Формулы сложных процентов в задачах с финансово-экономическим содержанием

Авторы: Алибаева Р.К., учитель математики,
Бондарева Л.А. учитель информатики,
МКОУ Амурская СОШ

http://aida.ucoz.ru

Задачи, которые будут рассмотрены сегодня, взяты из жизни. Наша цель – научиться анализировать реальные ситуации с помощью того математического аппарата, которым вы владеете. Очень важно, чтобы вы не только получали ответ, но и могли его истолковать, соотнести с реальностью

http://aida.ucoz.ru

Повторение теоретического материала

- Запишите на доске сложных процентов и ее частный случай[**$An = A0 \cdot (1 \pm 0{,}01x1) \cdot \ldots \cdot (1 \pm \pm 0{,}01xn)$; $An = A0 \cdot (1 \pm 0{,}01x)^n$.**]
- Объясните смысл входящих в формулу символов[**A0 – начальное значение некоторой величины; An – значение, которое получилось в результате нескольких изменений начальной величины; n – количество изменений начальной величины; x – процент изменения**].

http://aida.ucoz.ru

- Когда применяется общая формула, а когда – ее частный случай? [**Частный случай применяется тогда, когда некоторая величина A0 изменяется несколько раз на один и тот же процент. Общая формула используется тогда, когда процент изменения не остается одним и тем же**].
- В каких случаях в формуле сложных процентов ставим знак «-», в каких «+»? Приведите примеры. **[Знак «плюс» применяется в задачах о начислении процентов по вкладу в банке, а также при подсчете увеличения цены товара. Знак «минус» применяется при подсчете снижения цены].**
- Запишите формулу процентного сравнения. **[A>B на ((A-B)/B·100)%; B<A на ((A-B)/A x x100)%].**

http://aida.ucoz.ru

Проверке домашнего задания

Домашняя задача №1.

Какой процент ежегодного дохода давал банк, если, положив на счет 13 000 руб., вкладчик через 2 года получил 15 730 руб.?

Решение. $A2 = A0(1 + 0{,}01x)^2$,

$15\,730 = 13\,000(1 + 0{,}01x)^2$,

$(1 + 0{,}01x)^2 = 1{,}21$,

$1 + 0{,}01x = 1{,}1$ или $1 + 0{,}01x = -1{,}1$;

$x1 = 10$, $x2 = -210$ – не подходит по смыслу задачи.

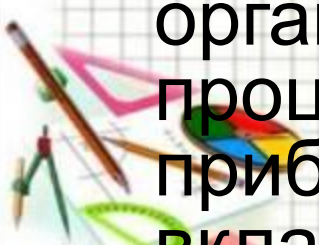
Ответ: банк давал 10% годового дохода.

http://aida.ucoz.ru

Сверив свое решение с решениями других ребят, учитель задает *дополнительные вопросы*:

Почему не подходит корень x2 = -210? [Сумма вклада увеличивается, и поэтому процент изменения не может быть отрицательным].

За счет чего банк имеет возможность выплачивать вознаграждение вкладчику? [Полученные от вклада деньги банк использует для выдачи кредитов организациям и частным лицам под проценты. Банк при этом сам получает прибыль и делится частью этой прибыли с вкладчиком].



http://aida.ucoz.ru

А если бы x2 был равен 210? Мы тоже отбросили бы этот корень? [Да, так как это означало бы, что банк выплачивает 210% годовых. Такой процент нереален. Ни один банк не будет давать вкладчику за год в качестве процентных отчислений сумму, которая вдвое превышает сам вклад].

Кроме банка, какие предприятия или частные лица занимаются подобной финансово-кредитной деятельностью? [Ломбард – выдает деньги в залог сданных вещей, выкупать которые приходится за большую цену. Ростовщик – человек, дающий деньги «в рост», т.е. в долг с обязательством

http://aida.ucoz.ru

Домашняя задача №2.

Цена товара после двух последовательных снижений на один и тот же процент уменьшилась с 125 до 80 руб. На сколько процентов снижалась цена каждый раз?

Решение. $A2 = A0(1 + 0,01x)^2$,

$80 = 125(1 – 0,01x)^2$.

$(1 – 0,01x)^2 = 0,64$,

$1 – 0,01x = 0,8$ или $1 – 0,01 = -0,8$;

$x1 = 20$, $x2 = 180$ – не подходит по смыслу задачи.

Ответ: цена снижалась два раза на 20%.

http://aida.ucoz.ru

Решение задач

- **Задача 1.** В осенне-зимний период цена на свежие фрукты возрастала трижды: на 10%, на 20% и на 25%. На сколько процентов возросла зимняя цена по сравнению с летней?
- Решение. Обозначим первоначальную летнюю цену за A0, а окончательную через A3, так как она установилась после трех изменений. По условию $A3 = A0 \cdot (1 + 0{,}01 \cdot 10) \cdot (1 + 0{,}01 \cdot 20) \cdot (1 + +0{,}01 \cdot 25)$, т.е. $A3 = A0 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}25$, или $A3 = A0 \cdot 1{,}65$.
- По формуле процентного сравнения $(A3-A0) / A0 \cdot 100\% = (1{,}65 \cdot A0 - A0) / A0 \cdot 100\% = 65\%$.
- Ответ: цена возросла на 65%.

http://aida.ucoz.ru

Задача 2. Владелец магазина купил товар по себестоимости: 51,2 руб. за единицу товара. На пути к прилавку цена поднималась трижды на один и тот же процент. Товар продавался плохо, и коммерсант распорядился трижды сделать скидку на тот же самый процент. В итоге цена оказалась равной 21,6 руб. Найти процент изменения цены.

Решение. Обозначим первоначальную цену через A0, а цену после трехкратного повышения через A3, а после троекратного понижения – через A6.

http://aida.ucoz.ru

Отразим условие схемой, на которой x означает процент изменения цены (сначала повышения, потом понижения).

A0 $\cdot (1 + 0{,}01x)^3$ A3 $\cdot (1 - 0{,}01x)^3$ A6

51,2 21,6.

Из схемы видно, что $A3 = 51{,}2 \cdot (1 + 0{,}01x)^3$ играет роль начальной цены на этом этапе троекратного понижения, т.е. $A6 = A3 \cdot (1 - 0{,}01x)^3$. Таким образом, приходим к уравнению

$$21{,}6 = 51{,}2(1 + 0{,}01x)^3 \cdot (1 - 0{,}01x)^3.$$

http://aida.ucoz.ru

$21,6 = 51,2((1 + 0,01x)(1 – 0,01x))^3$

$216 = 512((1 – (0,01x)^2)^3$

$((1 – (0,01x)^2)^3 = 216/512$

$((1 – (0,01x)^2)^3 = (6/8)^3$

$1 – (0,01x)^2 = 0,75$

$(0,01x)^2 = 0,25$

$0,01x = 0,5$ или $0,01x = -0,5$ – не подходит по смыслу

Ответ: цену изменили на 50%.

http://aida.ucoz.ru

Задача 3. На предприятии выработка продукции возросла за год на 4%, а на следующий год повысилась еще на 8%. Найти средний годовой прирост за эти два года.

Решение:

Можно ли дать ответ, вычислив среднее арифметическое (8+4) / 2 = 6%? **[Нет, так как во втором случае находим процент от большей величины].**

с одной стороны, $A2 = A0 \cdot (1 + 0{,}04) \cdot (1 + 0{,}08)$,

с другой стороны, $A2 = A0 \cdot (1 + 0{,}01x)^2$, где x – средний одинаковый для каждого года, процент прироста

продукции.

http://aida.ucoz.ru

Литература

Фирсова М.М. Урок решения задач с экономическим содержанием. // Математика в школе. №8. 2002. стр. 36-38.

http://aida.ucoz.ru