

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Лекция 19. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕРАЗВЕТВЛЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ЦЕПЯХ. ЧАСТЬ 1

Случаи действия в цепи источников энергии, при которых цепи работают в установившихся режимах:

- действие постоянных во времени ЭДС (напряжений, токов) источников энергии;
- действие изменяющихся во времени по законам синуса или косинуса ЭДС (напряжений, токов) источников энергии;
- действие несинусоидальных, но изменяющихся периодически (с постоянным периодом) во времени ЭДС (напряжений, токов) источников энергии

Эти три вида ЭДС и токов способствуют возникновению установившихся режимов в цепи. При этом постоянные и синусоидальные ЭДС, напряжения и токи могут быть рассмотрены как частные случаи периодических ЭДС, напряжений и токов



Рисунок 1 – Механическое соединение или разъединение отдельных участков цепи с помощью идеального ключа:  
а) соединение;      б) разъединение



Рисунок 2 – Включение или выключение источников энергии:  
а) включение;      б) выключение

Переходный (нестационарный) режим работы электрической цепи – переход цепи из одного установившегося состояния в другое

Основные условия возникновения колебаний переходного процесса в электрической цепи:

- присутствие в цепи катушек индуктивностей и конденсаторов;
- наличие коммутации - любых действий в цепи, которые вызывают в ней переходные процессы;
- другие воздействия, например, импульсы специальной формы и др.

Коммутация «разделяет» между собой два установившихся режима

## Общие этапы, позволяющие рассчитать переходные процессы в линейной электрической цепи:

- составляются дифференциальные уравнения электрической цепи в соответствии с правилами Кирхгофа – уравнения состояния цепи;
- последовательно исключаются все токи кроме искомого (одного из токов ветви) – остается одно дифференциальное уравнение, содержащее только искомый ток  $i_k$  и его производные до порядка  $n$  включительно:

$$\sum_{m=0}^n a_m \frac{d^m i_k}{dt^m} = f_k(t),$$

где  $n$  – порядок уравнения, определяемый конфигурацией (ветви) цепи и характером ее элементов;

$f_k(t)$  – свободный член уравнения, содержащий все заданные ЭДС (напряжения, токи) источников энергии

– находится полный интеграл составленного выше дифференциального уравнения как сумма частного решения  $i'_k$ , определяемого видом функции  $f_k(t)$  (решение уравнения «с правой частью», которое определяет принужденную составляющую  $i'_k$  тока в рассматриваемой ветви, вызванную действием источников энергии) и полного решения  $i''_k$  однородного уравнения (решение уравнения «без правой части», определяющая свободную составляющую  $i''_k$  тока в рассматриваемой ветви):

$$\sum_{m=0}^n a_m \frac{d^m i_k}{dt^m} = 0,$$

т.е.

$$i_k = i'_k + i''_k$$

# Законы коммутации

*Первый закон коммутации.* В момент коммутации напряжение на обкладках конденсатора остается неизменным (не может измениться скачком):

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

*Второй закон коммутации.* В момент коммутации ток в катушке индуктивности остается неизменным (не может измениться скачком):

$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

Законы коммутации также называют *начальными условиями*, т.к. они позволяют определить произвольные постоянные интегрирования  $A_{k_m}$  однородного линейного дифференциального уравнения

Если в момент коммутации напряжения на всех емкостных элементах цепи и токи, протекающие через все индуктивные элементы, равны нулю, то задача решается при *нулевых начальных условиях*

Если хотя бы в одном реактивном элементе цепи ток или напряжение отличны от нуля, то задача решается при *ненулевых начальных условиях*

## Расчет переходных процессов в $RL$ -цепи

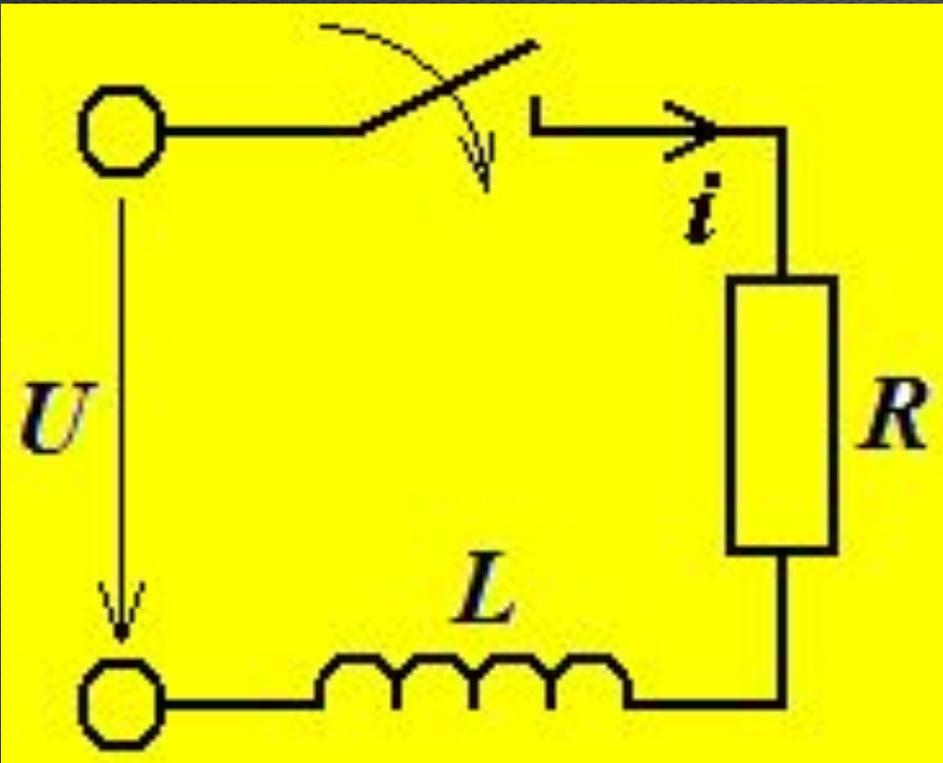


Рисунок 3 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и катушки индуктивности, коммутирующей на источник постоянного напряжения

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U$$

$$i = i' + i''$$

$$\frac{di'}{dt} = 0$$

$$L \frac{di'}{dt} + Ri' = U \iff Ri' = U$$

$$i' = \frac{U}{R}$$

$$L \frac{di''}{dt} + Ri'' = 0$$

$p = \frac{d}{dt}$  – оператор дифференцирования

$$Lp + R = 0 \qquad p = -\frac{R}{L}$$

$$i'' = A e^{pt} = A e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{U}{R} + A e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$L \frac{d}{dt} \left( \frac{U}{R} + A e^{-\frac{R}{L} \cdot 0} \right) + R \left( \frac{U}{R} + A e^{-\frac{R}{L} \cdot 0} \right) = 0$$

$$R \left( \frac{U}{R} + A \right) = 0 \qquad A = -\frac{U}{R}$$

$$i(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U \left( 1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

$$u_L(t) = L \frac{di}{dt} = U e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$e_L(t) = -u_L(t) = -U e^{-\frac{R}{L}t}$$

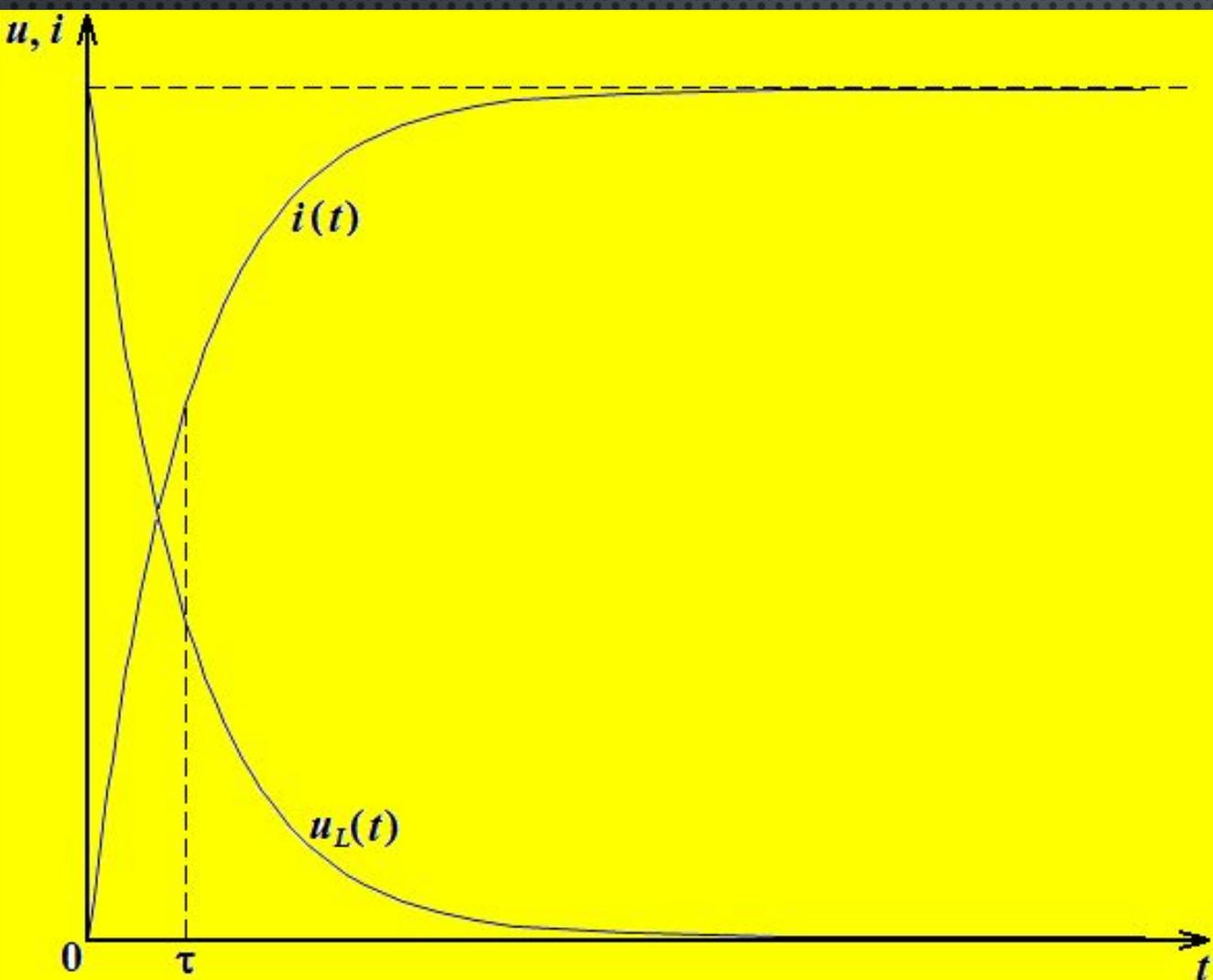


Рисунок 4 – Графики изменения во времени в переходном процессе тока в  $RL$ -цепи и напряжения на катушке индуктивности при замыкании цепи на источник постоянного напряжения

Постоянная времени:

$$\tau = L/R$$

$$[\tau] = \text{с}$$

Постоянная времени цепи – промежуток времени, через который ток, напряжение или ЭДС в цепи в переходном процессе изменяются в  $e \approx 2,72$  раз от начального значения

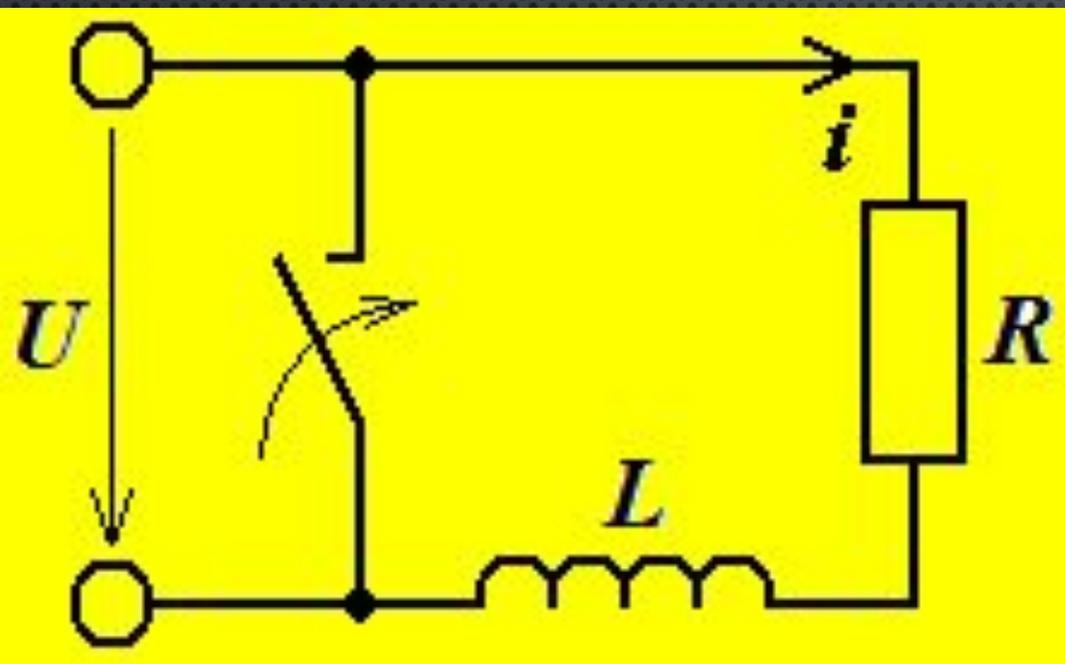


Рисунок 5 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и катушки индуктивности, замыкающихся накоротко

$$i = i' + A e^{-\frac{R}{L}t} \quad i' = 0$$

$$i = A e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i_L(+0) = i_L(-0) = I$$

$$I = A e^{-\frac{R}{L} \cdot 0}$$

$$A = I = \frac{U}{R}$$

$$i(t) = \frac{U}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## Расчет переходных процессов в RC-цепи

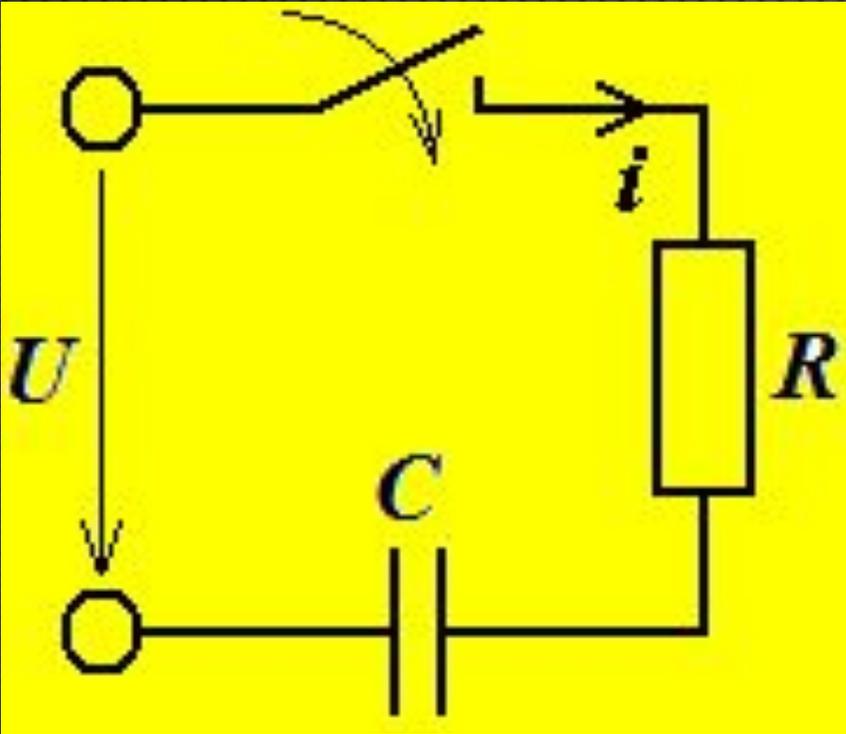


Рисунок 6 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и конденсатора, замыкающихся на источник постоянного напряжения

$$u_R + u_C = u = U = \text{const}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C = u'_C + u''_C$$

$$RC \frac{du''_C}{dt} + u''_C = 0 \quad RCp + 1 = 0 \quad p = -\frac{1}{RC}$$

$$u''_C = A e^{pt} = A e^{-\frac{t}{RC}} = A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\tau = RC$  – постоянная времени цепи

$$u_C = u'_C + A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u'_C = U \quad u_C = U + A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(+0) = u_C(-0) = 0$$

$$0 = U + A \quad \Leftrightarrow \quad A = -U$$

$$u_C(t) = U - U e^{-\frac{t}{\tau}} = U \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i = C \frac{du_C}{dt} = CU \frac{d}{dt} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

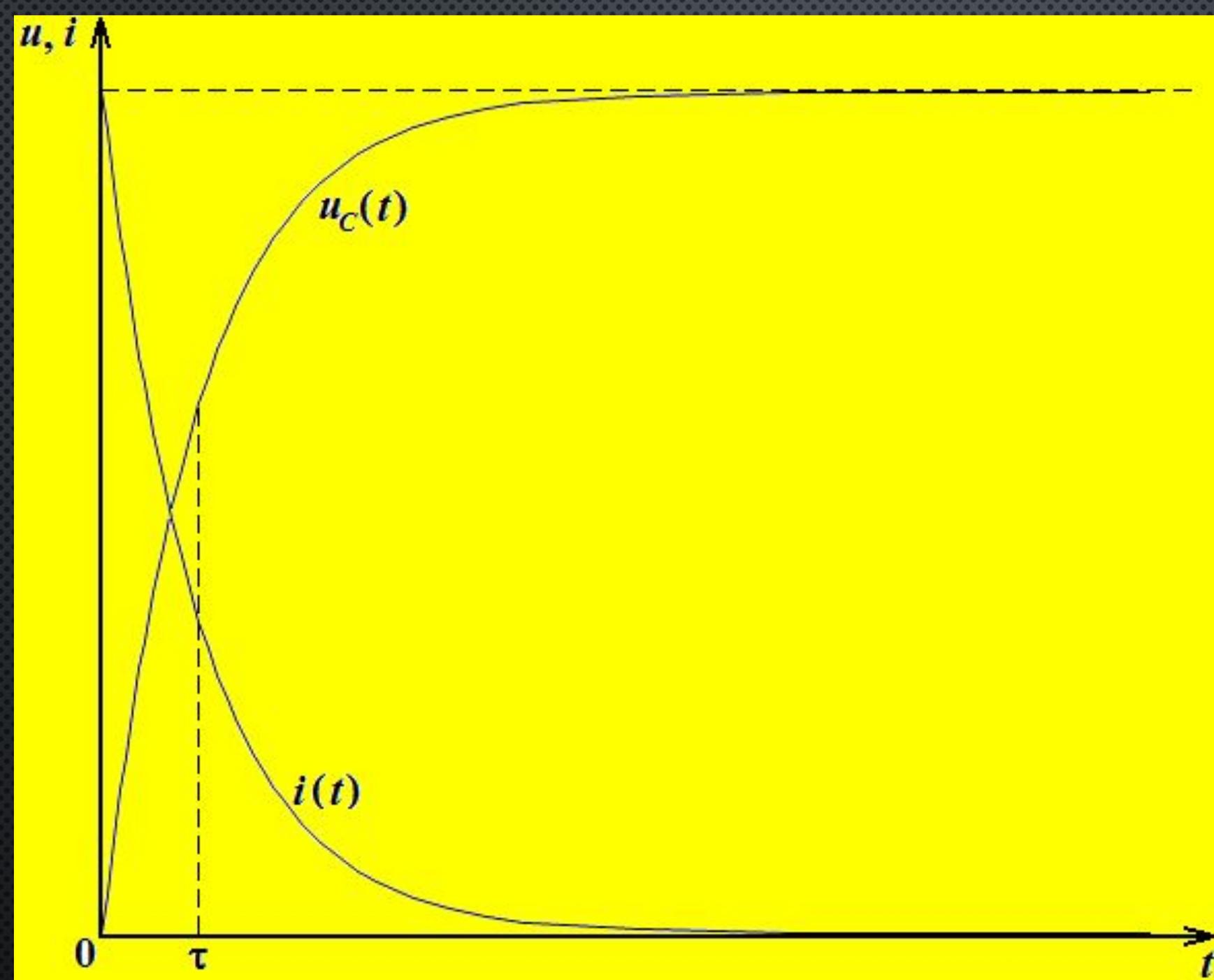


Рисунок 7 – Графики изменения во времени в переходном процессе тока в  $RC$ -цепи и напряжения на обкладках конденсатора при замыкании цепи на источник постоянного напряжения