ИНФОРМАЦИЯ

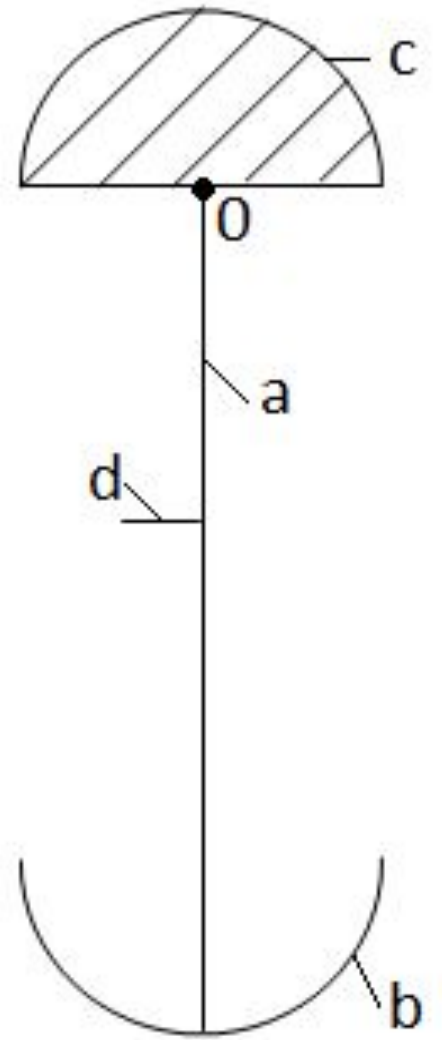
U:\phys\Для ФЗО\АСОИ571

Контрольная работа №1, ЧАСТЬ 2

"*Механические колебания*"

Вариант 999

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
Брестский государственный университет
Кафедра физики



Механические колебания»

Вариант 999

	K_1	K_2	K_3	*l*, м
1	5	3	12	1,1

Выполнил*:*
Студент гр. ПД-6
Факультета ИСЭ

Проверил:

Брест 2018 г.

Механические колебания

Физический маятник на рисунках 2.0-2.9 состоит из четырех элементов: 1) – тонкого стержня длиной *l*; 2) – сделанной из такого же по толщине и из такого же материала стержня полуокружности с диаметром или без него; 3) плоской пластинки в виде полукруга радиусом l/K1 ; 4) тонкого стержня из того же материала и той же толщины, но с длиной l/K2. Массы первых трех элементов одинаковы. Место прикрепления короткого стержня задайте самостоятельно. Система может колебаться вокруг горизонтальной оси О, показанной на рисунке.

С помощью тонкой нити, привязанной к концу короткого стержня, систему можно тянуть под углом α к горизонту влево или вправо в зависимости от расположения стержня на рисунке с силой $mg/K3$, где $m=2$ кг общая масса системы.

Выполнить следующие задания:

1. Определить расстояние от оси подвеса до центра масс системы.
2. Найти угол между стержнем длиной l и вертикалью, если система находится в положении равновесия в отсутствие нити, к которой приложена сила, равная $mg/K2$.

3. Найти угол между тем же стержнем и вертикалью при наличии указанной силы.
4. Считая угол отклонения системы от положения равновесия малым, найти потенциальную энергию системы в отклоненном от равновесия положении.
5. Найти момент инерции системы относительно оси подвеса.
6. При $t=0$ нить пережигают, и система начинает совершать колебания. Считая их малыми, написать уравнение колебаний. Найти период и частоту колебаний.
7. Найти приведенную длину физического маятника.

8. С помощью уравнения колебаний найти кинетическую энергию системы в момент прохождения равновесия и используя результат п. 4 убедиться в выполнении закона сохранения механической энергии.

9. В некоторый момент времени, задаваемый самостоятельно, короткий стержень без толчка отделяется от системы. Написать уравнение новых колебаний, сохранив первоначальное начало отсчета времени.

Решение.
Определим косвенно заданные величины: Масса четвертого стержня m4=m1/K2=m1/2. Массы элементов определятся из равенства:
m1+m2+m3+m4=2 кг. 3.5 m1=2 кг, откуда

$$\boldsymbol{m1=m2=m3=0.571\ кг.} \qquad (1)$$

$$\boldsymbol{m4=0.2857\ кг.} \qquad (2)$$

Радиус второго элемента найдется из условия идентичности его материала материалу стержня l1 и равенства их масс.
Следовательно, длина второго элемента, состоящего из полуокружности и диаметра равна длине *l1. πR2+2R=l1*, откуда

$$\boldsymbol{R2=l1/(\pi+2) = 0.194\ м.} \qquad (3)$$

1. *Определить расстояние от оси подвеса до центра масс*. Поместим начало координат в точку подвеса – O. Вертикальную ось обозначим Y, горизонтальную – X. Радиус-вектор центра масс определяется равенством:

$$\vec{r}_c = \frac{\vec{r}_{c1}m_1 + m_2\vec{r}_{c2} + \vec{r}_{c3}m_3 + \vec{r}_{c4}m_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \qquad (1.1)$$

Где r_{ci} и m_i – радиус-векторы и массы имеющихся четырех элементов системы. Центры масс первых трех элементов, очевидно, лежат на оси Y. Найдем их.

Первый элемент – однородный стержень. Его центра масс находится на его середине.

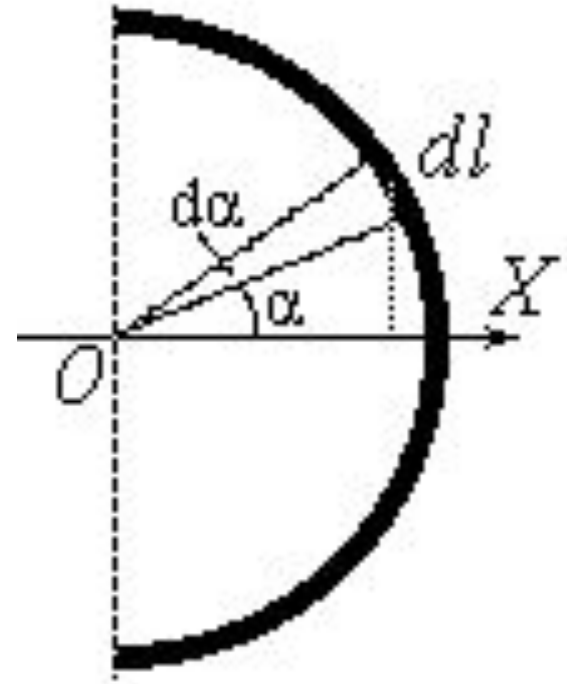
Следовательно, $\boldsymbol{y_1=-l/2=-0.5}$м

Второй элемент составной. Он состоит из полуокружности и диаметра. Его центр масс определится формулой

$$\vec{r}_{c2} = \frac{\vec{r}_{c21} m_1 + \vec{r}_{c22}}{m_{21} + m_{22}} \qquad (1.2)$$

В которой r_{c21} и m_{21} – радиус вектор центра масс полукольца, а r_{c22} и m_{22} – те же величины стержня диаметра. Очевидно центр масс стержня лежит на его середине. Вычислим положения центра масс полукольца. Это удобно сделать относительно центра кольца, как показано на рисунке.

Для вычисления ЦМ полукольца возьмем локальную систему координат с осью X, не имеющую отношения к системе координат, выбранной для решения всей задачи.



Из соображений симметрии ясно, что центр масс полукольца находится на локальной оси X. Его локальная координата x определится общей формулой координаты центра масс:

$$x_{21} = \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} R_2 \cos(\alpha) \rho dl}{m_{21}} \qquad (1.3)$$

Произведение ρdl – это элемент массы (ρ – линейная плотность материала), $R\cos(\alpha)$ – x-овая координата элемента массы. Масса всего полукольца обозначена через m_{21}. Подставим $dl=Rd\alpha$, тогда:

$$x_{21} = \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} R^2 \cos\alpha(\alpha)\rho d\alpha}{m_{21}} = \frac{\rho R_2^2 \left(\sin(\alpha) \mid_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \right)}{m_{21}}$$

$$= \frac{\rho R_2^2 2}{m_{21}} = \frac{2R_2}{\pi} \qquad (1.4)$$

Учтено, что $m_{21} = \rho\pi R_2$. Таким образом центр масс полукольца находится на расстоянии $2R/\pi$ от его центра.

Для нахождения положения центра масс полукольца с диаметральным стержнем необходимы их массы. Нам же известна только общая их масса $m_2=m_{21}+m_{22}$. Конечно вычислить m_{21} и m_{22} очень просто, поскольку они сделаны из одинакового материала. Поэтому их массы относятся как их длины: $m_{21}/m_{22}=\pi/2$. Используя это найдем:

$$\boldsymbol{m_{21}=m_2\pi/(2+\pi)=0.349\ кг,} \qquad (1.5)$$

$$\boldsymbol{m_{22}=2m_2/(2+\pi)=0.222\ кг.} \qquad (1.6)$$

Теперь определится положение центра масс всего второго элемента – полукольца с диаметром. В локальной системе координат с началом в центре полукольца мы получим:

$$x_2 = \frac{x_{21}m_{21} + x_{22}m_{22}}{m_{21} + m_{22}} = \frac{\frac{2R_2}{\pi}m_{21} + 0 * m_{22}}{m_2} = 0.0755 \text{ м} \qquad (1.7)$$

В общей для задачи системе координат второй элемент имеет центра масс на оси Y и имеет координату

$$\boldsymbol{y_2 = -l - R_2 + x_2 = -1,118 \text{ м.}}$$

Третьим элементом является полу диск. Для вычисления его центра тяжести используем локальную систему координат, центр которой совпадает с центром полукруга. Положение центра масс полукольца определено нами в предыдущем пункте (x=2R/π). Представим полу диск как сумму полуколец. Тогда положение его центра масс определится формулой:

$$x_3 = \frac{\int_0^{R_3} \frac{2r}{\pi} dm}{m_3} \tag{1.8}$$

Где r – радиус текущего полукольца, dm – его масса, которую можно выразить через поверхностную плотность: dm=ρ*πr*dr.

После подстановки в формулуполучим:

$$x_3 = \frac{\int_0^{R_3} 2r^2 \rho dr}{m_3} = \frac{2\rho R_3^3}{3m_3} = \frac{4R_3}{3\pi} \qquad (1.9)$$

В последнем равенстве учтено, что $m_3=\pi R_3^2/2$.

Теперь определится положение центра масс третьего элемента в глобальной системе координат:

$$\boldsymbol{y_3=R_3-x_3 = R3(1-4/3\pi)=0.144 \text{ м.}} \qquad (1.10)$$

Четвертый элемент стержень длиной 0.5 м, прикрепленный к вертикальному стержню на расстоянии h=0.5 м. Его центр масс будет иметь координаты **x4=-0.25 м y4=-0.5 м.**

Теперь определим координаты центра масс всей системы:

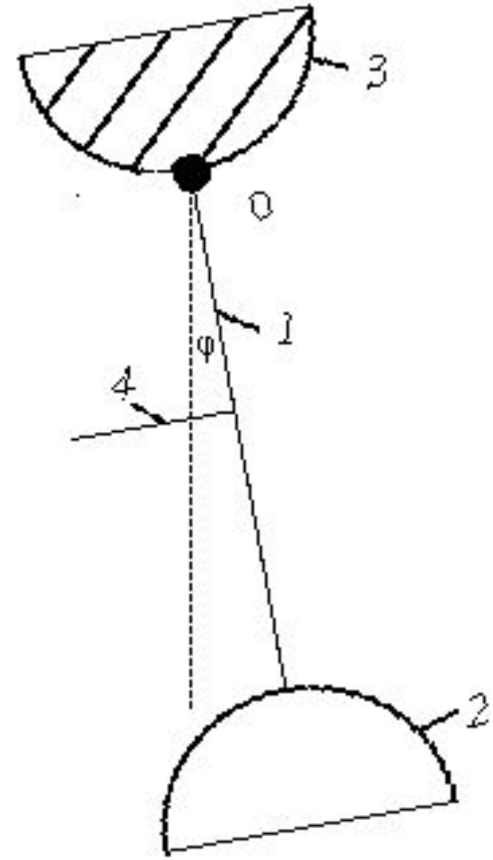
$$\boldsymbol{x_c} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + x_4 m_4}{m} = \frac{x_4 m_4}{m} = -\boldsymbol{0,0357}\text{ м } (1.11)$$

$$\boldsymbol{y_c} = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3 + y_4 m_4}{m} = -\boldsymbol{0,49225}\text{ м } (1.12)$$

Обозначим расстояние от си вращения до центра масс

через $\boldsymbol{R} = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} = \boldsymbol{0.494}\text{ м}$ (1.14).

Определим угол между вертикалью (осью Y) и стержнем l1. Система под действием силы тяжести расположится так, что ее центр масс будет находится на вертикали, проведенной из оси подвеса, как показано на рисунке. Угол наклона определим через тангенс:



$$\boldsymbol{tg(\varphi)=x_c/y_c=0.0725.} \qquad (2.1)$$

Учитывая, что для малых углов значение тангенса близко к значению угла, можно заключить, что угол наклона будет равен

$$\boldsymbol{\varphi=0.0725\ рад=4.15}\ \text{град.} \qquad (2.2)$$