Теоретические основы электротехники

Лекция 19. Переходные процессы в неразветвленных линейных электрических цепях. Часть 1

Случаи действия в цепи источников энергии, при которых цепи работают в установившихся режимах:

- действие постоянных во времени ЭДС (напряжений, токов) источников энергии;
- действие изменяющихся во времени по законам синуса или косинуса ЭДС (напряжений, токов) источников энергии;
- действие несинусоидальных, но изменяющихся периодически (с постоянным периодом) во времени ЭДС (напряжений, токов) источников энергии

Эти три вида ЭДС и токов способствуют возникновению установившихся режимов в цепи. При этом постоянные и синусоидальные ЭДС, напряжения и токи могут быть рассмотрены как частные случаи периодических ЭДС, напряжений и токов

Рисунок 1 – Механическое соединение или разъединение отдельных участков цепи с помощью идеального ключа:
а) соединение; б) разъединение

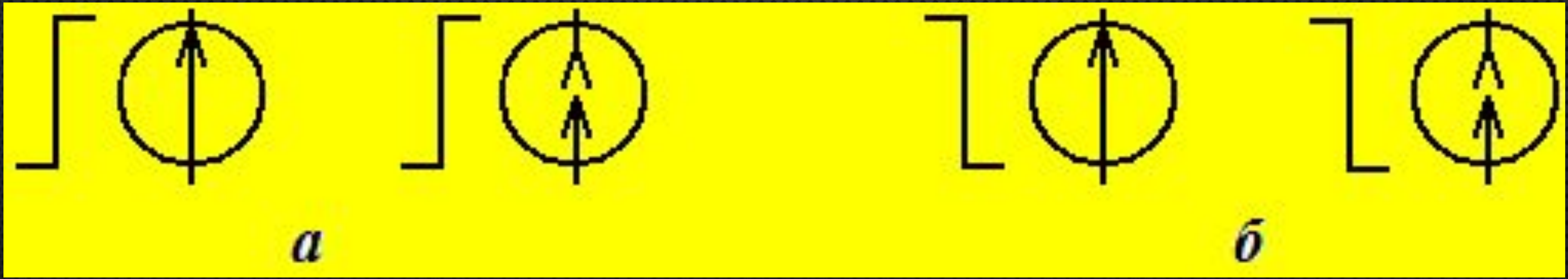

Рисунок 2 – Включение или выключение источников энергии:
а) включение; б) выключение

Переходный (нестационарный) режим работы электрической цепи – переход цепи из одного установившегося состояния в другое

Основные условия возникновения колебаний переходного процесса в электрической цепи:

- присутствие в цепи катушек индуктивностей и конденсаторов;
- наличие *коммутации* - любых действий в цепи, которые вызывают в ней переходные процессы;
- другие воздействия, например, импульсы специальной формы и др.

Коммутация «разделяет» между собой два установившихся режима

Общие этапы, позволяющие рассчитать переходные процессы в линейной электрической цепи:

– составляются дифференциальные уравнения электрической цепи в соответствии с правилами Кирхгофа – уравнения состояния цепи;

– последовательно исключаются все токи кроме искомого (одного из токов ветви) – остается одно дифференциальное уравнение, содержащее только искомый ток i_k и его производные до порядка n включительно:

$$\sum_{m=0}^{n} a_m \frac{d^m i_k}{dt^m} = f_k(t)\,,$$

где n – порядок уравнения, определяемый конфигурацией (ветви) цепи и характером ее элементов;

$f_k(t)$ – свободный член уравнения, содержащий все заданные ЭДС (напряжения, токи) источников энергии

– находится полный интеграл составленного выше дифференциального уравнения как сумма частного решения i_k', определяемого видом функции $f_k(t)$ (решение уравнения «с правой частью», которое определяет принужденную составляющую i_k' тока в рассматриваемой ветви, вызванную действием источников энергии) и полного решения i_k'' однородного уравнения (решение уравнения «без правой части», определяющая свободную составляющую i_k'' тока в рассматриваемой ветви):

$$\sum_{m=0}^{n} a_m \frac{d^m i_k}{dt^m} = 0\,,$$

т.е.

$$i_k = i_k' + i_k''$$

Законы коммутации

Первый закон коммутации. В момент коммутации напряжение на обкладках конденсатора остается неизменным (не может измениться скачком):

$$u_C(+0) = u_C(-0)$$

Второй закон коммутации. В момент коммутации ток в катушке индуктивности остается неизменным (не может измениться скачком):

$$i_L(+0) = i_L(-0)$$

Законы коммутации также называют *начальными условиями*, т.к. они позволяют определить произвольные постоянные интегрирования A_{k_m} однородного линейного дифференциального уравнения

Если в момент коммутации напряжения на всех емкостных элементах цепи и токи, протекающие через все индуктивные элементы, равны нулю, то задача решается при *нулевых начальных условиях*

Если хотя бы в одном реактивном элементе цепи ток или напряжение отличны от нуля, то задача решается при *ненулевых начальных условиях*

Расчет переходных процессов в *RL*-цепи

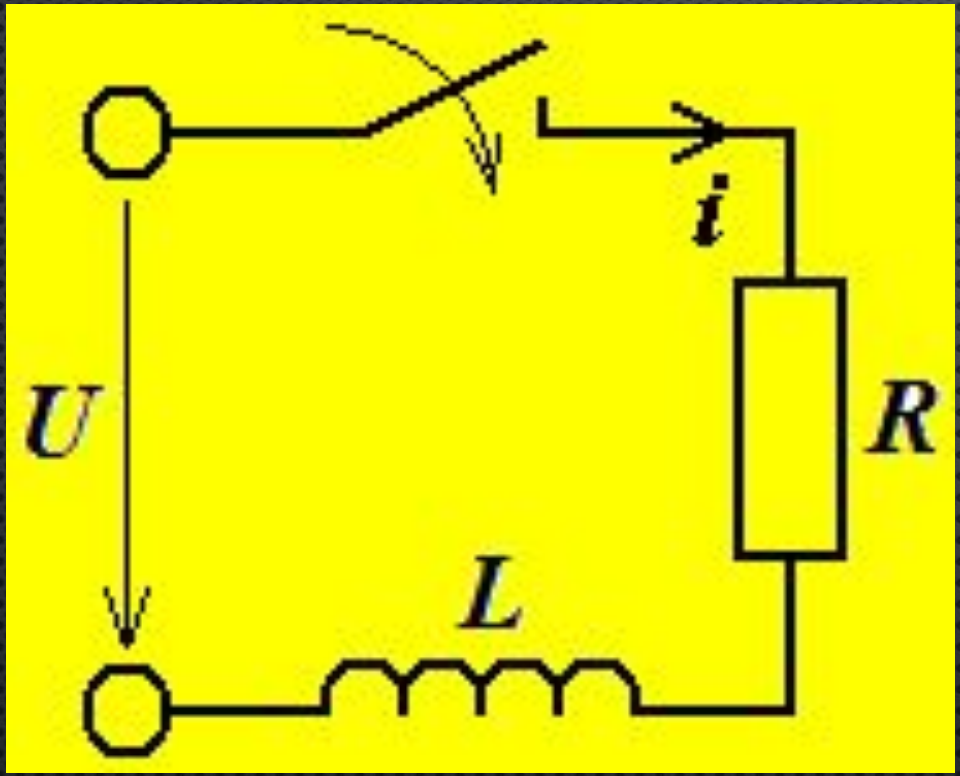

Рисунок 3 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и катушки индуктивности, коммутирующих на источник постоянного напряжения

$$L\frac{di}{dt} + Ri = U$$

$$i = i' + i''$$

$$L\frac{di'}{dt} + Ri' = U \quad \Leftrightarrow \quad Ri' = U$$

$$\frac{di'}{dt} = 0$$

$$i' = \frac{U}{R}$$

$$L\frac{di''}{dt} + Ri'' = 0$$

$$p = \frac{d}{dt}$$ – оператор дифференцирования

$$Lp + R = 0 \qquad p = -\frac{R}{L}$$

$$i'' = A\,e^{pt} = A\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i = \frac{U}{R} + A\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$L\frac{d}{dt}\left(\frac{U}{R}+A\,e^{-\frac{R}{L}\cdot 0}\right)+R\left(\frac{U}{R}+A\,e^{-\frac{R}{L}\cdot 0}\right)=0$$

$$R\left(\frac{U}{R}+A\right)=0 \qquad A=-\frac{U}{R}$$

$$i(t)=\frac{U}{R}-\frac{U}{R}\,e^{-\frac{R}{L}t}=\frac{U}{R}\left(1-e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t) = U\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = U\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$e_L(t) = -u_L(t) = -U\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

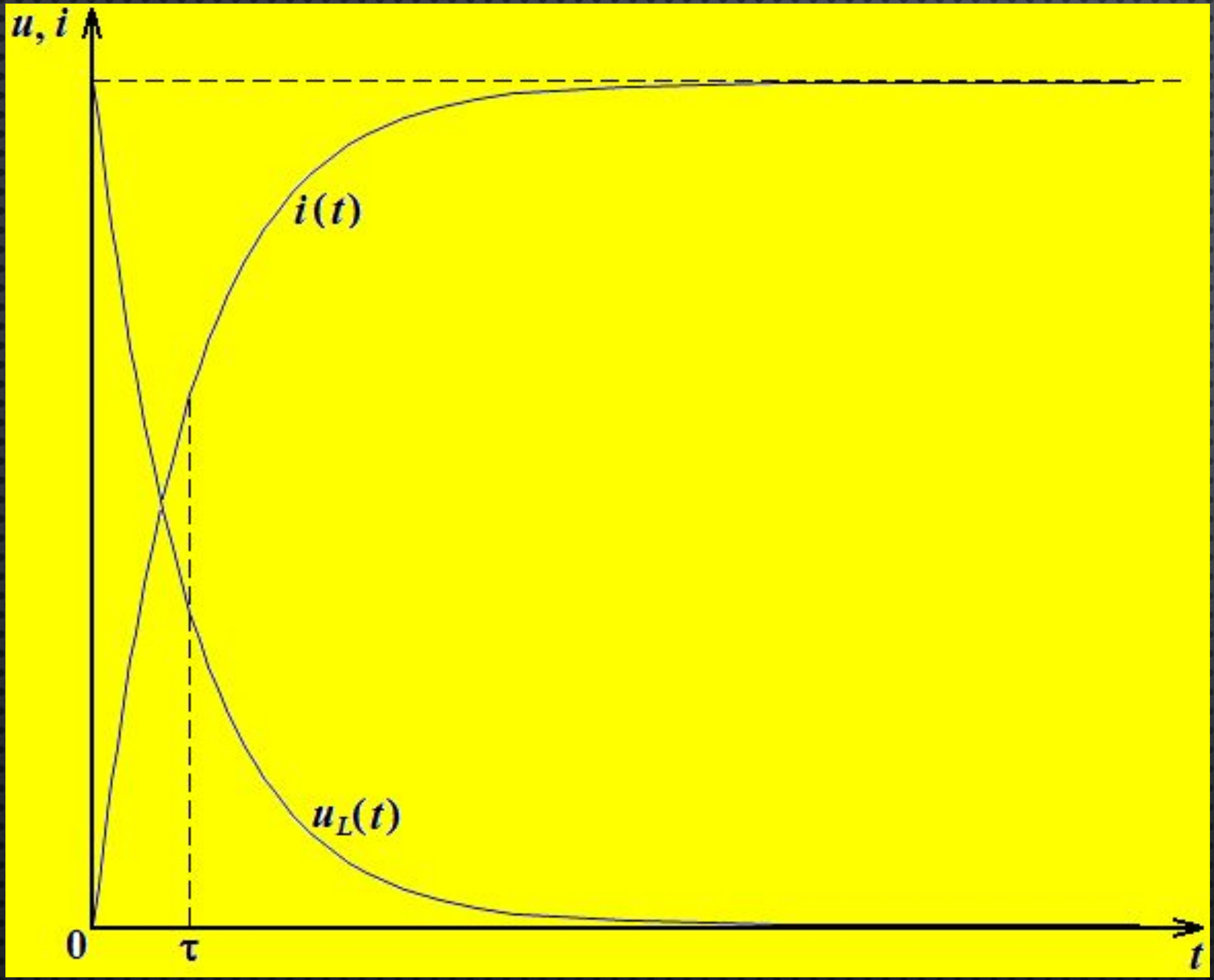

Рисунок 4 – Графики изменения во времени в переходном процессе тока в RL-цепи и напряжения на катушке индуктивности при замыкании цепи на источник постоянного напряжения

Постоянная времени:

$$\tau = L/R$$

$$[\tau] = \text{с}$$

Постоянная времени цепи – промежуток времени, через который ток, напряжение или ЭДС в цепи в переходном процессе изменяются в $e \approx 2{,}72$ раз от начального значения

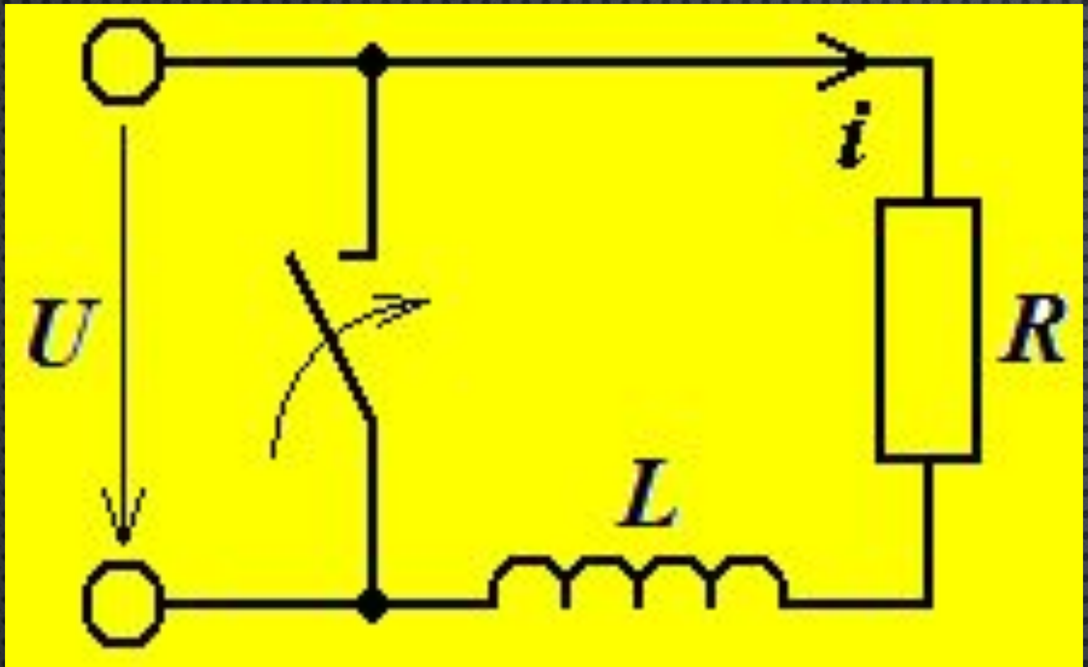

Рисунок 5 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и катушки индуктивности, замыкающихся накоротко

$$i = i' + A\,e^{-\frac{R}{L}t} \qquad i' = 0$$

$$i = A\,e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i_L(+0) = i_L(-0) = I$$

$$I = A\,e^{-\frac{R}{L}\cdot 0}$$

$$A = I = \frac{U}{R}$$

$$i(t) = \frac{U}{R}e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Расчет переходных процессов в *RC*-цепи

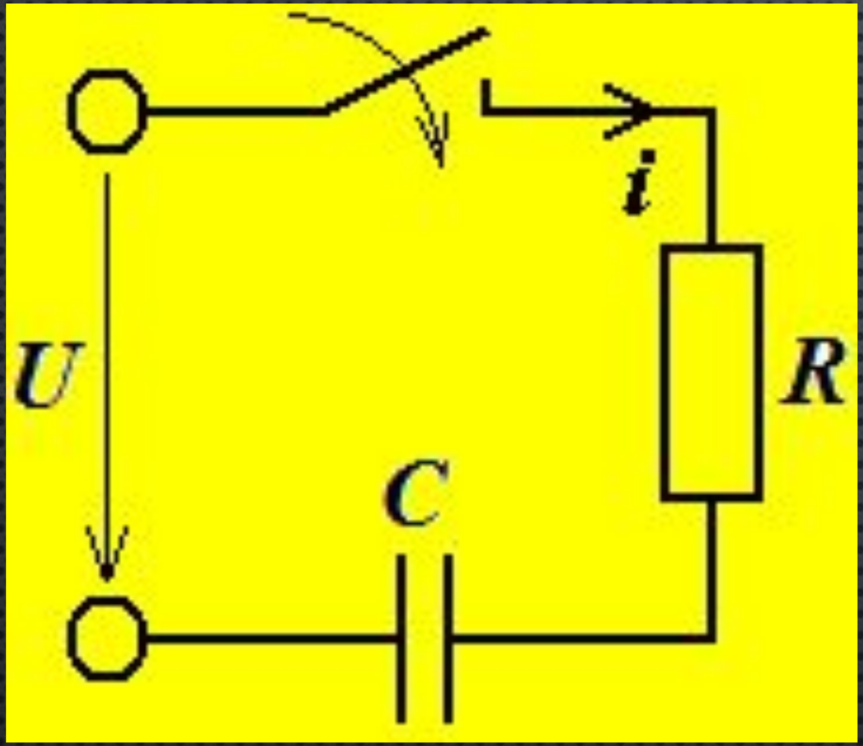

Рисунок 6 – К расчету переходных процессов в цепи последовательно соединенных резистора и конденсатора, замыкающихся на источник постоянного напряжения

$$u_R + u_C = u = U = \text{const}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U$$

$$u_C = u'_C + u''_C$$

$$RC\frac{du''_C}{dt} + u''_C = 0 \qquad RCp + 1 = 0 \qquad p = -\frac{1}{RC}$$

$$u''_C = A\,e^{pt} = A\,e^{-\frac{t}{RC}} = A\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$\tau = RC$ – постоянная времени цепи

$$u_C = u'_C + A\,e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad u'_C = U \qquad u_C = U + A\,e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$u_C(+0) = u_C(-0) = 0$$

$$0 = U + A \qquad \Leftrightarrow \qquad A = -U$$

$$u_C(t) = U - U\,e^{-\frac{t}{\tau}} = U\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$i = C\frac{du_C}{dt} = CU\frac{d}{dt}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$i(t) = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

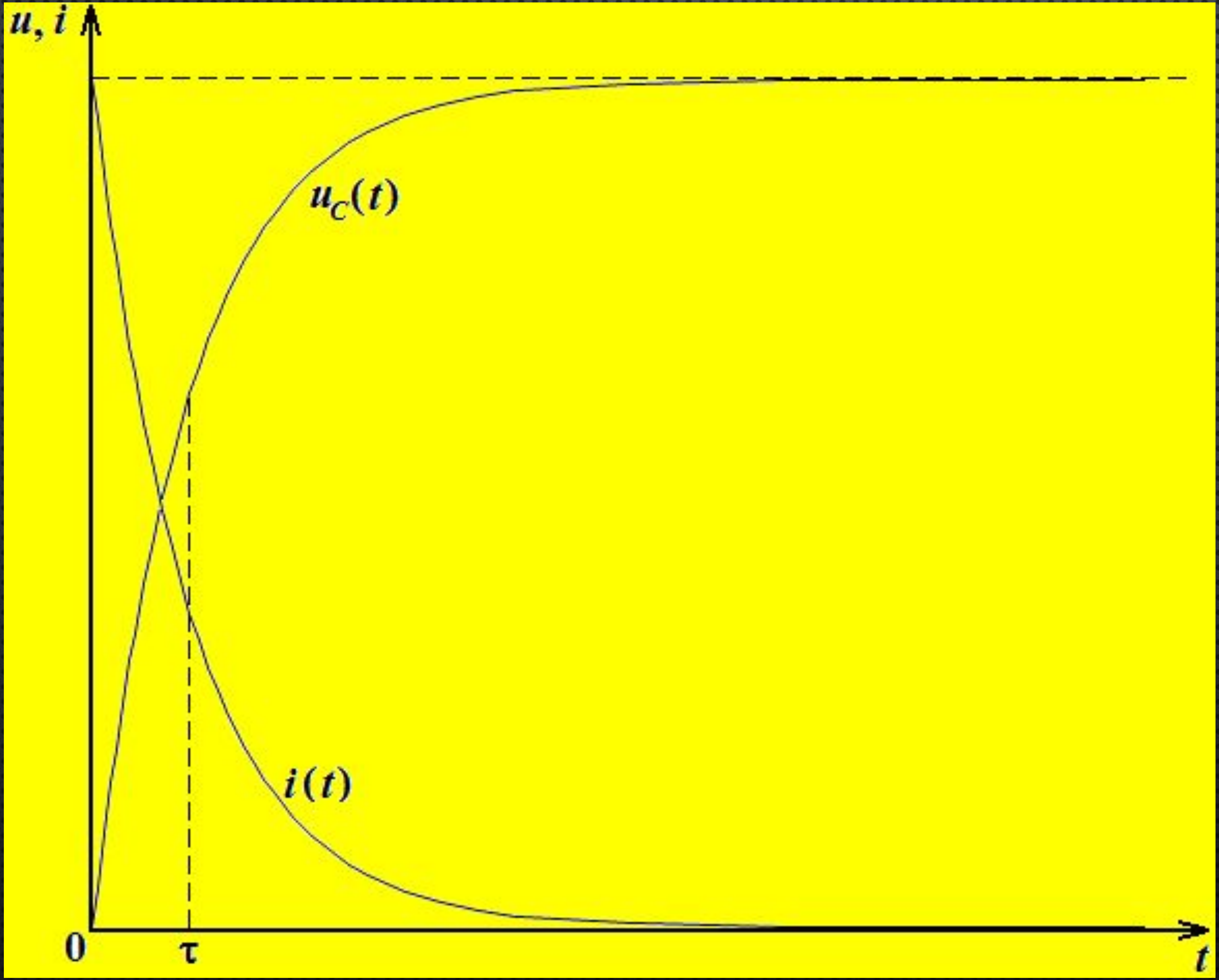

Рисунок 7 – Графики изменения во времени в переходном процессе тока в RC-цепи и напряжения на обкладках конденсатора при замыкании цепи на источник постоянного напряжения