Изучить тему, сделать конспект с примерами, выполнить самостоятельные работы № 1,2 фото отправить мне в ВК(отправляем только самостоятельные работы)

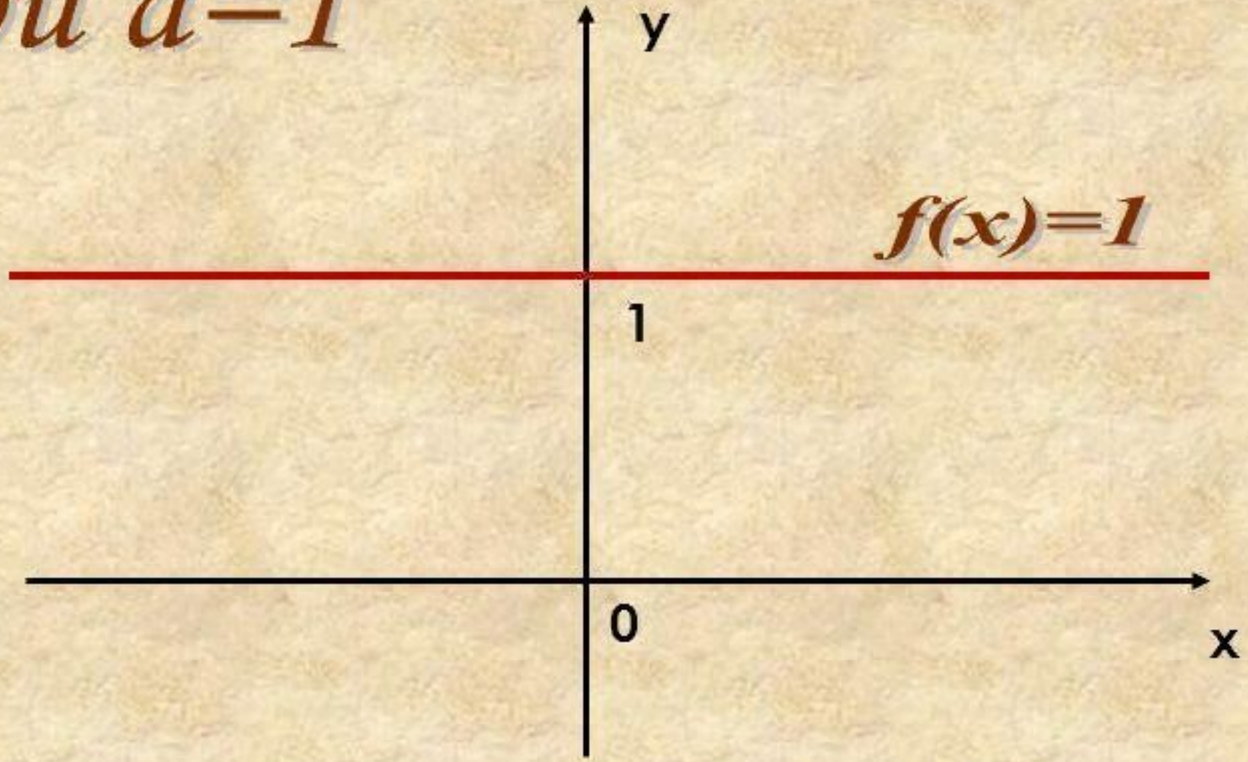
Тема: “Показательная функция”

Цели урока:

1. Сформулировать определение.
2. Рассмотреть свойства.
3. Построить график.

График функции $f(x) = a^x$

при a=1



Определение

Показательная функция – это функция вида $y = a^x$,

где x – переменная,

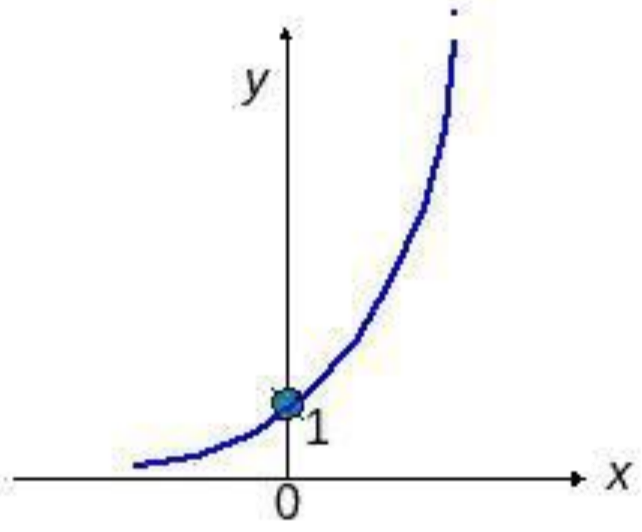
a - заданное число, $a > 0$, $a \neq 1$.

Примеры: $y = 3^x$; $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $y = 0{,}4^x$

График показательной функции

Т.к. $a^0 = 1$, то график любой показательной функции проходит через точку (0; 1)

$a > 1$



$0 < a < 1$

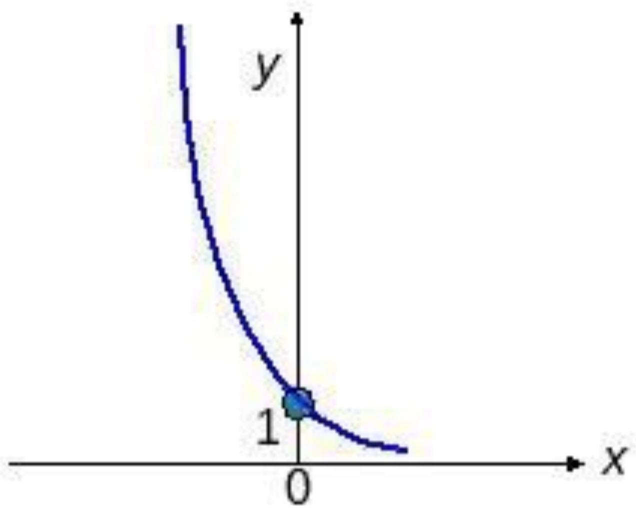
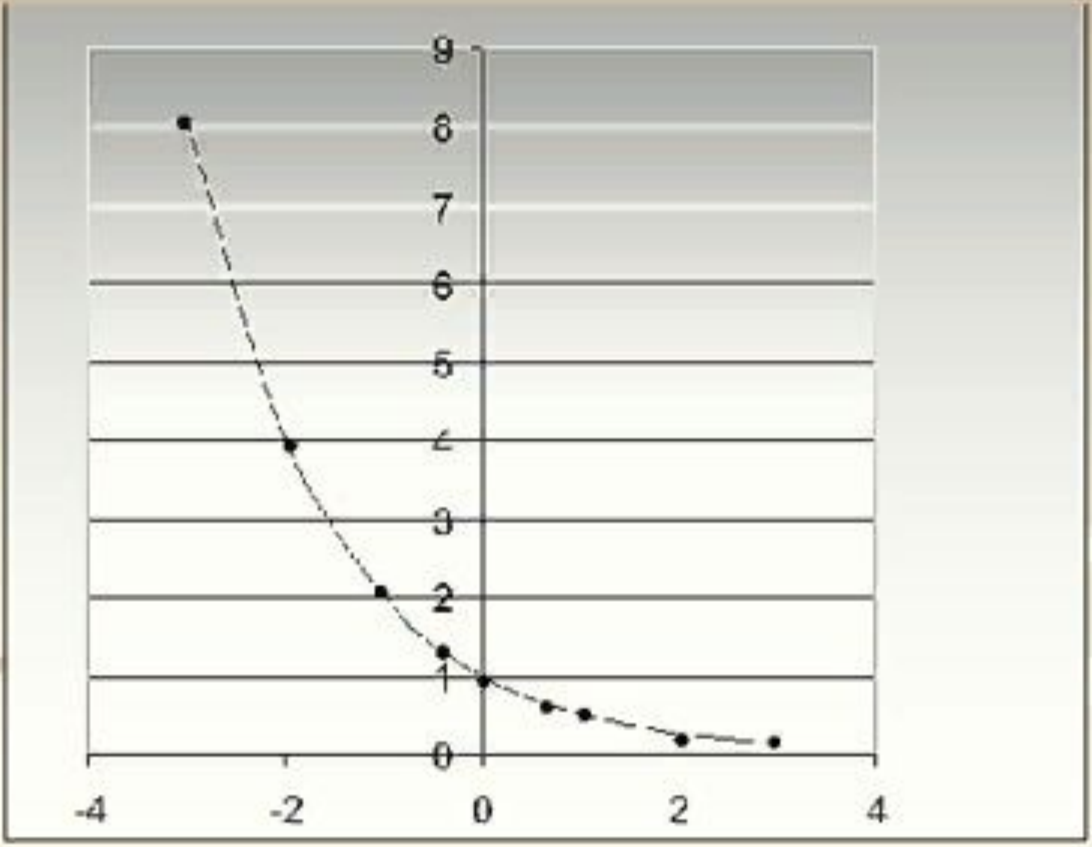


График функции $y = 2^x$

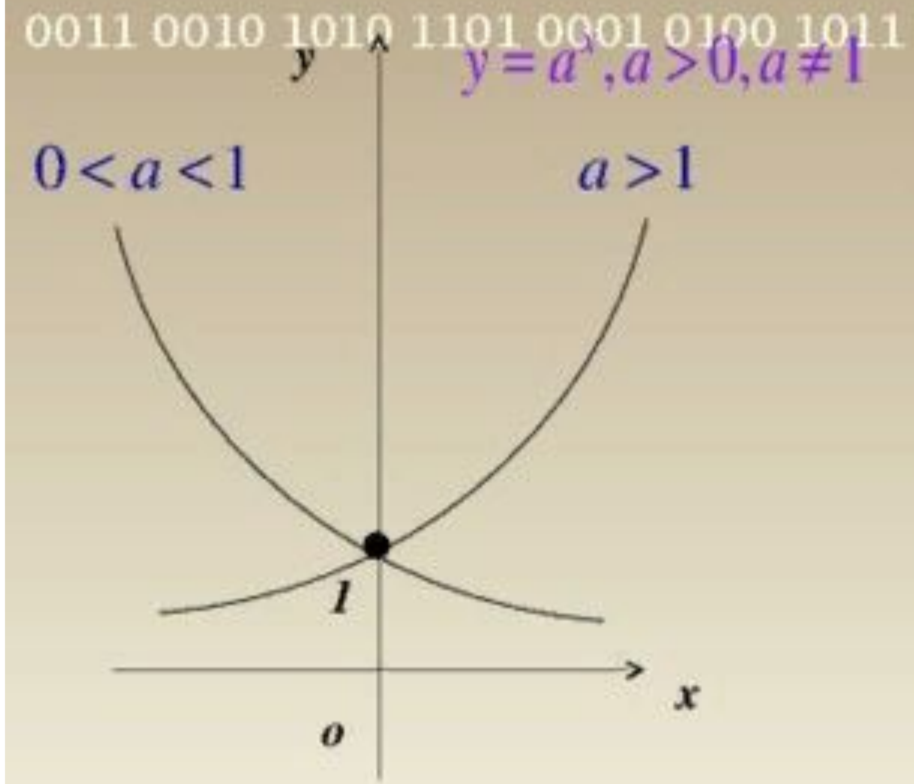
x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
y	0,125	0,25	0,5	0,7	1	1,4	2	4	8

График функции $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-3	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3
y	8	4	2	1,4	1	0,7	0,5	0,25	0,125



Свойства показательной функции



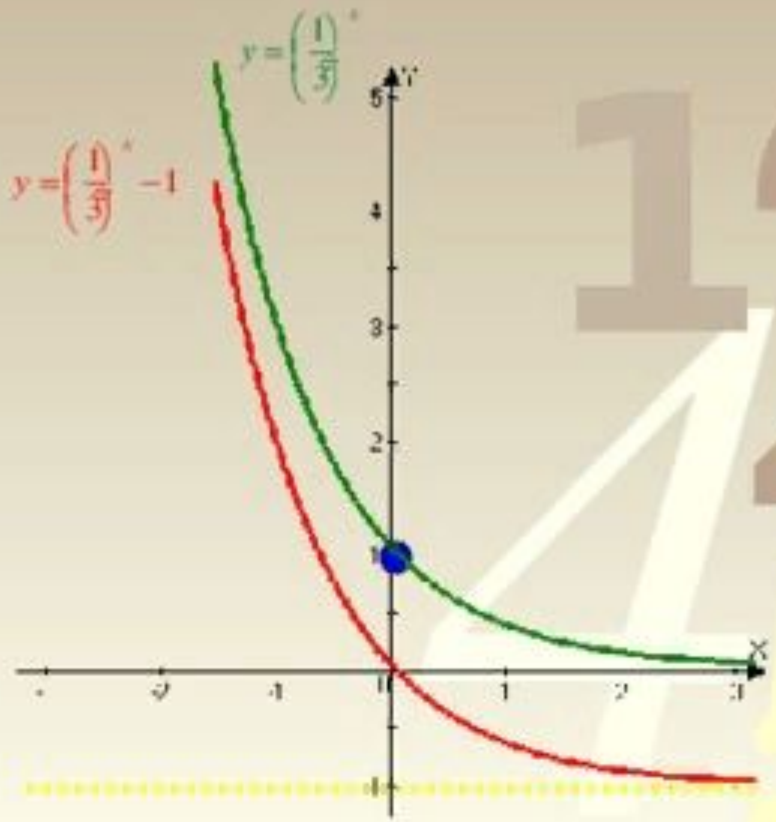
1) *Область определения – множество всех действительных чисел (D(y)=R).*
2) Множество значений – множество всех положительных чисел (E(y)=R_+).
3) Нулей нет.
4) y>0 при x ∈ R.
5) Функция ни чётная, ни нечётная.
6) Функция монотонна: возрастает на R при a>1 и убывает на R при 0<a<1.
7) Наибольшего и наименьшего значений у функции нет.
8) Функция непериодична.
9) Ограничена снизу, не ограничена сверху.

Укажите область значений функции

$$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{x}-1:$$

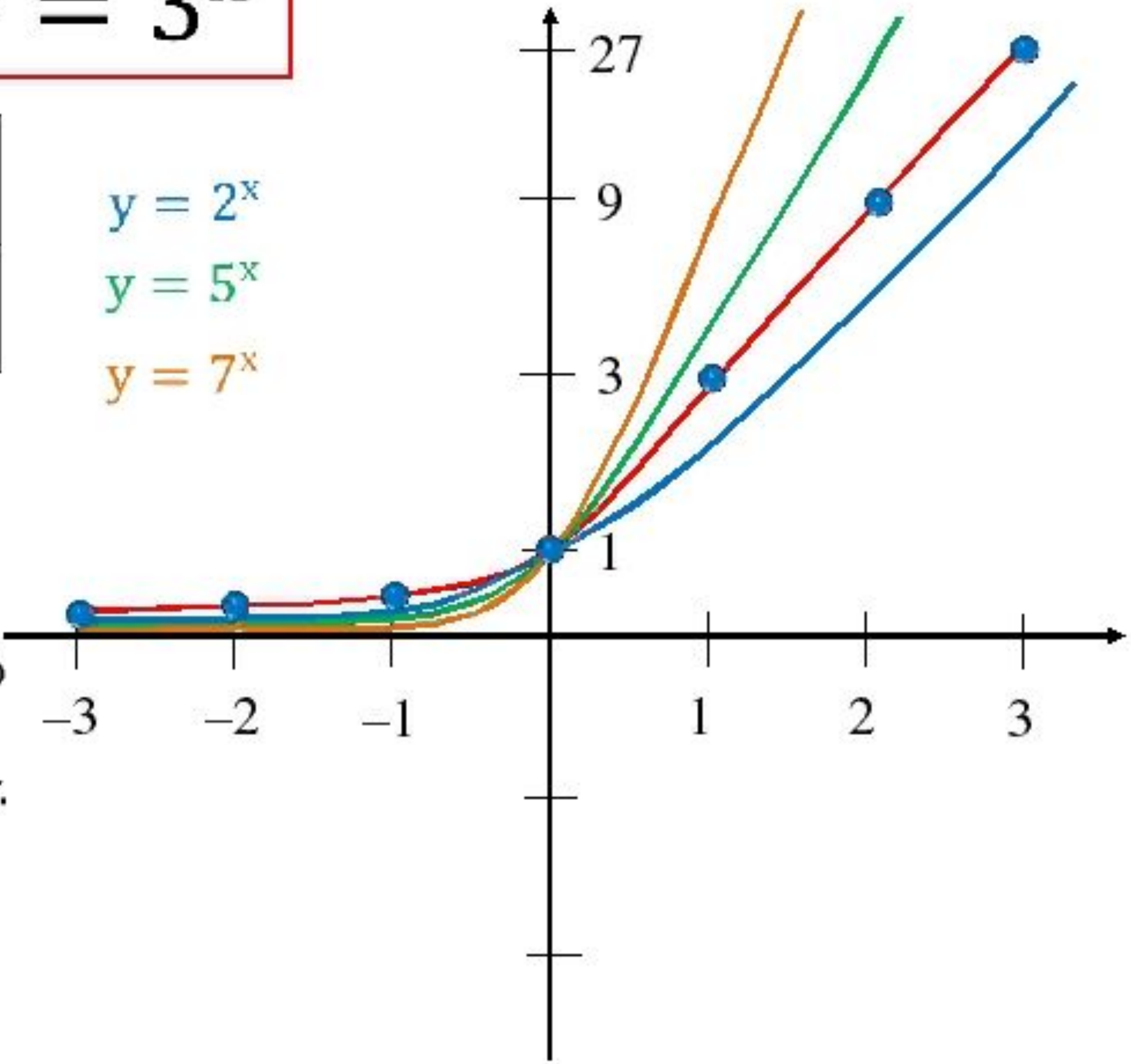
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

1. $(0;+\infty)$;
2. $(-1;+\infty)$;
3. $[0;+\infty)$;
4. $(-\infty;-1)$.



$$y = 3^x$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27

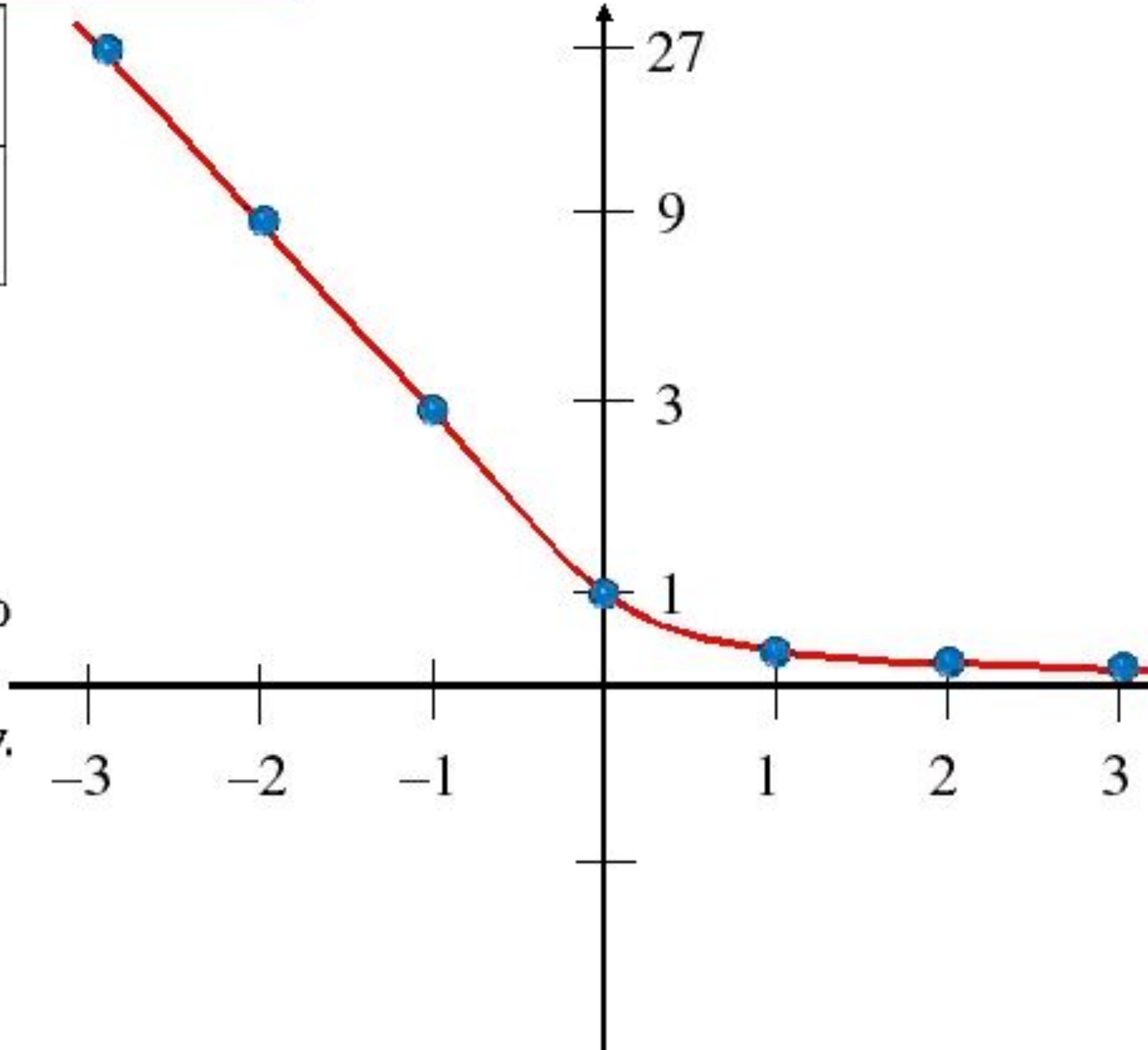


1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. Не является ни чётной, ни нечётной.
3. Возрастает на всей области определения.
4. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
5. Ограничена снизу, но не ограничена сверху.
6. Непрерывна на всей области определения.
7. $E(y) = (0; +\infty)$.
8. Функция выпукла вниз.

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	27	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. Не является ни чётной, ни нечётной.
3. Убывает на всей области определения.
4. Не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений.
5. Ограничена снизу, но не ограничена сверху.
6. Непрерывна на всей области определения.
7. $E(y) = (0; +\infty)$.
8. Функция выпукла вниз.



Самостоятельная работа
№ 1

Построить график функции используя таблицу значений и написать свойства функции:

$$y = 4^x$$

Определение

Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется **показательным.**

Примеры: $2^x = 8; \quad 9^x - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$

Простейшее показательное уравнение – это уравнение вида

$$a^x = a^b, \text{где } a > 0, a \neq 1.$$

Простейшее показательное уравнение решается с использованием свойств степени.

$$\boxed{a^x = a^b \Leftrightarrow x = b}$$

$a^x = b;$ *равносильно* $: a^x = a^c$

по свойству степеней с одинаковыми основаниями решением уравнения является равенство $x = c.$

Пример:

$$2^x = 16;$$
$$2^x = 2^4;$$
$$x = 4.$$

***Ответ:* 4.**

по свойству степеней с одинаковыми основаниями решаются показательные уравнения

$a^{f(x)} = a^{c}$

$a^{f(x)} = a^{g(x)}$ (где $a > 0$, $a \neq 1$)

равносильны соответственно

уравнениям: $f(x) = c$

$f(x) = g(x)$.

Пример:

$$6^{x-3} = \sqrt[5]{36};$$

$$6^{x-3} = 6^{\frac{2}{5}};$$

$$x - 3 = \frac{2}{5};$$

$$x = 3\frac{2}{5}.$$

Ответ: $3\frac{2}{5}$.

I. Метод уравнивания оснований.

Решите уравнения:

а) $2^{2x-4} = 64,$

$2^{2x-4} = 2^6,$

$2x - 4 = 6,$

$2x = 10,$

$x = 5.$

Ответ: 5

б) $5^{x^2-3x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{8-3x},$

$5^{x^2-3x} = (5)^{3x-8},$

$x^2 - 3x = 3x - 8,$

$x^2 - 6x + 8 = 0,$

$x_1 = 2;\ x_2 = 4.$

Ответ: 2; 4.

Простейшие показательные уравнения

1). $2^{3x+4}=2^{x-7}$

$$3x+4=x-7$$

$$x-x=-7-4$$

$$2x=-11$$

$$x=-5{,}5.$$

Ответ: - 5,5.

2). $5^{x^2-3x}=1$

$$5^{x^2-3x}=5^0$$

$$x^2-3x=0$$

$$x(x-3)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=0, \\ x=3. \end{array}\right.$$

Ответ: 0; 3.

Показательные уравнения

Вынесение за скобки степени с меньшим показателем

$$2^{x+1} - 4 \cdot 2^{x-2} = 32$$

$$2^{x-2}(\ 2^3 - 4 \cdot 1) = 32$$

$$2^{x-2}(8-4) = 32$$

$$2^{x-2} \cdot 4 = 32 \,|:4$$

$$2^{x-2} = 8$$

$$2^{x-2} = 2^3$$

$$x - 2 = 3$$

$$x = 5$$

Ответ: 5

Определение степени у основания
после вынесения степени
с меньшим показателем

$$x + 1 - (x - 2) = x + 1 - x + 2 = 3$$

Решение сложных уравнений

Пример 1:

$$6^{x+1}+35\cdot 6^{x-1}=71.$$

Вынесем за скобки 6^{x-1},

$$6^{x-1}(6^2+35)=71;$$

$$6^{x-1}\cdot 71=71;$$

$$6^{x-1}=\frac{71}{71};$$

$$6^{x-1}=1;$$

$$x-1=0.$$

$$x=1.$$

Ответ: 1.

Пример 2:

$$3^{x-1}-2\cdot 3^{x+2}=75.$$

Вынесем за скобки 3^{x-1},

$$3^{x-1}(1-2\cdot 3^3)=75;$$

$$3^{x-1}(1-54)=75;$$

$$3^{x-1}(-53)=75;$$

$$3^{x-1}=-\frac{75}{53};$$

уравнение корней не имеет.

Ответ: **корней нет.**

1) Замена переменной

Основания степеней одинаковы, показатель одной из степеней в 2 раза больше, чем у другой .

$3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} - 45 = 0$ | $t = 3^x \ (t > 0)$

$t^2 - 4t - 45 = 0$

По т. Виета: $t_1 \cdot t_2 = -45$; $t_1 + t_2 = 4$

$t_1 = 9$; $t_2 = -5$ – не удовлетворяет условию

$3^x = 9$; $3^x = 3^2$; $x = 2$.

Ответ: $x = 2$.

Пример:

$$2^x + 4^x = 80.$$

$$2^x + 2^{2x} - 80 = 0;$$

Выполним подстановку $2^x = t,$ ***где*** $t>0,$

$$t^2 + t - 80 = 0;$$

$t_1 = -10;$ -посторонний корень;

$t_2 = 8;$

Решим уравнение $2^x = 8,$

$$2^x = 2^3,$$

$$x = 3.$$

Ответ: 3.

2) Замена переменной

Основания степеней одинаковы, коэффициенты перед переменной противоположны.

$$2^{2-x} - 2^{x-1} = 1$$

$$2^2 \cdot 2^{-x} - 2^x \cdot 2^{-1} = 1$$

$$t = 2^x \ (t > 0)$$

$$\frac{4}{t} - \frac{t}{2} = 1$$

$$8 - t^2 = 2t$$

$$t^2 + 2t - 8 = 0$$

По т. Виета:

$$t_1 \cdot t_2 = -8, \ t_1 + t_2 = -2$$

$t_1 = -4$ - не удовлетворяет условию

$$t_2 = 2$$

$$2^x = 2$$

$$x = 1$$

Ответ: 1

Решение сложных уравнений

Реши самостоятельно:

Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону

$m(t)=m_0 2^{-\frac{t}{T}}$

В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени m_0=12 мг изотопа натрия -24, период полураспада которого равен T=15ч. В течение скольких часов содержание натрия -24 в веществе будет превосходить 3 мг?

$$2^{2x-14} = \frac{1}{64};$$

$$2^{5-2x} = 128;$$

$$(\frac{1}{6})^{6-x} = 36;$$

$$3^{2x-4} = \frac{1}{9}.$$

Методы решения уравнений

1.Уравнивание показателей:

$$3^{-1-x} = (\frac{1}{3})^{2x+3};$$

$$2^x \cdot (\frac{3}{2})^x = \frac{1}{9};$$

3.Функционально – графический

$$3^x = 4 - x;$$

$$(\frac{1}{2})^x = x + 3;$$

2. Введение новой переменной

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0;$$

$$2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x - 88 = 0;$$

4.Разложение на множители.

$$7^{x+1} - 5 \cdot 7^x = 98;$$

$$2^{4x-1} + 2^{4x-2} - 2^{4x-3} = 160;$$

$9^x + 6^x = 2^{2x+1}$; **Однородное уравнение**

Самостоятельная работа. № 2

Вариант 1

1) $6^x = 36$

2) $2^x = 32$

3) $4^{x+1} = 16$

4) $8^{x-1} = 64$

5) $\left(\frac{3}{7}\right)^{x+7} = 5\frac{4}{9}$

6) $5^x + 3 \cdot 5^x = 500$

7) $3^{x^2+x-3} = 27$

8) $2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

Вариант 2

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$

2) $0{,}5^x = 0{,}125$

3) $0{,}3^{2-x} = 0{,}09$

4) $5^{3x-10} = 25$

5) $\left(\frac{2}{9}\right)^{x+3} = 20\frac{1}{4}$

6) $3^x - 3^{x+3} = -78$

7) $2^{x^2-x-1} = 32$

8) $0{,}5^{2x} + 1{,}5 \cdot 0{,}5^x - 1 = 0$

Спасибо за внимание