\,X_1 + 15\,X_2 \leq 450$,

Возможные диапазоны изменения параметров: $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$.



Напишите уравнения целевой функции для точек A и F и постройте их графики

Обозначим:

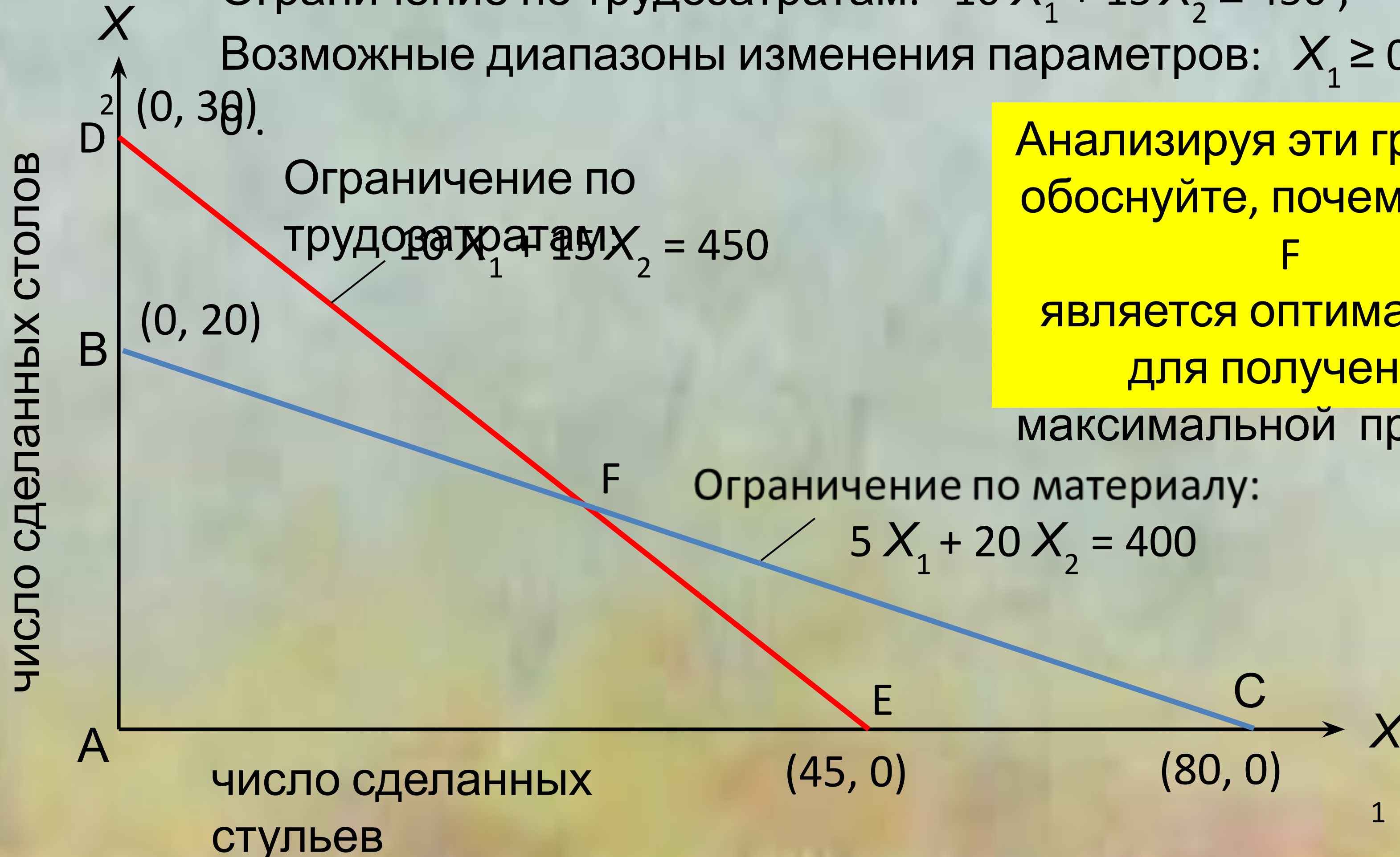
X_1 - число изготовленных стульев, X_2 - число сделанных столов.

Целевая функция: $45X_1 + 80X_2 \rightarrow \max$,

Ограничение по материалу: $5X_1 + 20X_2 \leq 400$,

Ограничение по трудозатратам: $10X_1 + 15X_2 \leq 450$,

Возможные диапазоны изменения параметров: $X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$.



Анализируя эти графики, обоснуйте, почему точка F является оптимальной для получения максимальной прибыли.