Предел числовой последовательности.

- ✔ Дайте определение числовой последовательности.
- ✔ Какие способы задания числовой последовательности вы знаете?

  (приведите примеры)
- ✔ Дайте определение ограниченной сверху и снизу числовой последовательности.

  (приведите примеры)
- ✔ Какую последовательность называют возрастающей и убывающей?

  (приведите примеры)

Найдите закономерности и покажите их с помощью стрелки:

1; 4; 7; 10; 13; …

В порядке возрастания положительные нечетные числа

10; 19; 37; 73; 145; …

В порядке убывания правильные дроби с числителем, равным 1

6; 8; 16; 18; 36; …

В порядке возрастания положительные числа, кратные 5

½; 1/3; ¼; 1/5; 1/6;

Увеличение на 3 раза

Чередовать увеличение на 2 и увеличение в 2 раза

1; 3; 5; 7; 9; …

5; 10; 15; 20; 25; …

Увеличение в 2 раза и уменьшение на 1

Последовательности заданы формулами:

$a_n=(-1)^n n$

$a_n=2^n-5$

$a_n=3^n-1$

$a_n=n$

$a_n=n+4$

$a_n=-n-2$

Впишите пропущенные члены последовательности:

1; 16; 81; 256; 625; …

27

5; 6; 7; 8; 9; …

-3; -1; 3; 11; ___;

-1; 4; ___; ___; -25; …

-9 16

___; -4; ___; ___; -7; …

-3 -5 -6

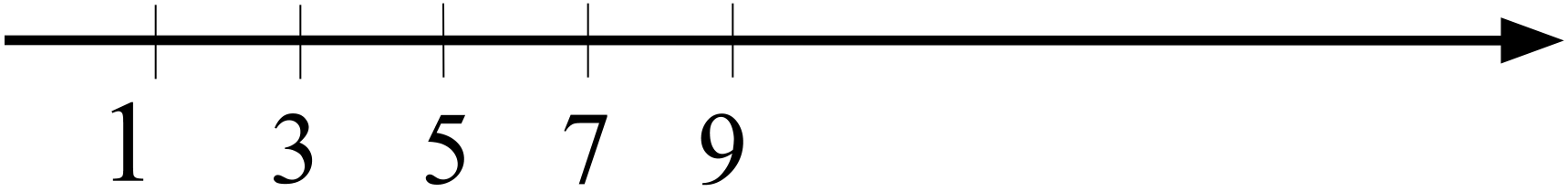
2; 8; ___; ___; ___; …

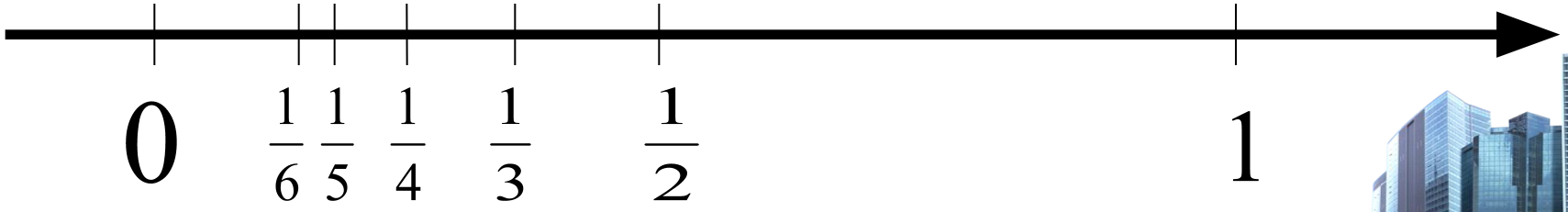
26 80 242

Рассмотрим две последовательности:

$$(y_n): 1, 3, 5, 7, 9, \ldots, 2n-1, \ldots;$$

$$(x_n): 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$$





Предел числовой последовательности

L/O/G/O

Цели урока:

1 Рассмотреть понятие предела числовой последовательности

2 Сформировать начальные представления о вычислении пределов числовых последовательностей

3

Определение 1

Пусть a – точка прямой, а r – положительное число. Интервал (a-r, a+r) называют окрестностью точки a, а число r – радиусом окрестности.

Пример: (5,98, 6,02)

Укажите окрестность точки а радиуса r в виде интервала, если:

а) а = 0

r = 0,1

(-0,1, 0,1)

в) а = 2

r = 1

(1, 3)

b) а = -3

r = 0,5

(-3,5, -2,5)

г) а = 0,2

r = 0,3

(-0,1, 0,5)

Окрестностью какой точки и какого радиуса является интервал

а) (1; 3)

$a = 0$

$r = 0,2$

б) (-0,2; 0,2)

$a = 2$

$r = 1$

в) (2,1; 2,3)

$a = -6$

$r = 1$

г) (-7; -5)

$a = 2,2$

$r = 0,1$

Определение 2

Число b называют пределом последовательности (y_n), если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержатся все члены последовательности, начиная с некоторого номера.

Пишут и читают:

$$y_n \to b$$ или $$\lim_{n\to\infty} y_n = b$$

Чему равен предел данной последовательности?

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}, \ldots$$

Вывод: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots, \left(\frac{1}{2}\right)^n, \ldots$$

$$\lim_{n\to\infty} c = c$$

Вывод: $\lim\limits_{n\to\infty} q^n = 0, если |q| \langle 1$

Свойства

1) Предел суммы равен сумме пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n + y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n + \lim_{n\to\infty} y_n$$

2) Предел произведения равен произведению пределов

$$\lim_{n\to\infty}(x_n y_n) = \lim_{n\to\infty} x_n \bullet \lim_{n\to\infty} y_n$$

3) Предел частного равен частному от пределов

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{x_n}{y_n}\right) = \frac{\lim\limits_{n\to\infty} x_n}{\lim\limits_{n\to\infty} y_n}$$

4) Постоянный множитель можно вынести за знак предела

$$\lim_{n\to\infty}(kx_n) = k\lim_{n\to\infty} x_n$$