



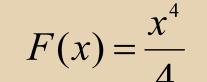
11.1. ПЕРВООБРАЗНАЯ ФУНКЦИИ И НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

Функция F(x) называется <u>первообразной</u> функции f(x) на промежутке X, если в каждой точке x этого промежутка

$$F'(x) = f(x)$$







является первообразной для функции $f(x) = x^3$ поскольку

$$\left(\frac{x^4}{4}\right) = x^3$$

Для заданной функции *f(x)* ее первообразная определена не однозначно.

Например, функции

Например, функция

$$\frac{x^4}{4} + 1; \quad \frac{x^4}{4} + 2; \quad \dots \quad \frac{x^4}{4} + const$$

тоже являются первообразными для ϕ ункции x^3 .







В общем случае, если F(x) – первообразная для функции f(x), то функция вида F(x)+C тоже является первообразной для f(x), поскольку

$$(F(x) + C)' = F'(x) = f(x)$$









Из геометрического смысла производной вытекает, что

есть угловой коэффициент касательной к кривой y=F(x) в точке x.

Найти первообразную для функции f(x), значит найти такую кривую y=F(x), что угловой коэффициент касательной к ней в произвольной точке x равен значению f(x).









Если $F_1(x)$ и $F_2(x)$ - первообразные функции f(x) на некотором промежутке X, то найдется такое число C, что будет справедливо равенство:

$$F_2(x) = F_1(x) + C$$





Доказательство:



Найдем производную разности первообразных:

$$(F_2(x) - F_1(x))' = F_2'(x) - F_1'(x) =$$

$$= f(x) - f(x) = 0$$

Тогда Лагранжа по следствию из теоремы найдется число С, такое что

$$F_2(x) - F_1(x) = C$$
 $F_2(x) = F_1(x) + C$



$$F_2(x) = F_1(x) + C$$









Из этой теоремы следует, что если F(x) – первообразная для функции f(x), то выражение

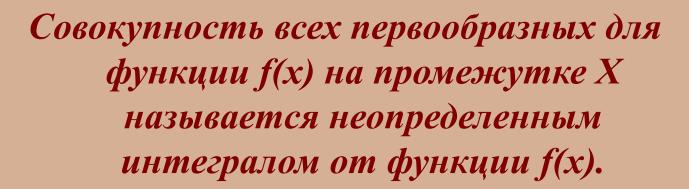
$$F(x) + C$$

задает все возможные первообразные для ϕ ункции f(x).









$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

Функция f(x) называется подынтегральной функцией.

Выражение f(x) dx называется подынтегральным выражением.









Mpumep.

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$$

Интегрирование является операцией, обратной дифференцированию.

Для проверки правильности результата интегрирования надо продифференцировать результат и получить подынтегральную функцию.

