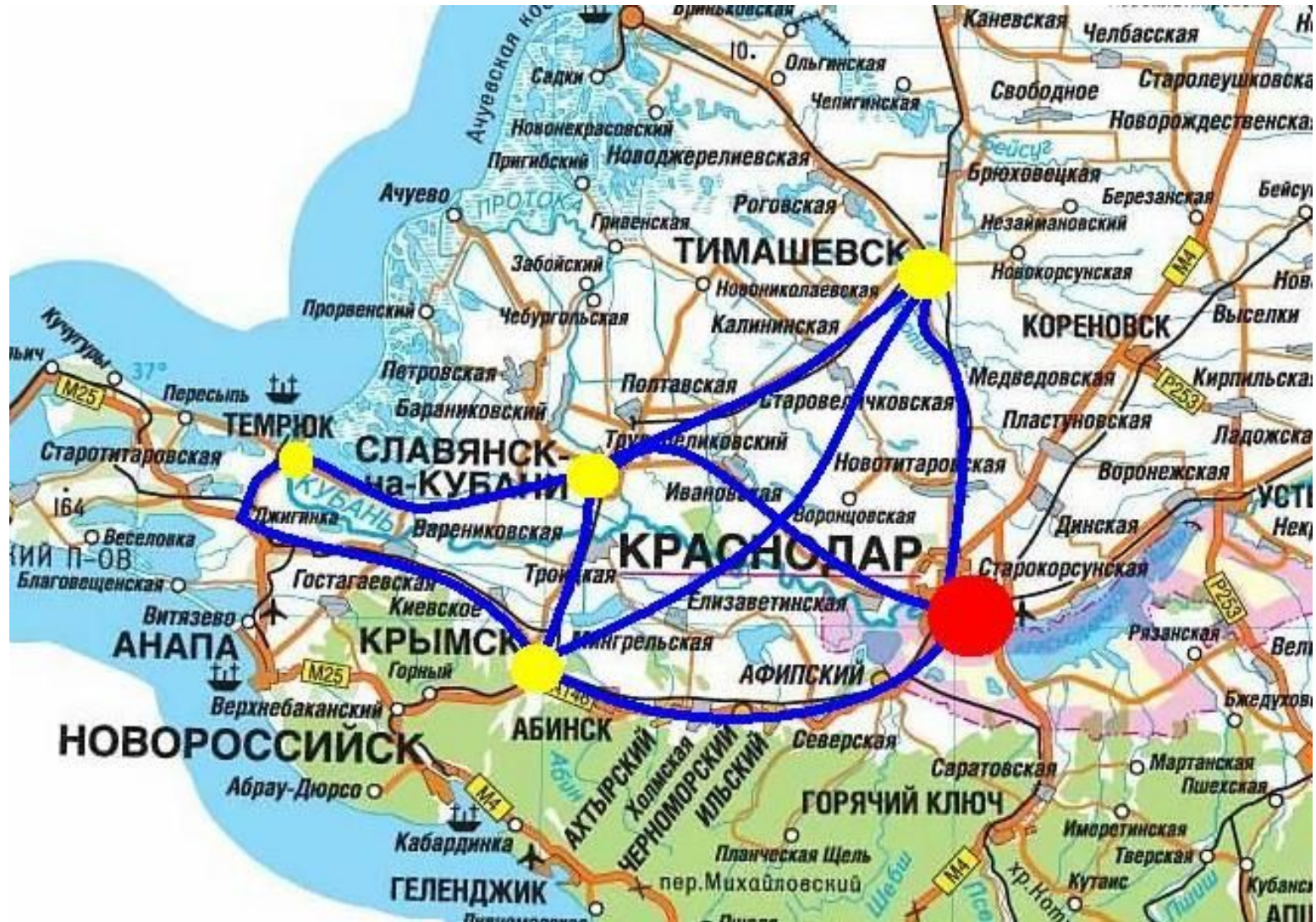


# Теория графов

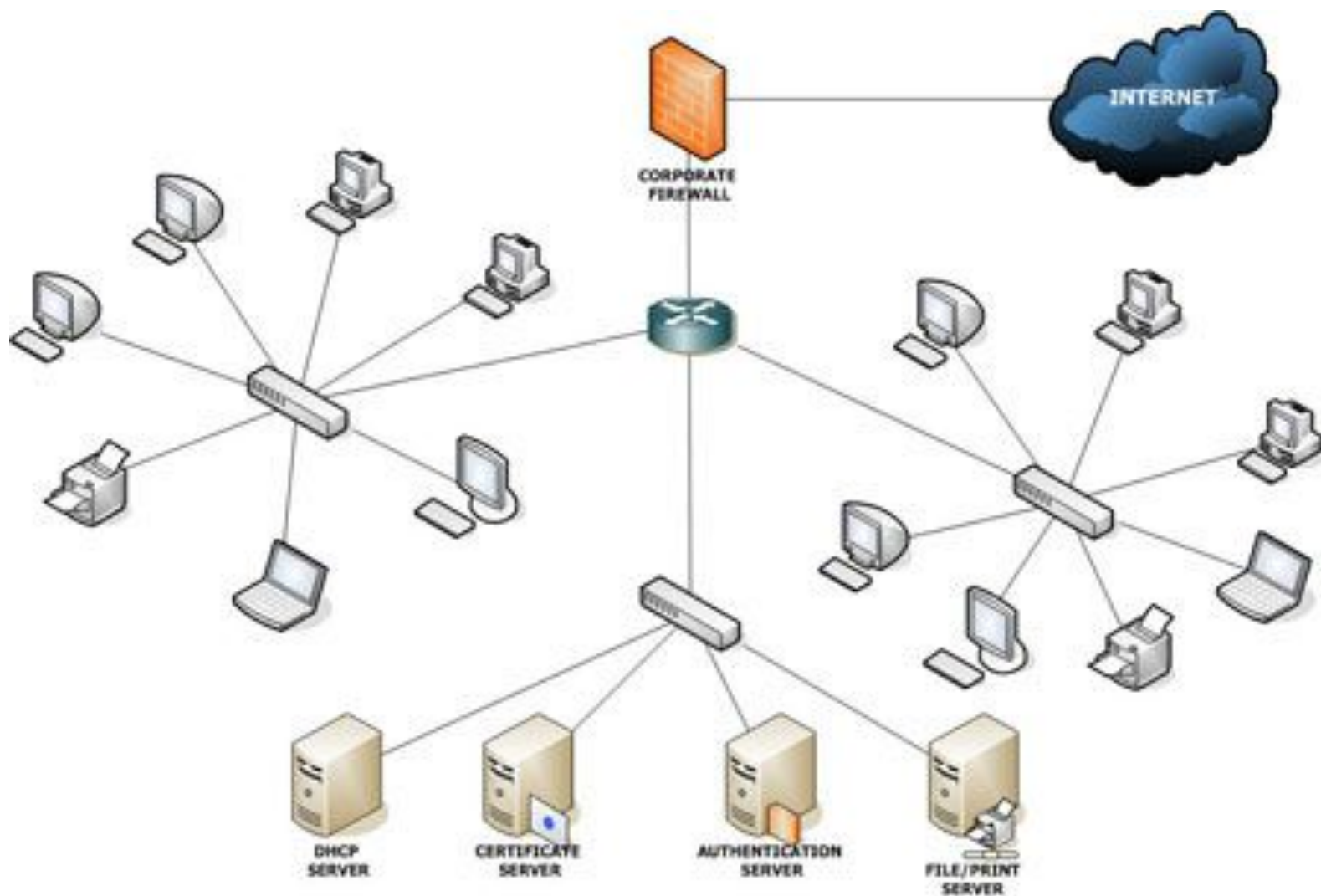
# Примеры применения графов в реальной жизни



# Примеры применения графов в реальной жизни



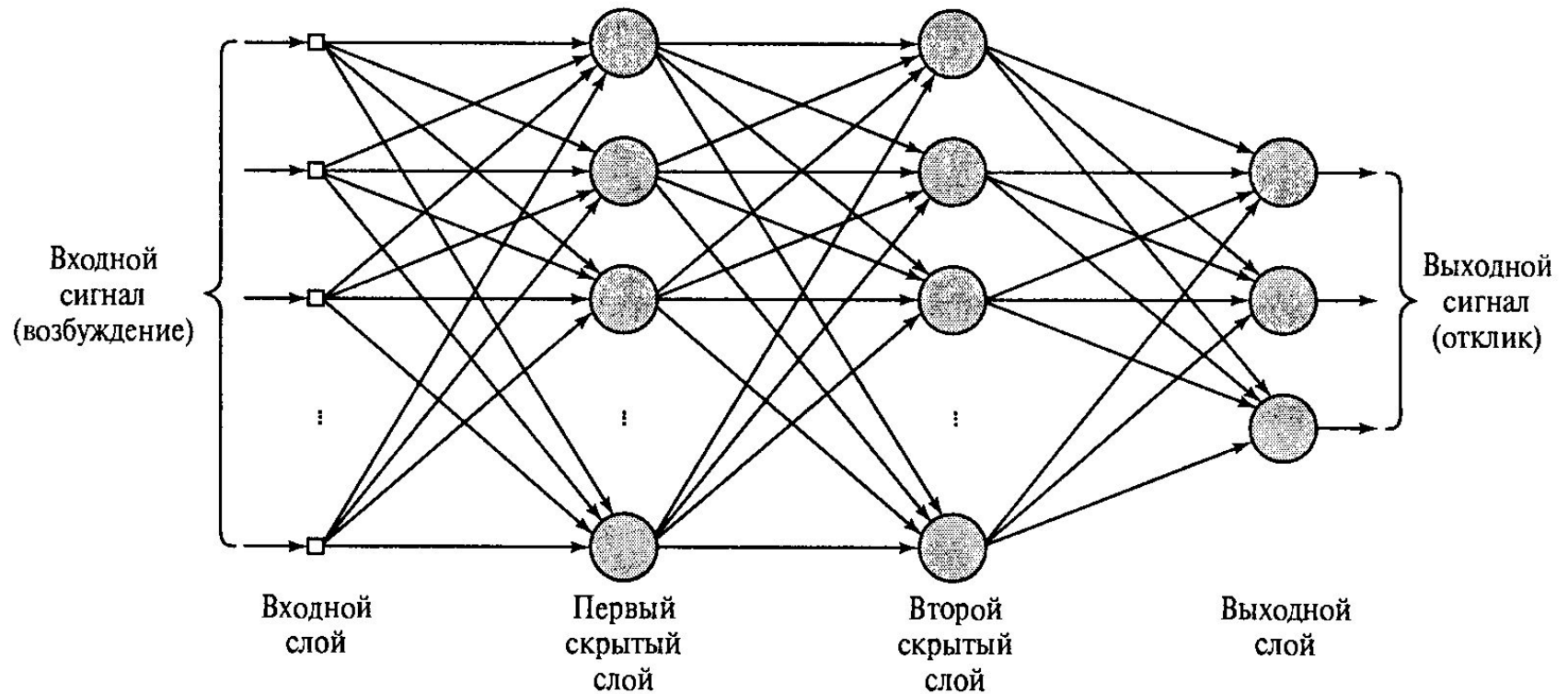
# Примеры применения графов в реальной жизни



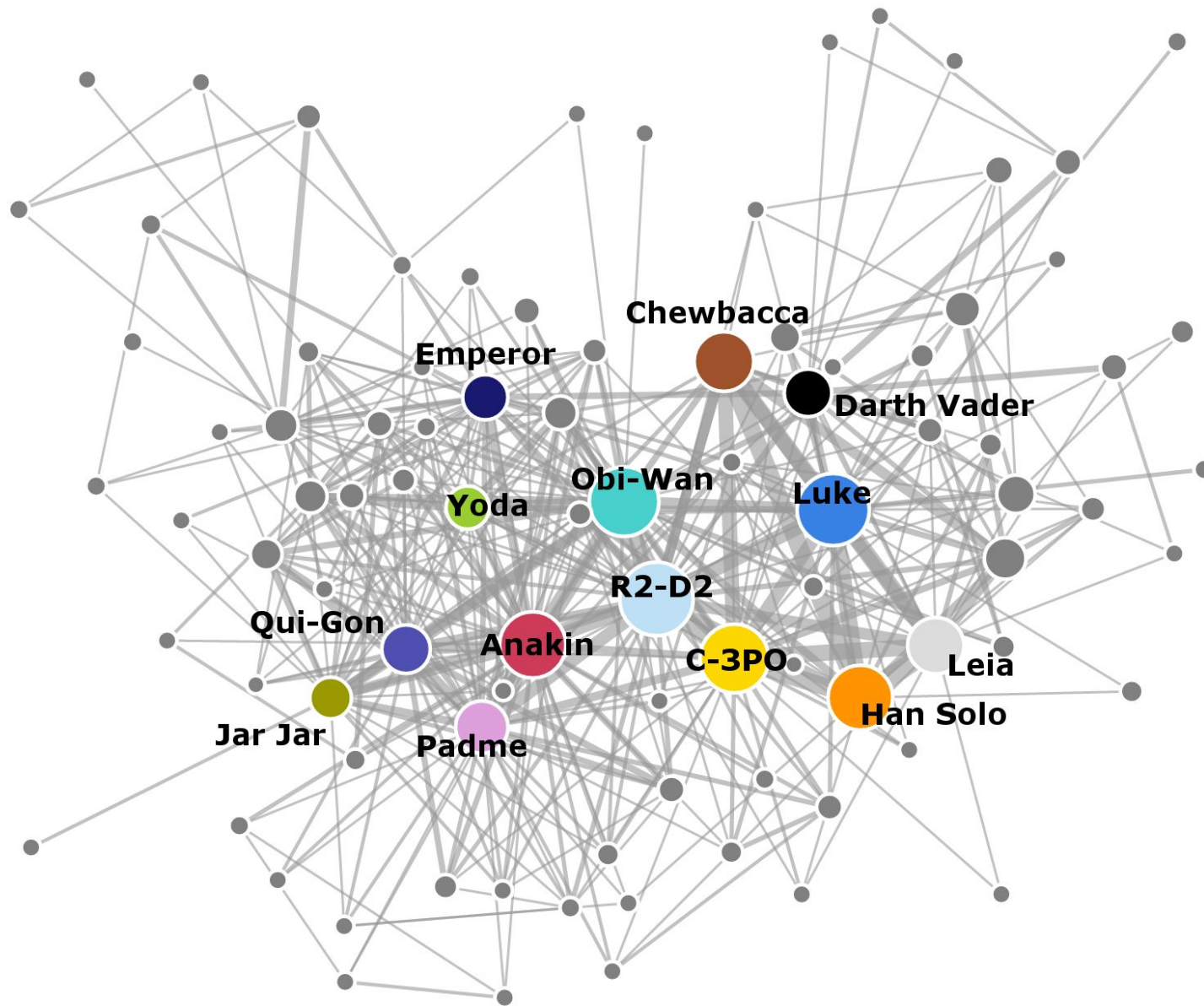
# Примеры применения графов в реальной жизни



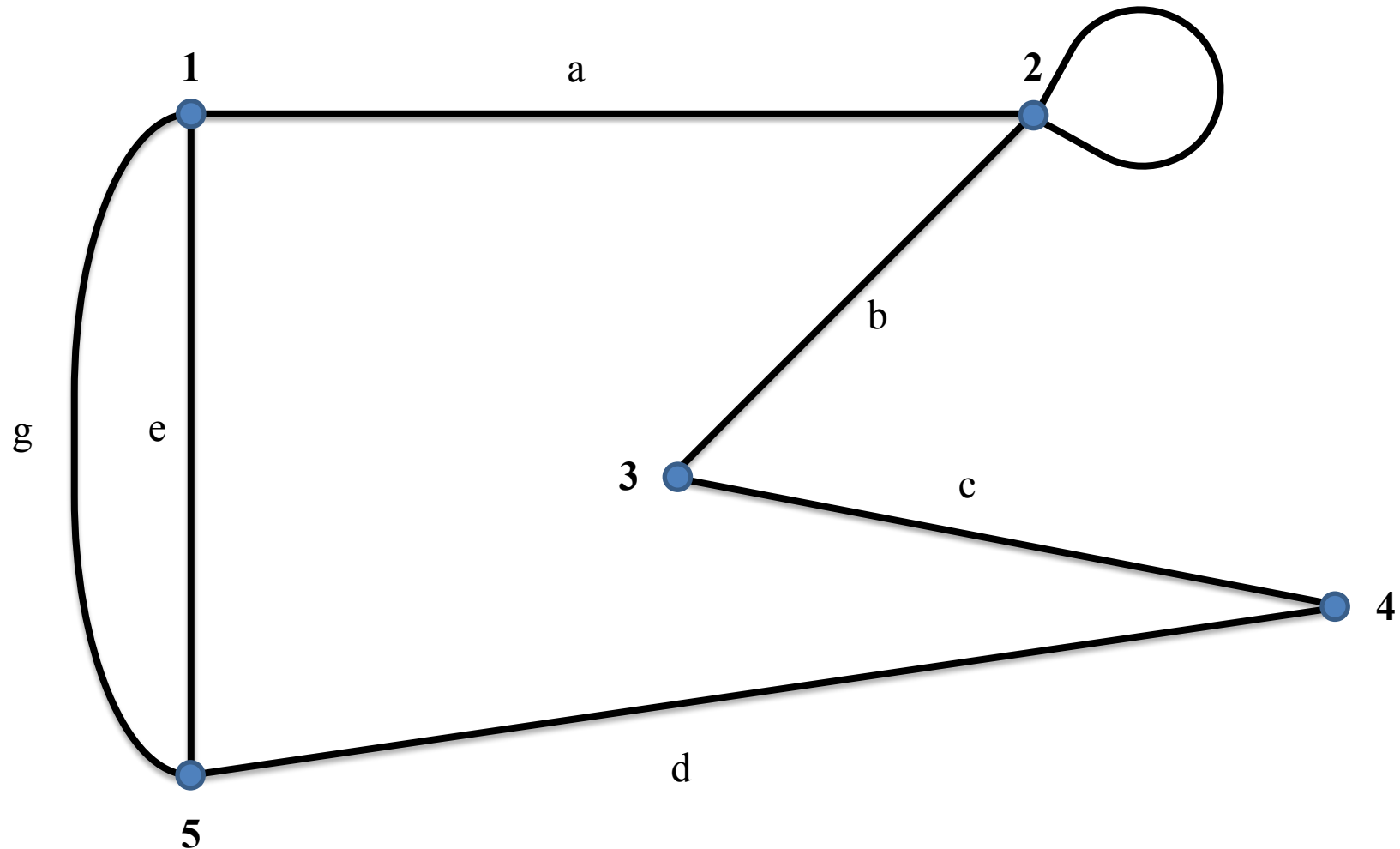
# Примеры применения графов в реальной жизни



# Примеры применения графов в реальной жизни

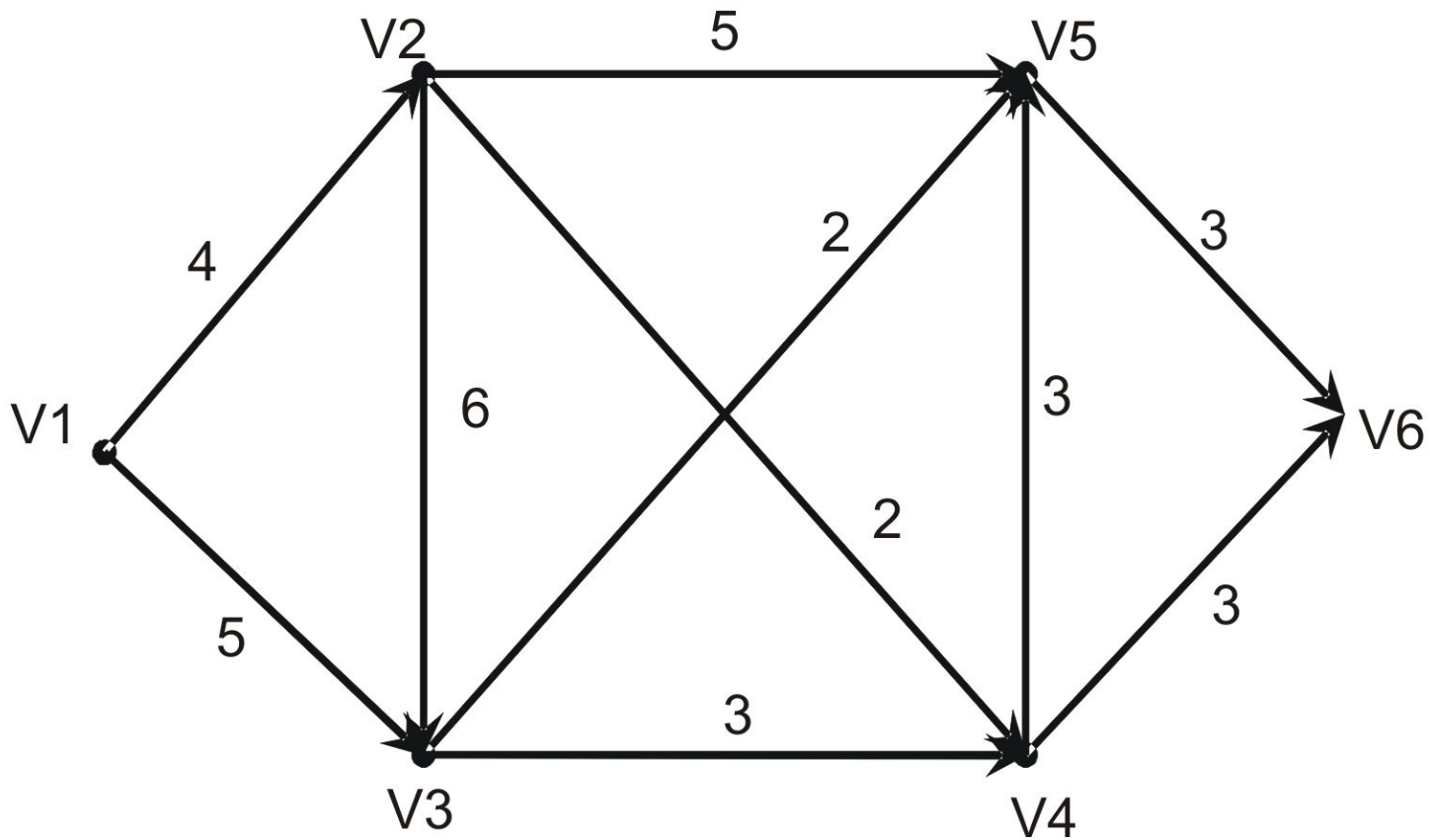


**Граф** – конечное множество вершин и множество ребер



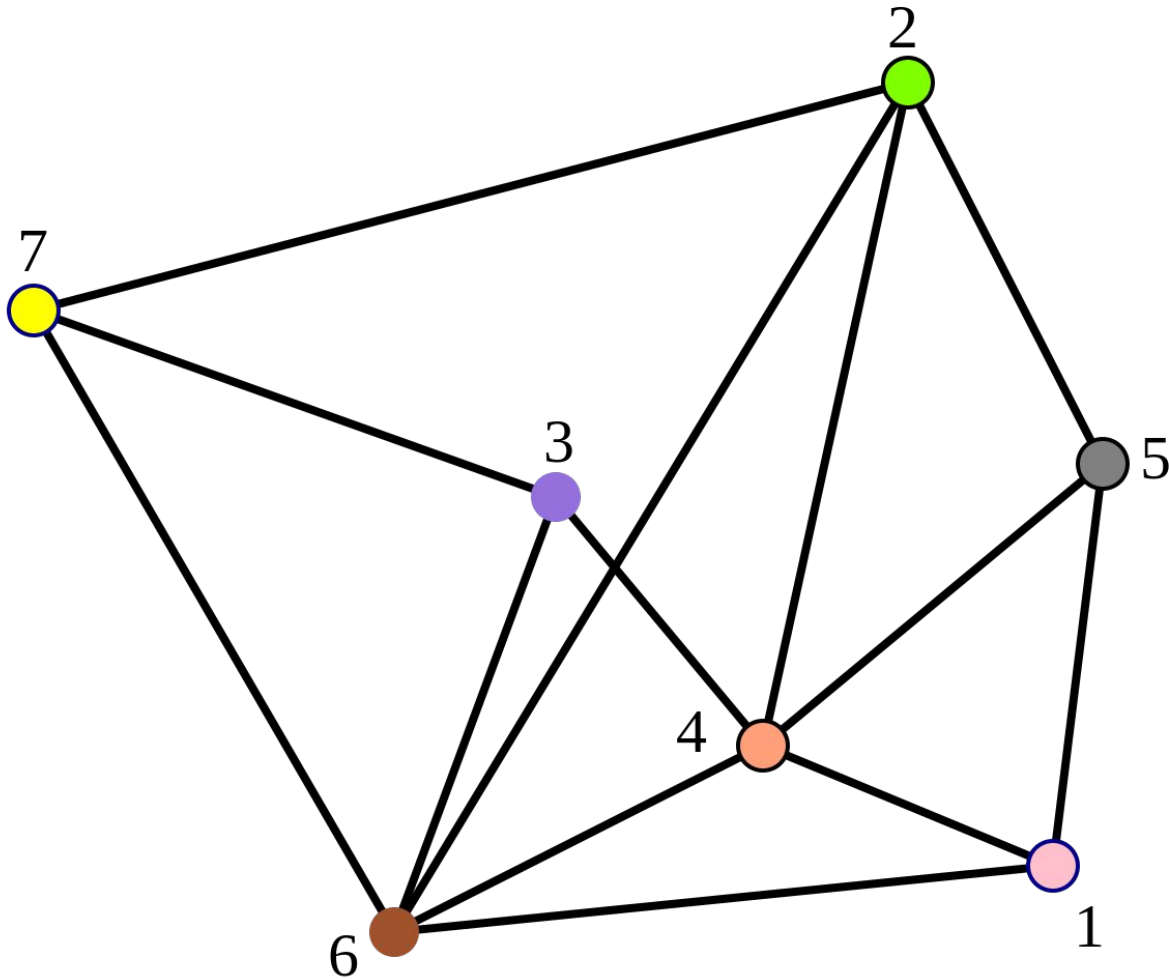


# Ориентированный граф



# Первая теорема теории графов

Сумма степеней всех вершин равна удвоенному числу ребер в графе



## **Задача**

Найти максимальное число ребер в простом графе, если у него  $n$  вершин

## Задача

Найти максимальное число ребер в простом графе, если у него  $n$  вершин

## Решение:

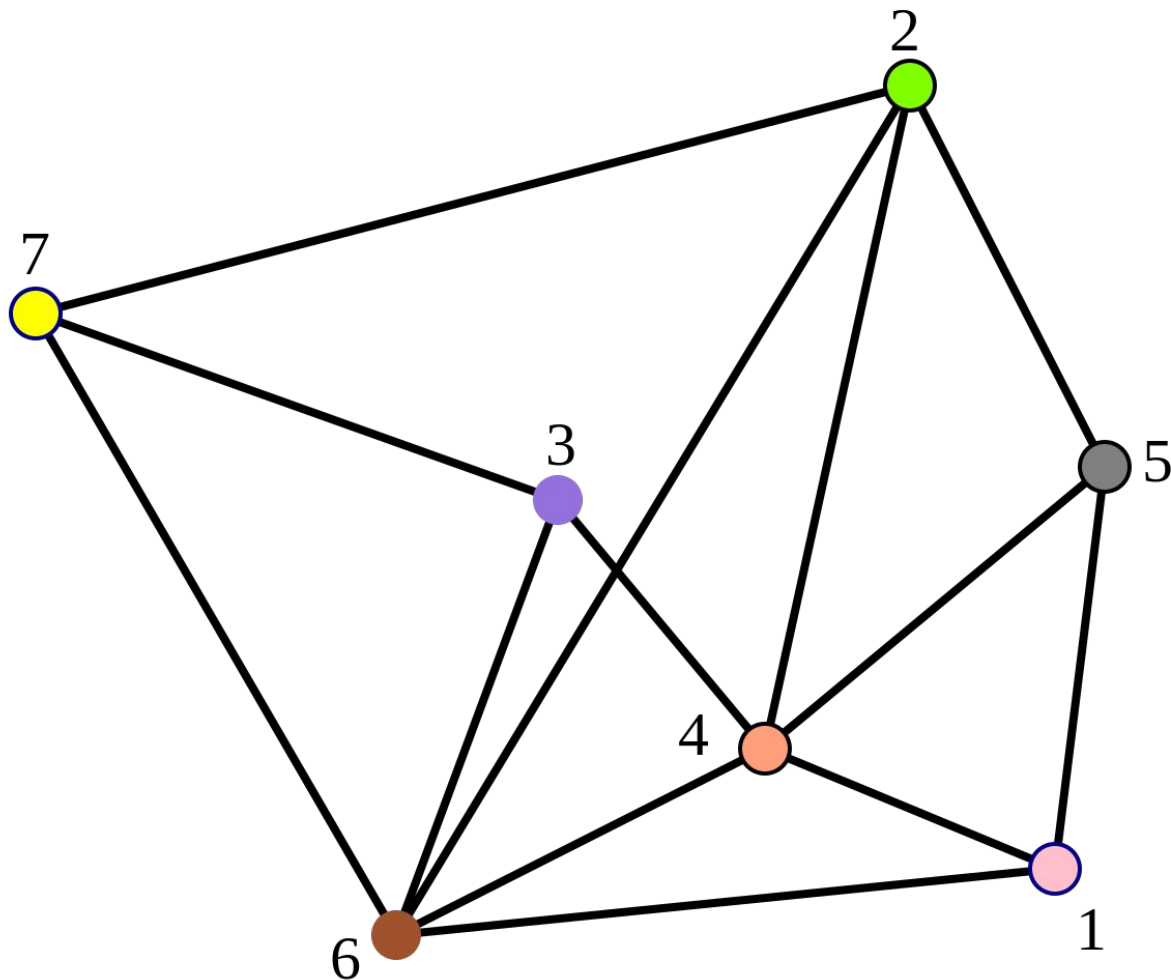
$M$  – число ребер

$$2 * M = n * (n - 1)$$

$$M = \frac{n * (n - 1)}{2}$$

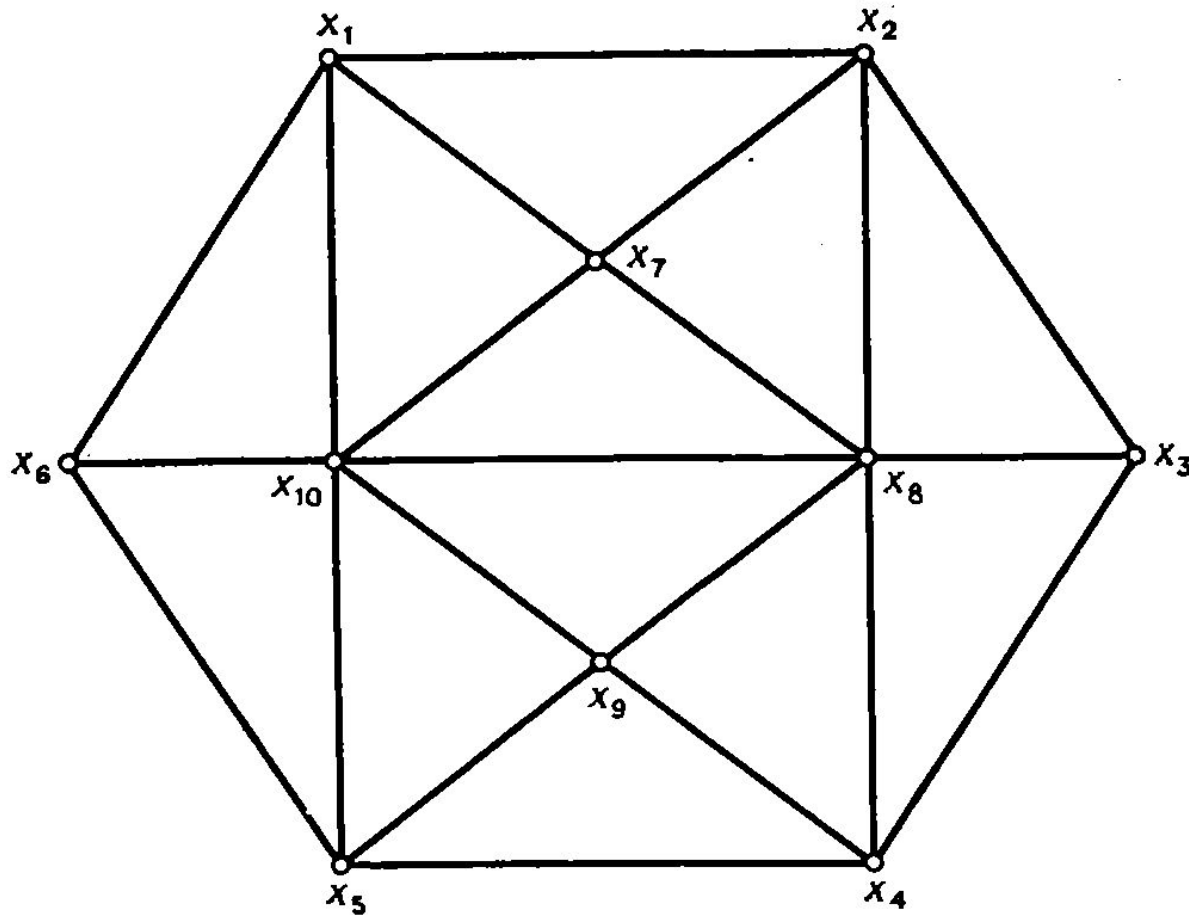
## «Лемма о рукопожатиях»

В любом графе число вершин нечетной степени - четно



## «Лемма о рукопожатиях»

В любом графе число вершин нечетной степени - четно



## Задача

Какая из представленных числовых последовательностей может быть последовательностью степеней вершин графа

1) 2 2 2 1

2) 3

3) 5 2 2 1

4) 8 6 5 4 4 4 4 4 4 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

5) 2

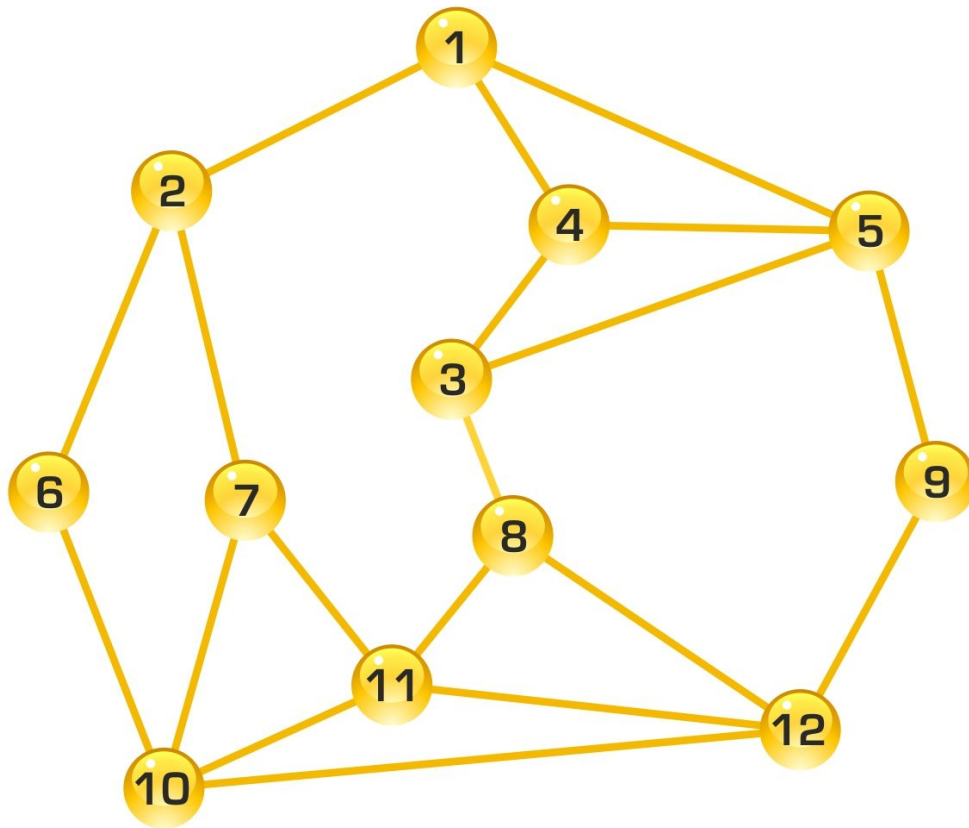
6) 8 6 5 4 4 4 4 4 4 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

7) 5 4 3 3

8) 2 2 1 1

## Путь в графе

– это последовательность ребер, в которой конец одного ребра является началом следующего ребра



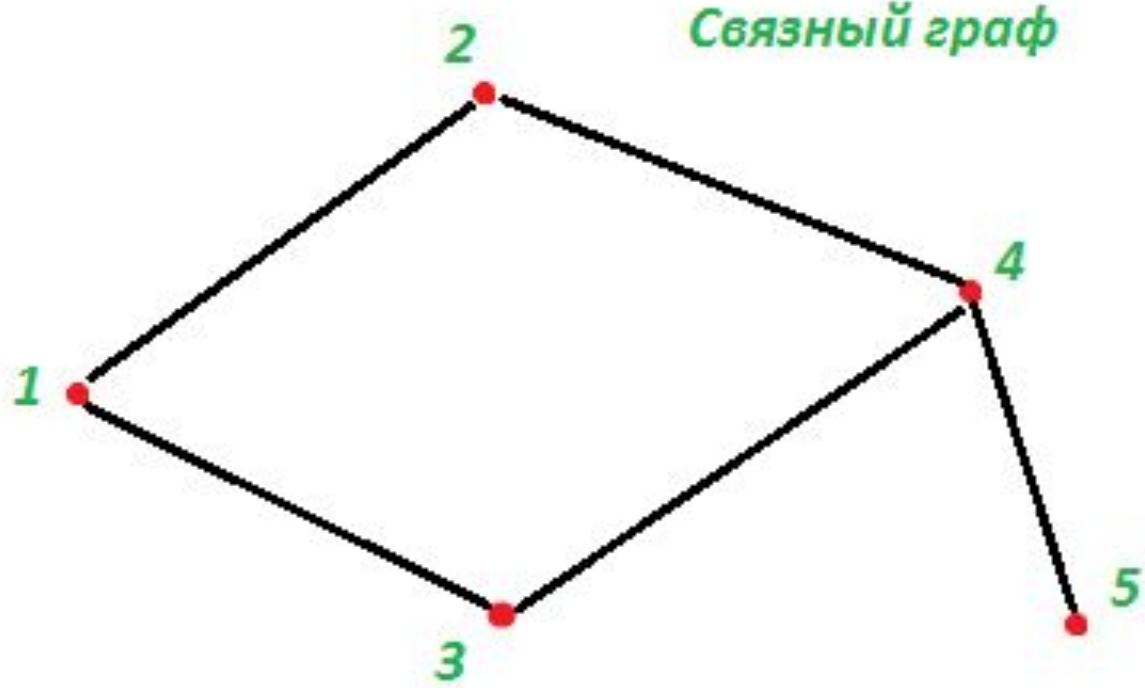


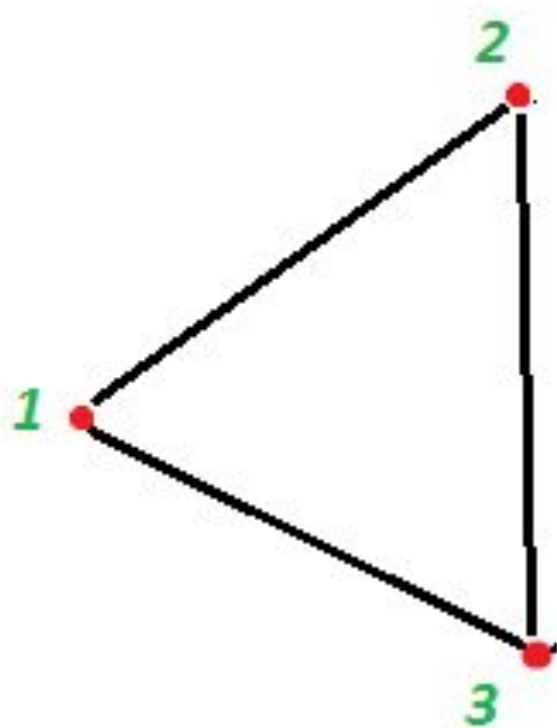
# Связный граф

Граф называется **связным** если между любыми двумя его вершинами существует маршрут. В противном случае граф называется несвязным.

Любой несвязный граф состоит из нескольких связных графов, каждый из которых называется **компонентой связности графа**. В частности у связного графа ровно одна компонента связности.

Связный граф

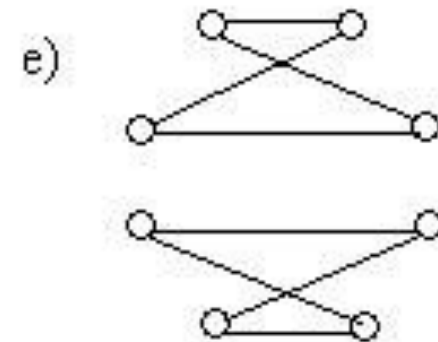
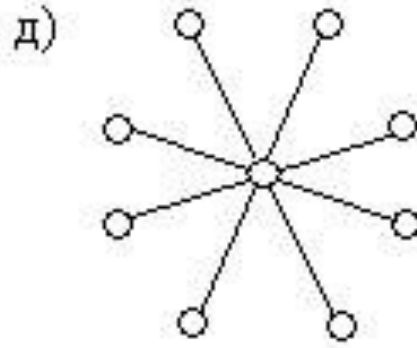
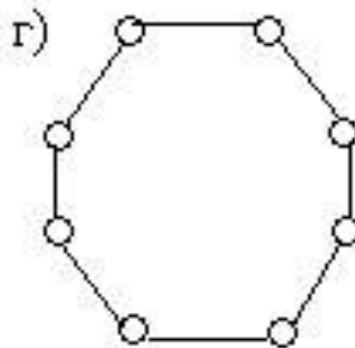
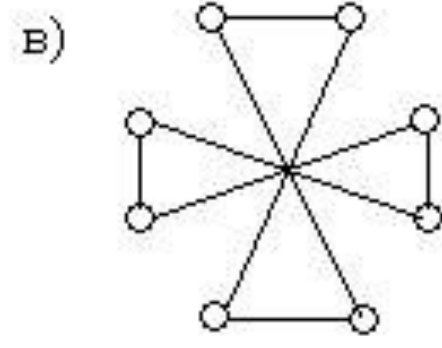
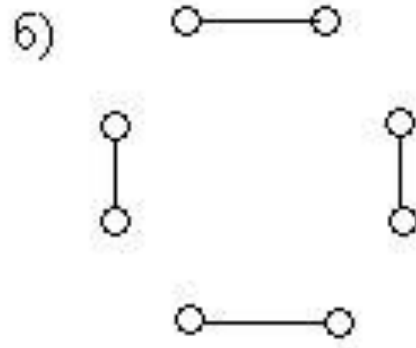
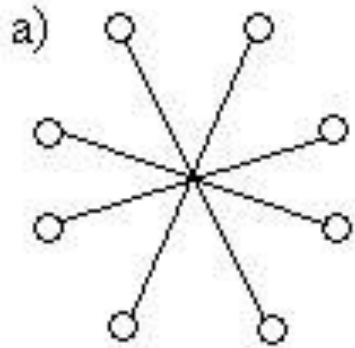




*Граф с двумя  
компонентами  
связности*



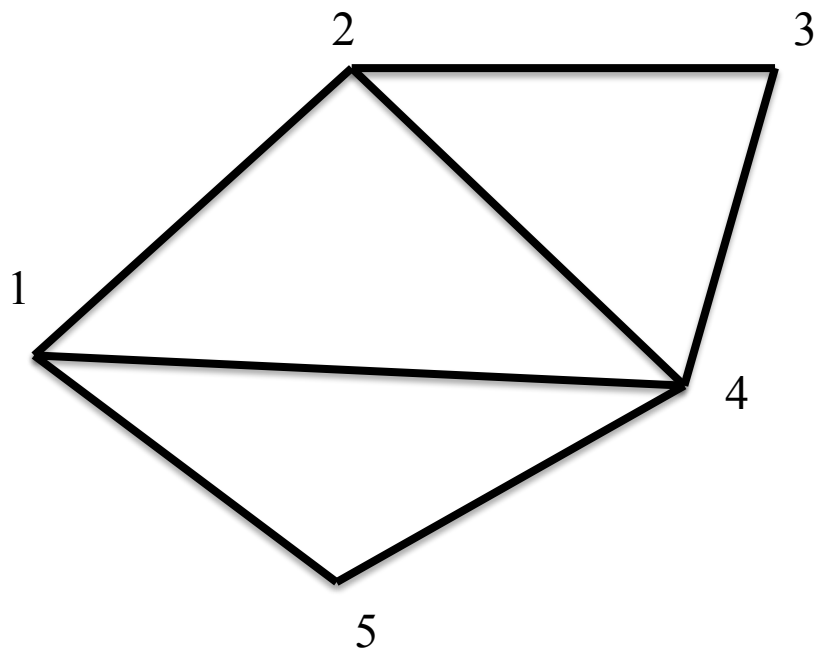
# Определите, какие графы являются связными, а какие нет



# **Способы задания графа в памяти ПК**

# Матрица смежности

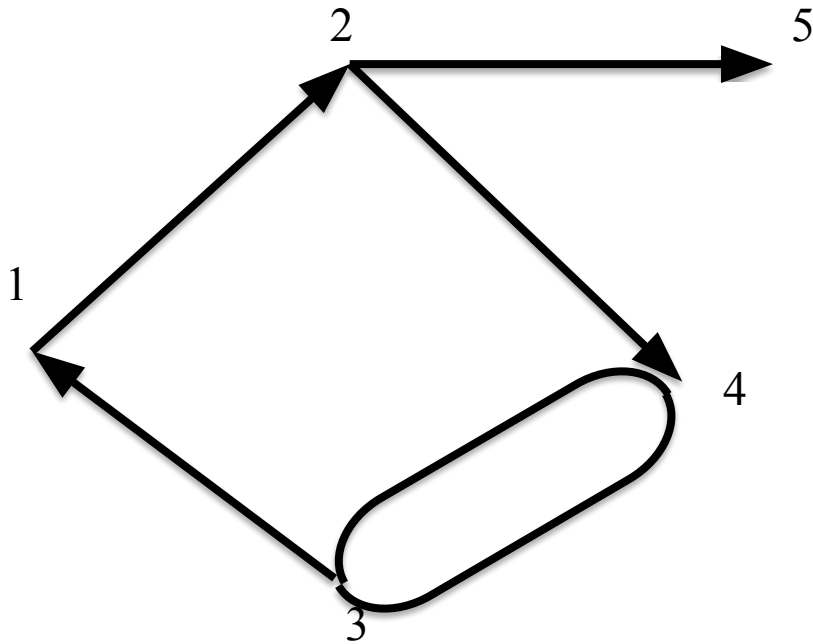
## Неориентированный граф



	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0	1	1	1	0
<b>2</b>	1	0	0	1	1
<b>3</b>	1	0	0	1	0
<b>4</b>	1	1	1	0	1
<b>5</b>	0	1	0	1	0

# Матрица смежности

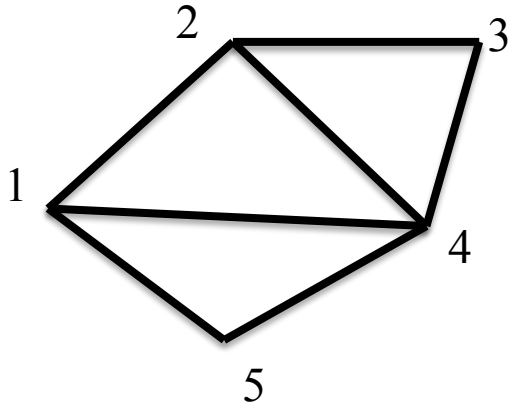
## Ориентированный граф



	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	0	1	0	0	0
<b>2</b>	0	0	0	1	1
<b>3</b>	1	0	0	1	0
<b>4</b>	0	0	1	0	0
<b>5</b>	0	0	0	0	0

## Списки смежности

Для каждой вершины хранится список  $w[i]$  смежных с ней вершин



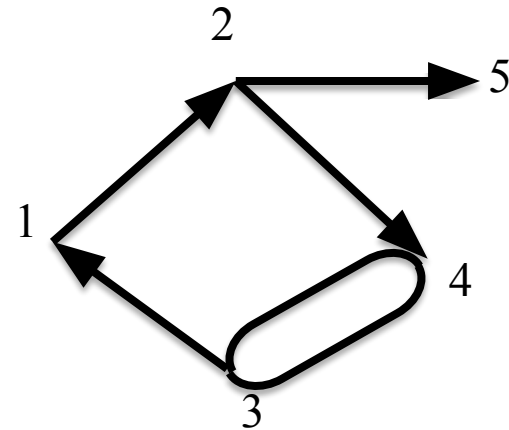
$$w[1]=[2, 3, 4]$$

$$w[2]=[1, 4, 5]$$

$$w[3]=[1, 4]$$

$$w[4]=[1, 2, 3, 5]$$

$$w[5]=[2, 4]$$



$$w[1]=[2]$$

$$w[2]=[4, 5]$$

$$w[3]=[1, 4]$$

$$w[4]=[1, 3]$$

$$w[5]=[ ]$$



# Способы задания графа в Python

## **Задача №1 к §45**

Напишите программу, которая строит списки смежности для каждой вершины графа на основе его матрицы смежности.

### **Входные данные**

В первой строке вводится количество вершин графа  $N$  ( $1 \leq N \leq 1000$ ). В следующих  $N$  строках записано по  $N$  чисел, разделённых пробелами – элементы матрицы смежности графа.

### **Выходные данные**

Программа должна вывести списки смежности для каждой вершины графа в порядке возрастания их номеров. Номера вершин в каждом списке разделены пробелами. Нумерация начинается с единицы. Если из вершины не выходит ни одно ребро, вместо списка нужно вывести число 0.

```
n=int(input())
ms=[[0] * n for i in range(n)]
for i in range(n):
    m=map(int,input().split())
    ms[i]=list(m)
for i in range(n):
    count=0
    for j in range(n):
        if ms[i][j]==1:
            print(j+1,end=' ')
            count+=1
    if count==0:
        print(0,end=' ')
    print(sep=' ')
```

## **Структуры данных и алгоритмы/Алгоритмы на графах/1. Основные понятия. Способы задания графов**

В галактике "Milky Way" на планете "Neptune" есть  $N$  городов, некоторые из которых соединены дорогами. Император "Maximus" галактики "Milky Way" решил провести инвентаризацию дорог на планете "Neptune". Но, как оказалось, он не силен в математике, поэтому он просит вас сосчитать количество дорог.

### **Входные данные**

В первой строке задается число  $N$  ( $0 \leq N \leq 100$ ). В следующих  $N$  строках содержится по  $N$  чисел, каждое из которых является единичкой или ноликом. Причем, если в позиции  $(i, j)$  квадратной матрицы стоит единичка, то  $i$ -ый и  $j$ -ый города соединены дорогами, а если нолик, то не соединены.

### **Выходные данные**

Выведите одно число – количество дорог на планете "Neptune".

```
import numpy as np
n=int(input())
ms=[[0] * n for i in range(n)]
for i in range(n):
    m=map(int,input().split())
    ms[i]=list(m)
s=0
for i in range(n):
    for j in range(i,n):
        s+=ms[i][j]
print(s)
```

```
import numpy as np
n=int(input())
ms=[[0] * n for i in range(n)]
for i in range(n):
    m=map(int,input().split())
    ms[i]=list(m)
print(ms)
ms2=np.array(ms)
print(ms2)
print(np.sum(ms2))
```

<https://pythonworld.ru/numpy/2.html>

```
print(ms)
```

```
[[0, 1, 0, 0, 0], [1, 0, 1, 1, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 0, 0]]
```

```
print(ms2)
```

```
[[0 1 0 0 0]  
 [1 0 1 1 0]  
 [0 1 0 0 0]  
 [0 1 0 0 0]  
 [0 0 0 0 0]]
```

## **Задача «Светофорчики»**

В подземелье  $M$  тоннелей и  $N$  перекрестков, каждый тоннель соединяет какие-то два перекрестка. Мышиный король решил поставить по светофору в каждом тоннеле перед каждым перекрестком. Напишите программу, которая посчитает, сколько светофоров должно быть установлено на каждом из перекрестков. Перекрестки пронумерованы числами от 1 до  $N$ .

### **Входные данные**

Первая строка входных данных содержит два числа  $N$  и  $M$  ( $0 < N \leq 100$ ,  $0 \leq M \leq N \cdot (N - 1) / 2$ ). В каждой из следующих  $M$  строк записаны по два числа  $i$  и  $j$  ( $1 \leq i, j \leq N$ ), которые означают, что перекрестки  $i$  и  $j$  соединены тоннелем.

### **Выходные данные**

Требуется вывести  $N$  чисел:  $k$ -ое число означает количество светофоров на  $k$ -ом перекрестке.

**Примечание.** Можно считать, что любые два перекрестка соединены не более, чем одним тоннелем. Нет тоннелей от перекрестка  $i$  до него самого.



## Примеры

ВХОДНЫЕ ДАННЫЕ

7 10

5 1

3 2

7 1

5 2

7 4

6 5

6 4

7 5

2 1

5 3

ВЫХОДНЫЕ ДАННЫЕ

3 3 2 2 5 2 3

```
n,m=map(int,input().split())
ms=[[0] * (n) for i in range(n)]
for i in range(m):
    a,b=map(int,input().split())
    ms[a-1][b-1]=1
    ms[b-1][a-1]=1
for i in range(n):
    print(sum(ms[i]),end=' ')
```