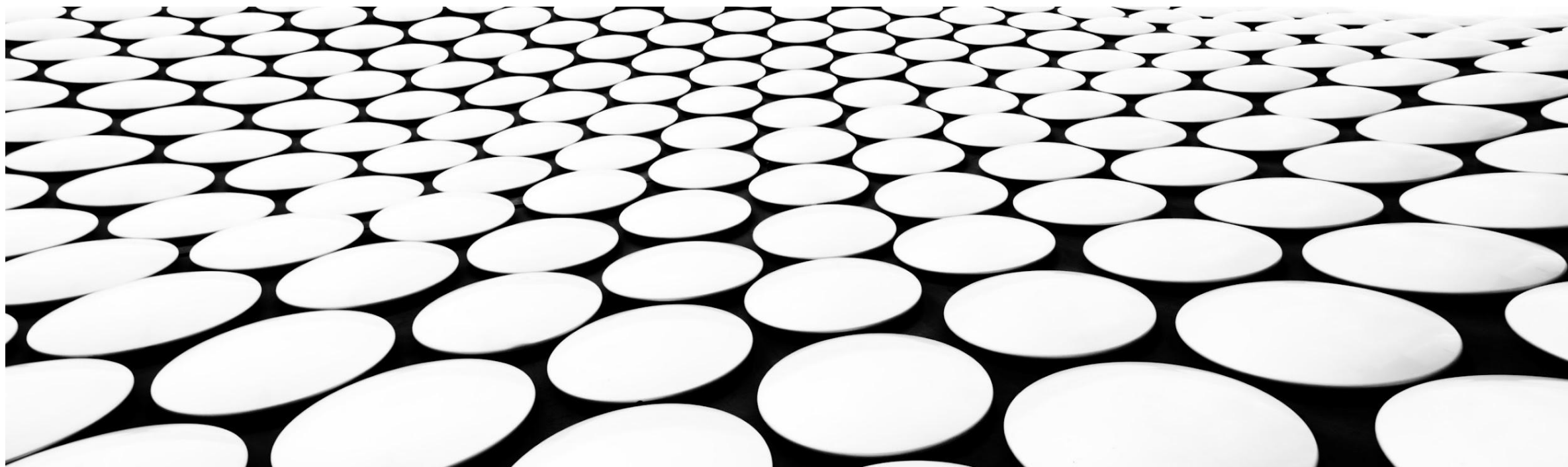

ОПРЕДЕЛИТЕЛИ



МАТРИЦА И ЕЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Матрица – таблица, определитель – число.

ОБОЗНАЧЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

$$\Delta = \det A = |A|$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Вычисление определителей 2-го порядка

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Определитель 2-го порядка равен произведению элементов главной диагонали минус произведение элементов побочной диагонали.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 2-ГО ПОРЯДКА

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 4 \cdot (-3) - 2 \cdot (-1) = -12 + 2 = -10.$$

$$\Delta_1 = |B| = \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 5 \cdot 4 - 1 \cdot 2 = 20 - 2 = 18.$$

$$\Delta_2 = |C| = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 12 = 18.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

Правило треугольников (Правило Саррюса)

$$\Delta = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix} = \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array} - \begin{array}{ccc} \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet \end{array}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - \\ - (a_{13}a_{22}a_{31} + a_{12}a_{21}a_{33} + a_{11}a_{23}a_{32}).$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

$$\Delta = |A| = \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 2 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) \cdot 1 - \\ - (1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) \cdot (-1) + 4 \cdot 3 \cdot 1) = -8 + 12 - 1 - (4 + 2 + 12) = \\ = 3 - 18 = -15.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix}; \quad \Delta = \begin{vmatrix} 6 & -7 & 8 \\ 9 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \\ 3 & -2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot 5 + (-2) \cdot (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-2) \cdot 3 - \\ & - (3 \cdot 4 \cdot 3 + (-2) \cdot 2 \cdot 5 + (-1) \cdot (-2) \cdot 1) = \\ & = 20 + 6 - 12 - (36 - 20 + 2) = 14 - 18 = -4. \end{aligned}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ 3-ГО ПОРЯДКА

$$\begin{aligned} |A| = \det A &= \begin{vmatrix} 6 & -7 & 8 \\ 9 & 3 & -2 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix} = 6 \cdot 3 \cdot (-1) + (-7) \cdot (-2) \cdot 4 + 9 \cdot 5 \cdot 8 - \\ &- (8 \cdot 3 \cdot 4 + (-7) \cdot 9 \cdot (-1) + (-2) \cdot 5 \cdot 6) = \\ &= -18 + 56 + 360 - (96 + 63 - 60) = 398 - 99 = 299. \end{aligned}$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

1) $\Delta = \Delta^T$ Свойство равноправия строк и столбцов определителя.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta^T.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2; \quad \Delta^T = \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 6 = 2; \quad \Delta = \Delta^T.$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}; \Delta_1 = \begin{vmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{vmatrix}$$

$$\Delta_1 = -\Delta$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1 = -\Delta, \quad \Delta_2 = -\Delta.$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$3) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \\ 3 & -1 & 9 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & -1 & 9 \end{vmatrix} = 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 6 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & -3 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0; \quad \begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\Delta = -\Delta \Rightarrow 2\Delta = 0 \Rightarrow \Delta = 0.$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$5) \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \\ -3 & -9 & 6 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\Delta = -3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 5 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$6) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\Delta = 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = 0;$$

СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

$$7) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ -4 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ -4 & 2 & 5 \end{vmatrix} \cdot (-2) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ -10 & 0 & 7 \end{vmatrix}.$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 6 \\ -4 & 2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ 10 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}.$$

МИНОР И АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{i1} & \dots & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = M_{ij}; \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}; \quad M_{32} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix}.$$

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

$$A_{32} = -M_{32}$$

МИНОР И АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

$$1) \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}; M_{32} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -3 + 8 - 8 - 16 - 12 - 1 = -32.$$
$$A_{32} = -M_{32} = 32.$$

$$2) \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}; M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2; A_{33} = M_{33} = 2.$$

МИНОР И АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ДОПОЛНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТА ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ

- Вычислить определитель. Найти алгебраические дополнения элементов первой строки определителя.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ 1-Й СТРОКИ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -6 - 8 - 3 - 9 + 4 - 4 = -26.$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = M_{11} = -5; \quad A_{12} = -M_{12} = -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1; \quad A_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -4.$$

$$a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} = 2 \cdot (-5) + 4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-4) = -26.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ 2-ОЙ СТРОКИ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -26.$$
$$A_{21} = -M_{21} = -\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1;$$
$$A_{22} = M_{22} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -5; \quad A_{23} = -M_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 6.$$

$$a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} = 1 \cdot 1 + 3 \cdot (-5) + (-2) \cdot 6 = -26.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ 3-ГО СТОЛБЦА

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -26.$$
$$A_{13} = M_{13} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -4; \quad A_{23} = -M_{23} = -\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 6;$$
$$A_{33} = M_{33} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2.$$

$$\Delta = a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} = 3 \cdot (-4) + (-2) \cdot 6 + (-1) \cdot 2 = -26.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ (СТОЛБЦА)

Определитель (любого порядка) равен сумме произведений элементов любой его строки (любого его столбца) на их алгебраические дополнения.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ЭЛЕМЕНТАМ СТРОКИ (СТОЛБЦА)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{i1}A_{i1} + a_{i2}A_{i2} + \dots + a_{in}A_{in} =$$
$$= a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}.$$

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ n -ГО ПОРЯДКА


1. Разложением по элементам строки или столбца.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -4 \cdot 1 + 3 \cdot (-5) - (-1) \cdot (-7) = -26.$$

2. Понижением порядка (накоплением нулей в строке или столбце)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} \cdot (-2); \cdot (3) = \begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = -26.$$

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ n -ГО ПОРЯДКА

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -26.$$


3. Приведением к треугольному виду

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 7 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & 7 \\ 0 & 0 & -13 \end{vmatrix} = -26.$$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Треугольный определитель равен произведению своих диагональных элементов (т.е. элементов своей главной диагонали).

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot (-2) \cdot (-1) = 8.$$

УПРАЖНЕНИЯ

Вычислить определители:

$$1) \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$4) \Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 6 \\ 3 & 7 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 3 & 7 & 1 \\ 0 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3 \cdot 4 \cdot 1 = -12.$$

ОТВЕТЫ

$$\begin{aligned} 1) \quad & \begin{vmatrix} 4 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & -2 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot (-4) = -2 \begin{vmatrix} \cancel{3} & \textcircled{1} & \cancel{2} \\ -11 & 0 & -10 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \\ & = -2 \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} -11 & -10 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 11 & 10 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \cdot (11 - (-10)) = -2 \cdot 21 = -42. \end{aligned}$$

ИЛИ

$$= -2 \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & \textcircled{1} \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = -2 \cdot (20 + 1) = -42.$$

ОТВЕТЫ

$$2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 & 2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24.$$

ОТВЕТЫ

$$\begin{aligned}
 3) \quad & \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} \cdot (-1) = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} \cdot (-3) = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 5 \\ -7 & -11 & 0 & 2 \end{vmatrix} = \\
 & \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 3 & 2 & 5 \\ -7 & -11 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & -1 \\ 5 & 2 & 5 \\ -18 & -11 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 5 & -8 & 5 \\ -18 & -15 & 2 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ -18 & -15 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 18 & 15 \end{vmatrix} = \\
 & = 3 \begin{vmatrix} 5 & -8 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 3(25 + 48) = 3 \cdot 73 = 219.
 \end{aligned}$$