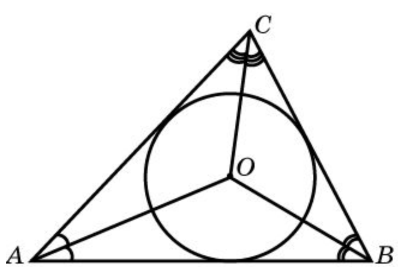
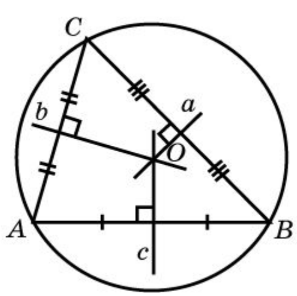
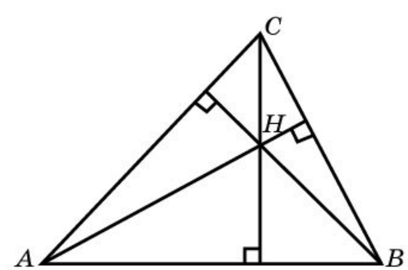
Площадь треугольника и медиана

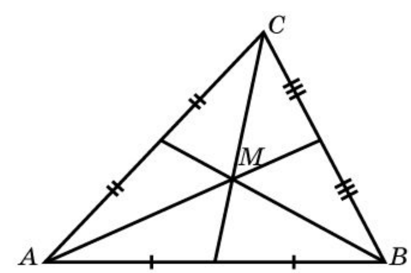
Учитель математики МАОУ СОШ №3 Короткова А. Э.

Замечательные точки и линии треугольника









Элементы треугольника

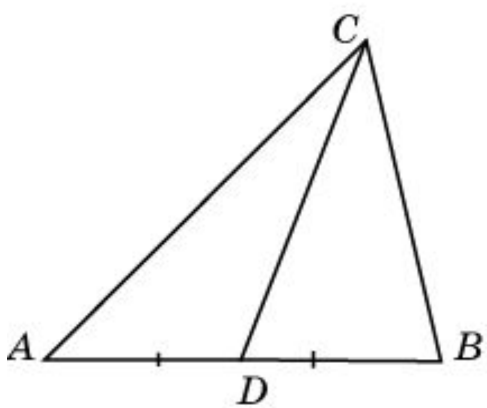


Рис. 1

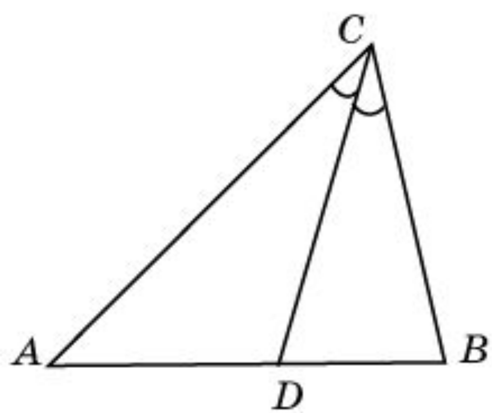


Рис. 2

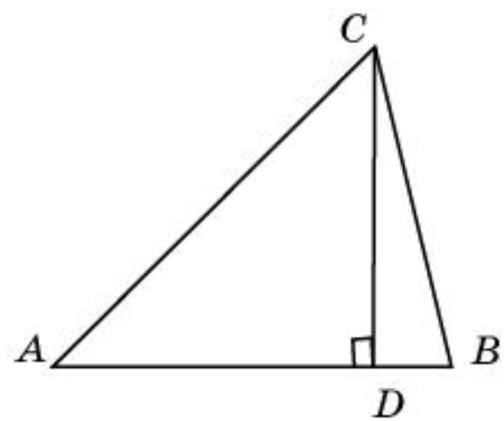


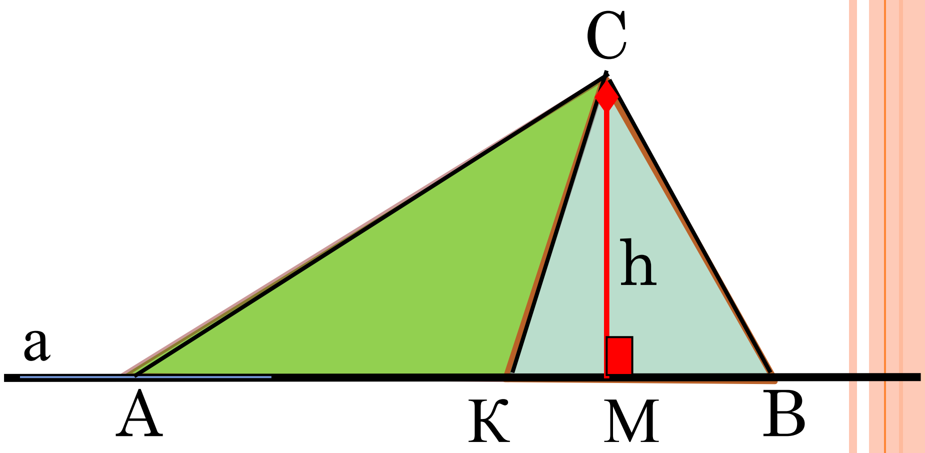
Рис. 3

Медиана треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны (рис. 1).

Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой противоположной стороны (рис. 2).

Высота треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны или ее продолжения и перпендикулярный этой стороне (рис. 3).

Площади треугольников, имеющих равные высоты, относятся как основания, к которым проведены эти высоты.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} CM \cdot AB$$

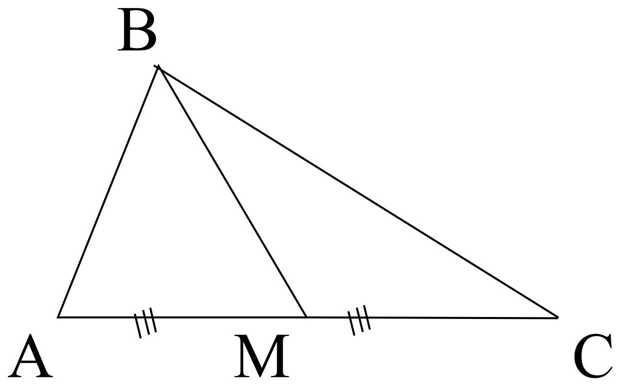
$$S_{AKC} = \frac{1}{2} CM \cdot AK$$

$$S_{KBC} = \frac{1}{2} CM \cdot KB$$

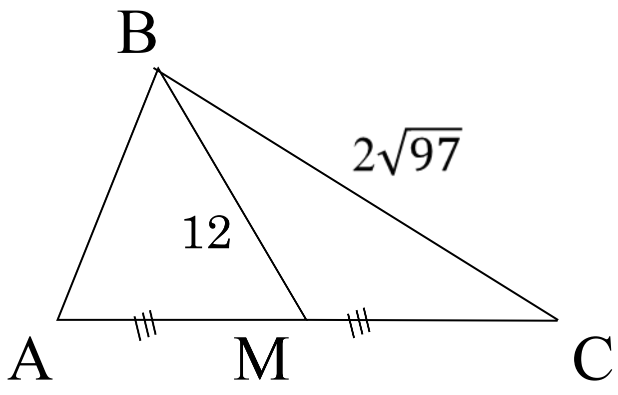
Значит, **$S_{ABC}:S_{AKC}:S_{KBC}=AB:AK:KB$**

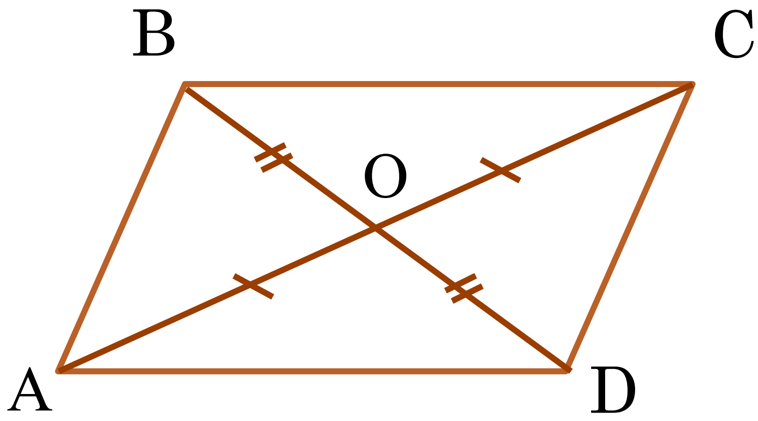
Медиана треугольника делит его на два равновеликих треугольника.

$$S_{ABM} = S_{MBC}$$



619. В треугольнике ABC сторона BC равна $2\sqrt{97}$ и она больше половины стороны AC. Найдите сторону AB, если медиана BM равна 12, а площадь треугольника ABC равна 96.





Следствие 1.

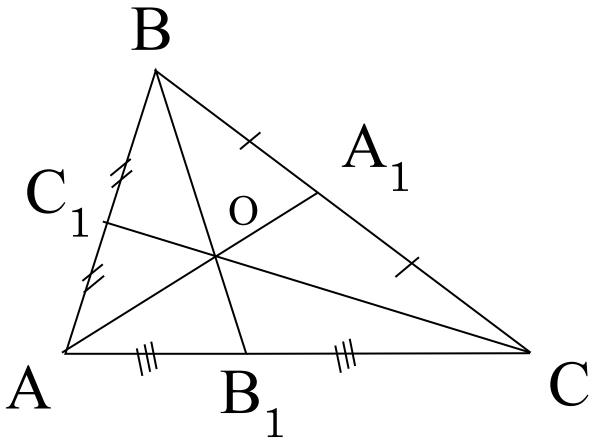
$$S_{AOB} = S_{BOC} = S_{COD} = S_{DOA} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

$$S_{ADB} = S_{ABC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

Следствие 2.

Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

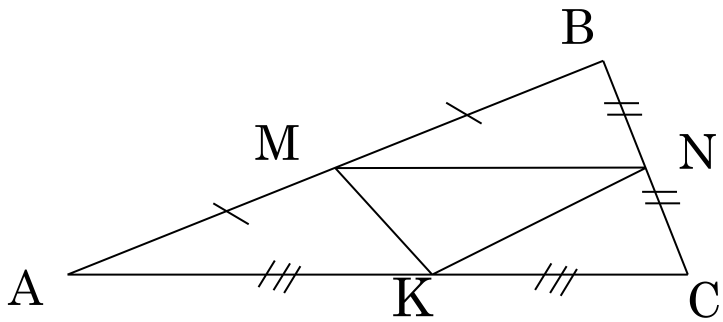
$$S_{AOC_1} = S_{BOC_1} = S_{BOA_1} = S_{COA_1} = S_{COB_1} = S_{AOB_1} =$$
$$= \frac{1}{6} S_{ABC}$$



Следствие 3.

Средняя линия треугольника отсекает от данного треугольник, площадь которого равна $\frac{1}{4}$ площади исходного треугольника.

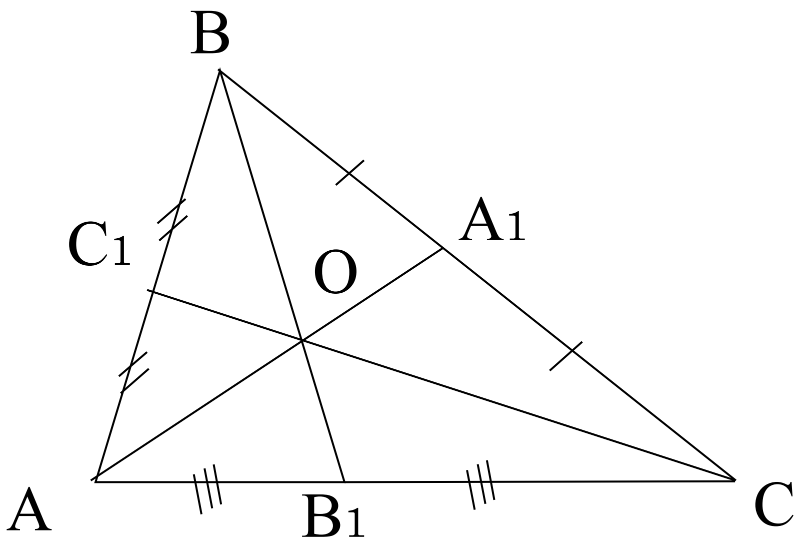
$$\frac{S_{MBN}}{S_{ABC}}=\frac{1}{4}$$



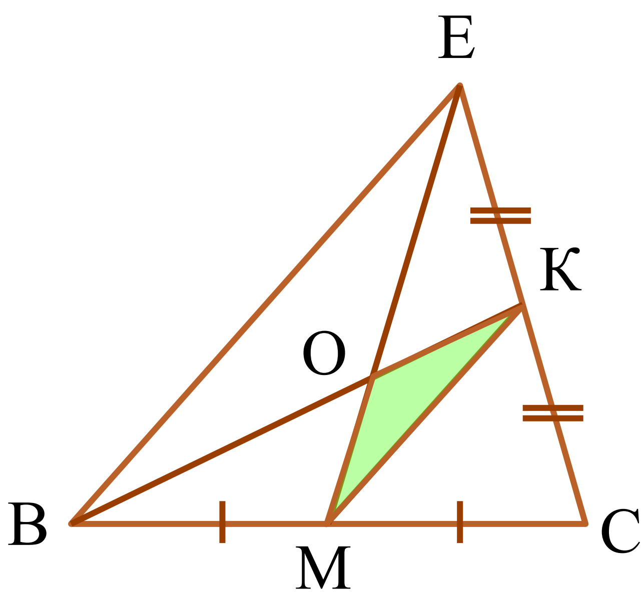
Свойство медиан треугольника

Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении два к одному, считая от вершины.

$$\frac{AO}{OA_1} = \frac{BO}{OB_1} = \frac{CO}{OC_1} = \frac{2}{1}$$



Медианы BK и EM треугольника BCE пересекаются в точке O. Найти $S_{MOK}:S_{CMK}$.



Решение. Обозначим $S_{ABC} = 1$. $S_{MEC} = ½$. В треугольнике CME MK – медиана => $S_{CMK} = S_{MKE} = ½ S_{MEC} = ¼$.

В треугольнике MKE (по свойству точки пересечения медиан) EO:OM = 2:1 =>$S_{EKO} : S_{MOK} = 2:1$, т.е. $S_{MOK} = ⅓ S_{MKE} = ⅓·¼ = 1/12$.

$S_{MOK}:S_{CMK}$ = (1/12) : (1/4) = 1:3.