

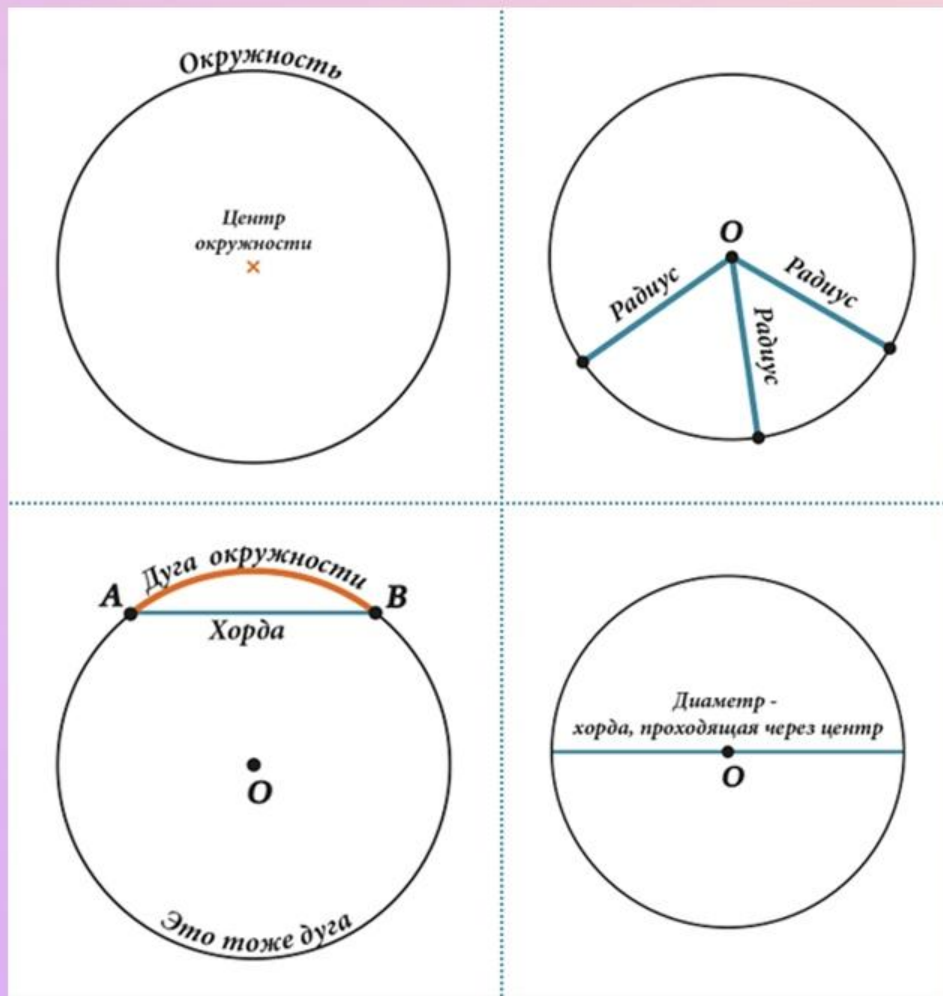
# Мастер-группа по математике “Взлет”

Универсальная подготовка к ЕГЭ  
по математике с Максимом Эйлером

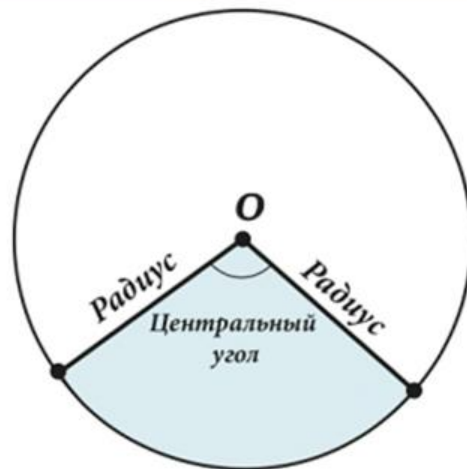
Онлайн школа “Вебинариум”



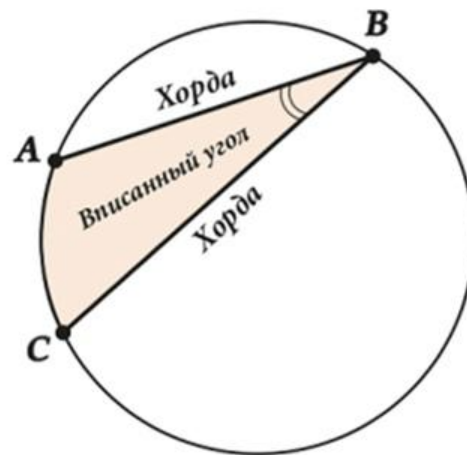
# Окружность, теория



# Вписанный и центральные углы

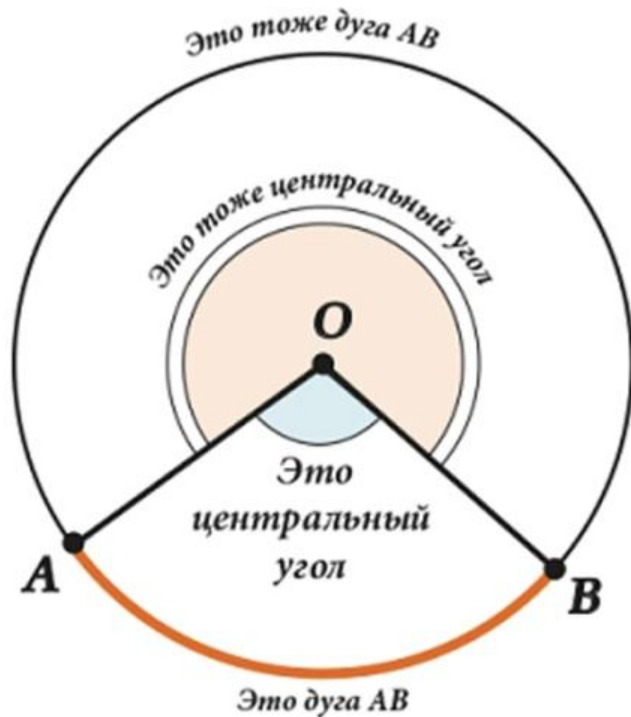


- **Центральный угол** – угол между двумя радиусами.



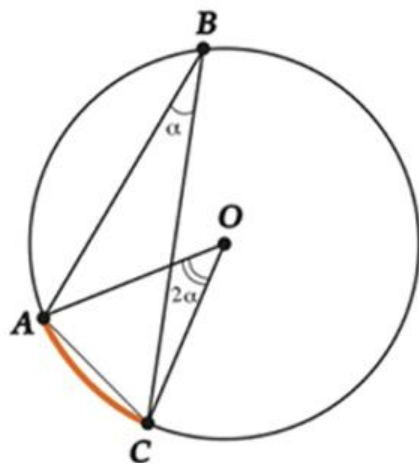
- **Вписанный угол** – угол между двумя хордами, которые пересекаются в точке на окружности.

# Измерения дуг и углов

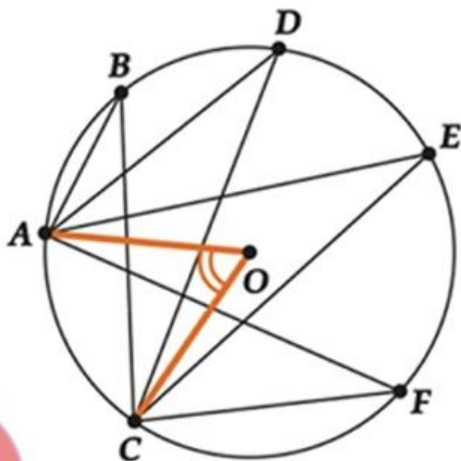


- **Градусная мера** (величина дуги) – это величина (в градусах) соответствующего центрального угла
- Большей дуге соответствует больший угол, а меньшей дуге соответствует меньший угол.

# Соотношение между величинами вписанных и центральных углов



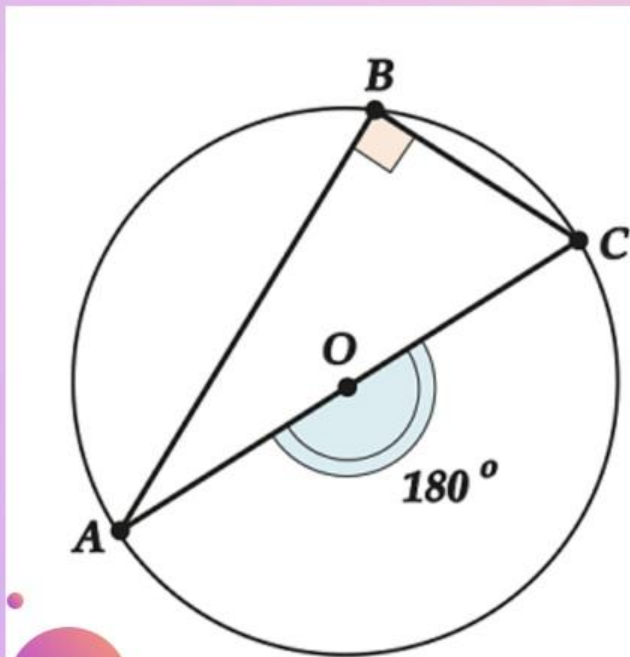
- **Теорема**  
Величина вписанного угла вдвое меньше, чем величина соответствующего центрального угла.



- **Следствие 1**

Все вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, равны между собой.

# Соотношение между величинами вписанных и центральных углов

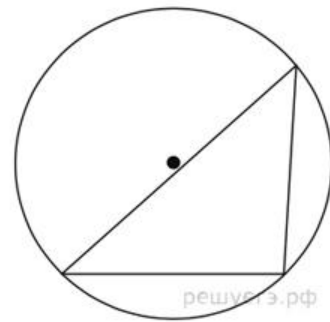


- **Следствие 2**

Угол, опирающийся на диаметр – прямой.

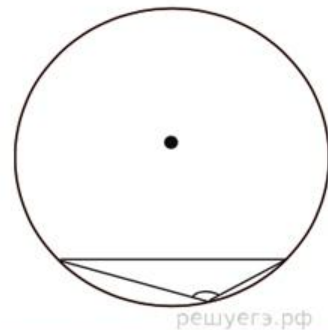
# Практика

Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?  
Ответ дайте в градусах.



# Практика

Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности?  
Ответ дайте в градусах.

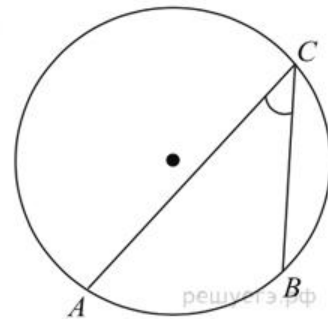


решуегэ.рф



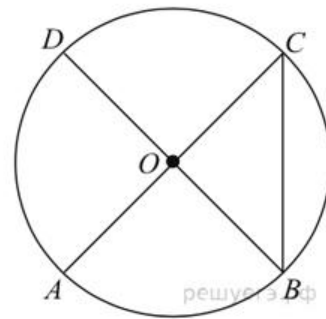
# Практика

Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет  $\frac{1}{5}$  окружности. Ответ дайте в градусах.

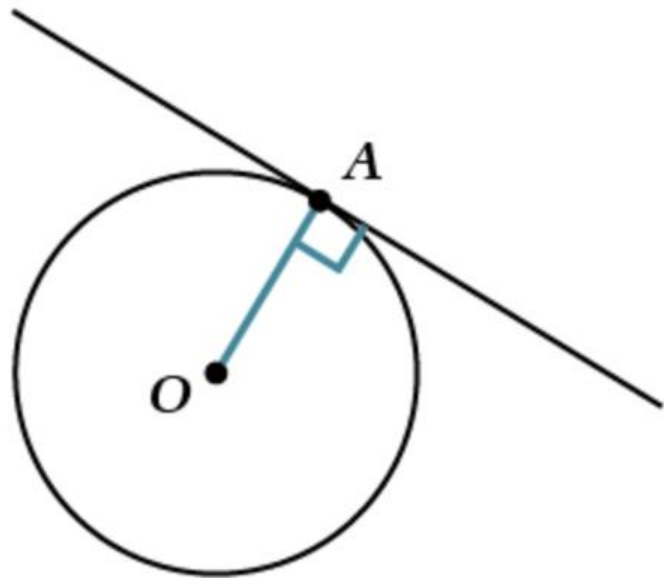


# Практика

В окружности с центром  $O$  отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры. Вписанный угол  $ACB$  равен  $38^\circ$ .  
Найдите центральный угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.

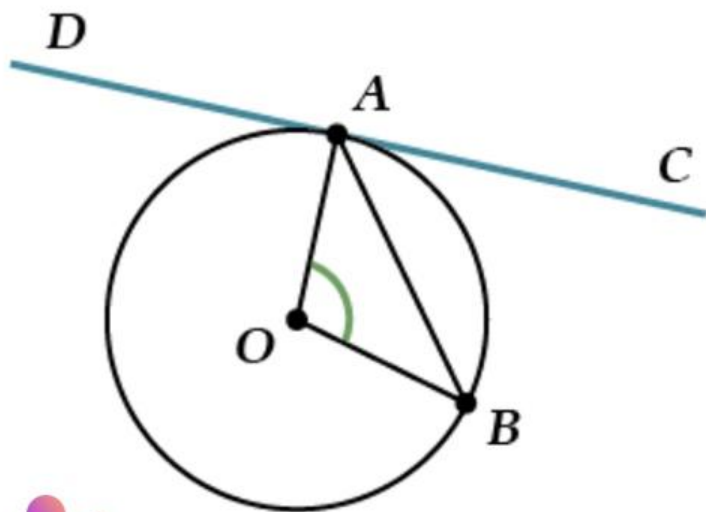


# Теория



- **Касательная окружности** перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания.

# Теория



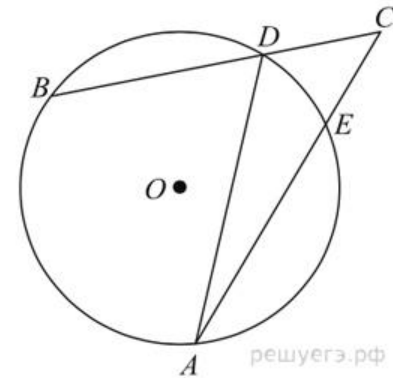
- Угол между касательной и хордой равен половине градусной меры дуги, которая находится внутри угла:

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \angle AOB, \text{ где}$$

- $DC$  - касательная,
- $AB$  - хорда,
- $BAC$  - угол, внутри которого находится дуга  $AB$ .

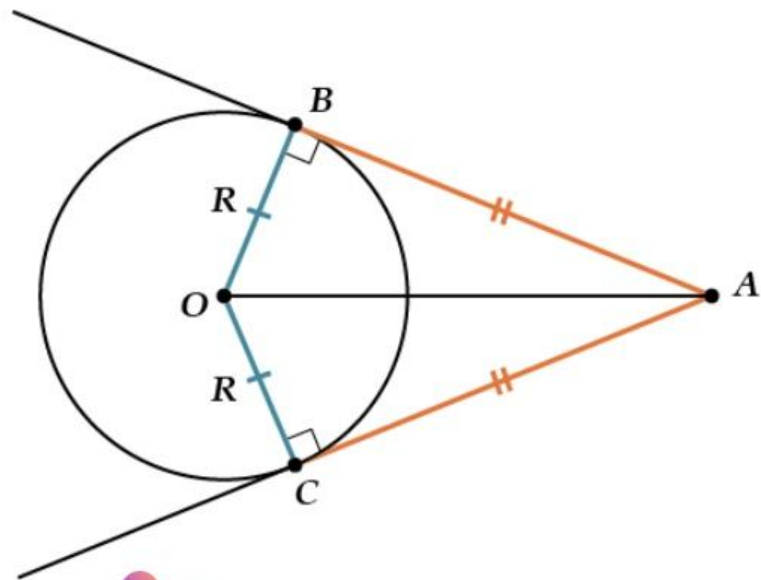
# Практика

Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно  $118^\circ$  и  $38^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



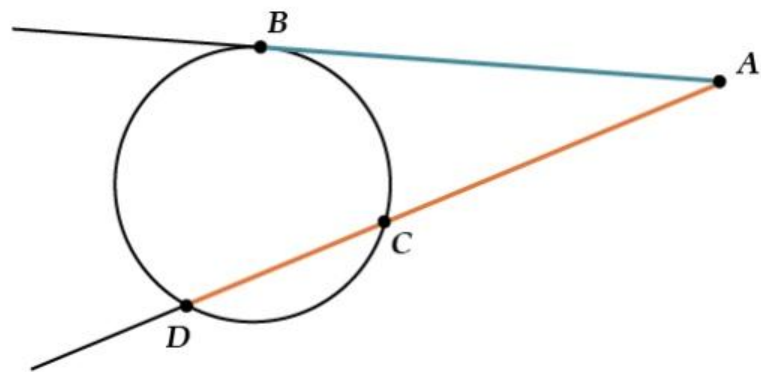
решуегэ.рф

# Теория



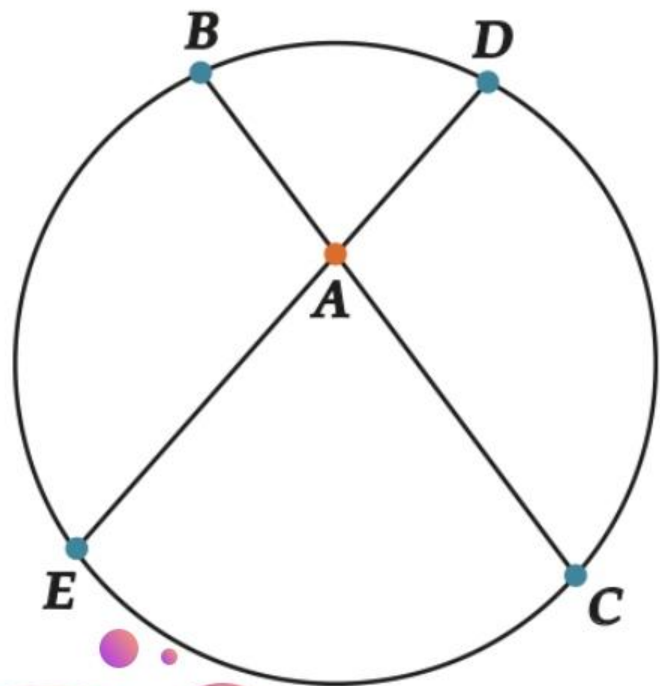
- **Отрезки касательных**, проведённых из одной точки к одной окружности, равны:  $AB = AC$
- **Углы, образованные касательными**, проведёнными из одной точки, и прямой, проходящей через центр окружности и эту точку, равны:  $\angle BAO = \angle CAO$ .

# Теория



- **Секущая** - прямая, которая пересекает окружность в двух различных точках:  $D$  и  $C$ .
- Для любой прямой  $AD$ , пересекающей окружность:  
 $AD \cdot AC = AB^2$ , где  $AB$  - отрезок касательной.

# Теория



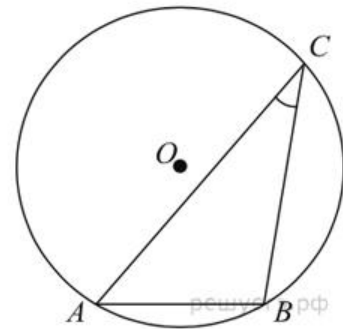
- Для любых двух хорд, проходящих через некоторую точку  $A$ , выполняется:

$$AB \cdot AC = AD \cdot AE.$$



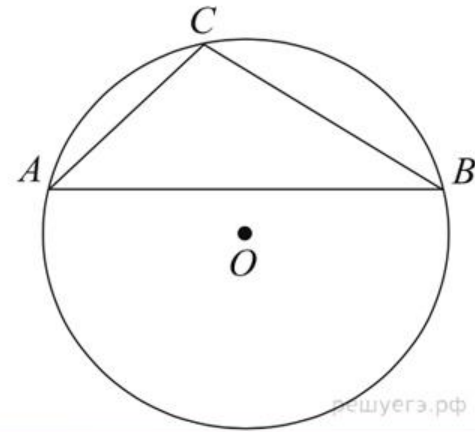
# Практика

Найдите хорду, на которую опирается угол  $30^\circ$ , вписанный в окружность радиуса 3.



# Практика

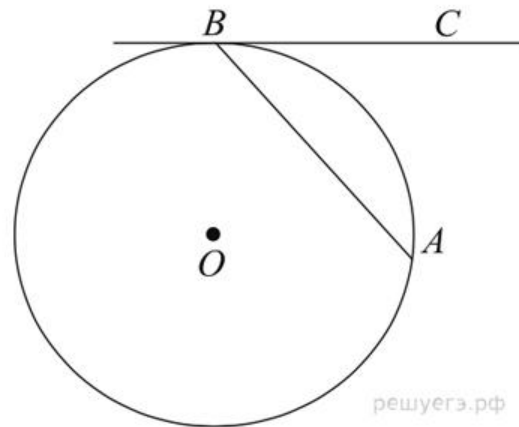
Хорда  $AB$  делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как  $5:7$ . Под каким углом видна эта хорда из точки  $C$ , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



reshuerz.rf

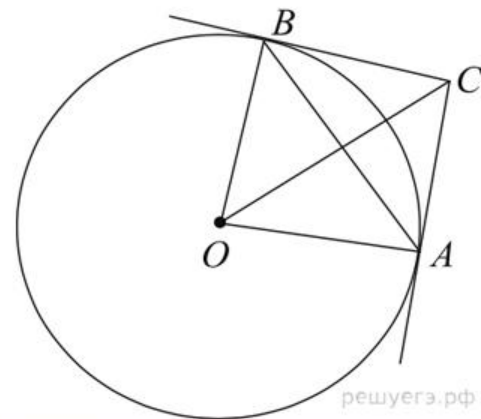
# Практика

Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $92^\circ$ . Найдите угол  $ABC$  между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах.



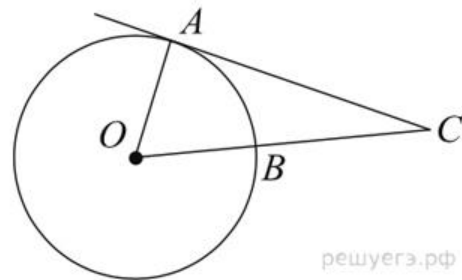
# Практика

Через концы  $A$ ,  $B$  дуги окружности в  $62^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ .  
Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



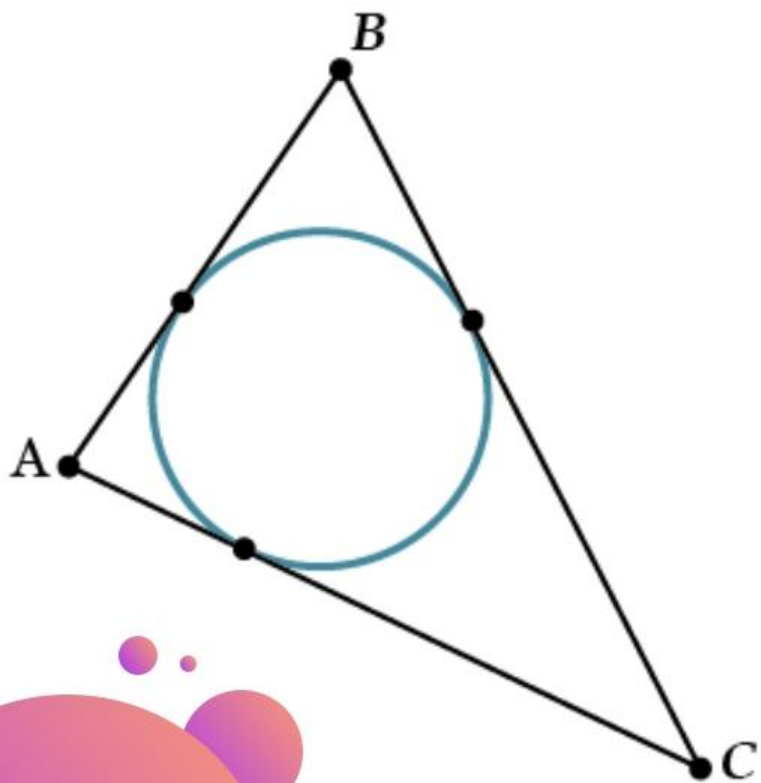
# Практика

Найдите угол  $ACO$ , если его сторона  $CA$  касается окружности, дуга  $AB$  — равна  $64^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



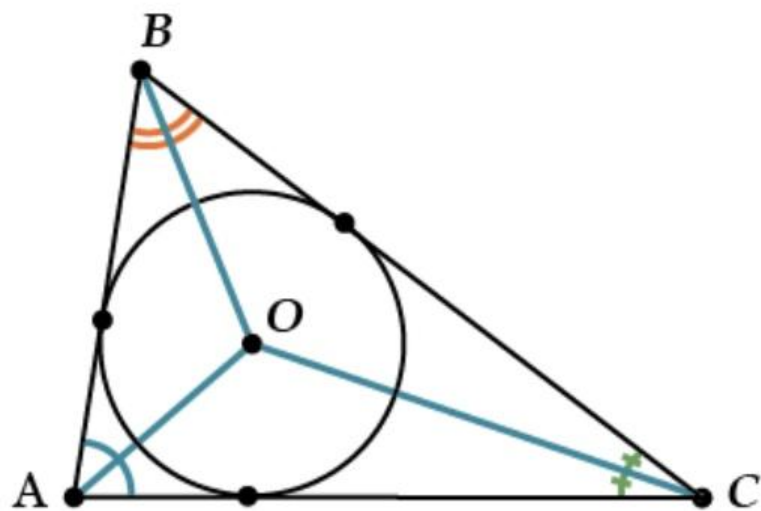
решуегэ.рф

# Теория



Окружность называется **вписанной в треугольник**, если она **касается всех** (трёх) его **сторон**.

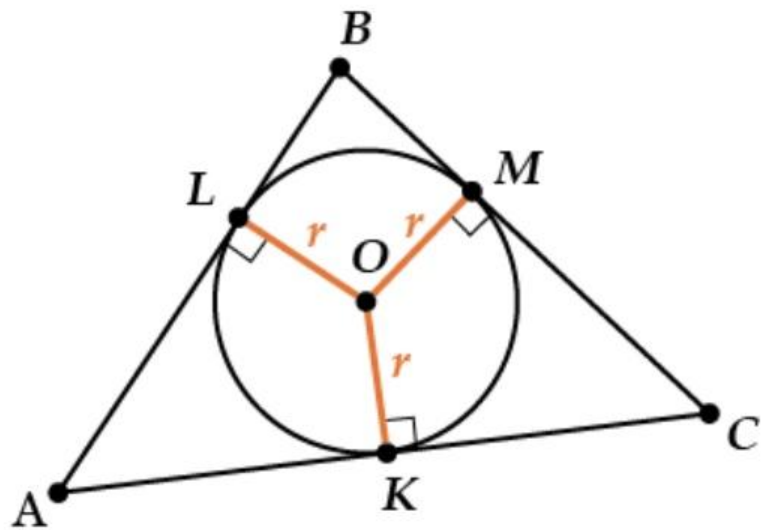
# Теория



Во **всякий треугольник** можно **вписать окружность**, причём **единственным** образом.

**Центр вписанной окружности** лежит на пересечении **биссектрис углов** треугольника.

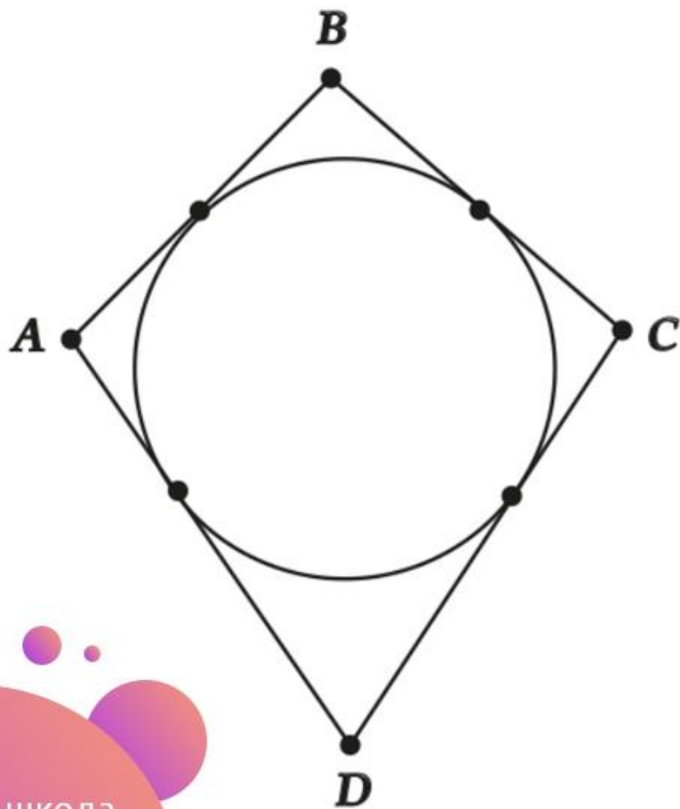
# Теория



Посмотри, пусть у нас в  $\triangle ABC$  вписана окружность с центром  $O$ . Тогда отрезки  $OK$ ,  $OL$ , и  $OM$  – радиусы этой окружности.



# Теория

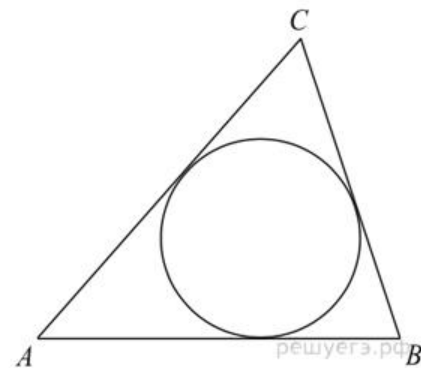


- В четырехугольник можно вписать окружность тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны. В буквах:

$$AB + CD = AD + BC$$

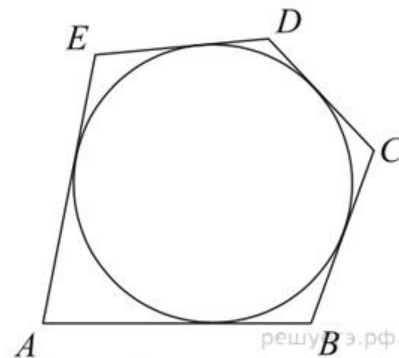
# Практика

Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.



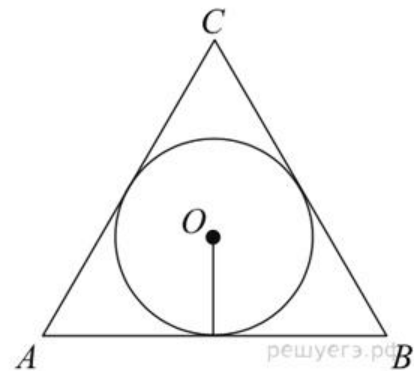
# Практика

Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 20. Найдите его площадь.



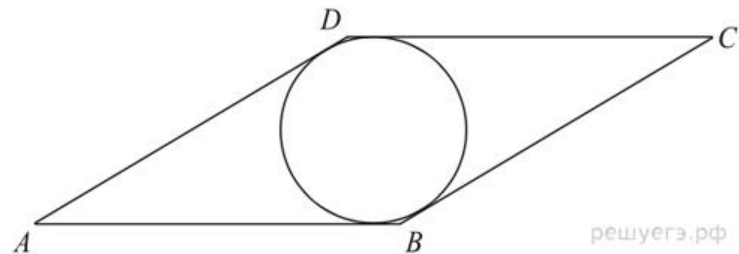
# Практика

Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, высота которого равна 6.



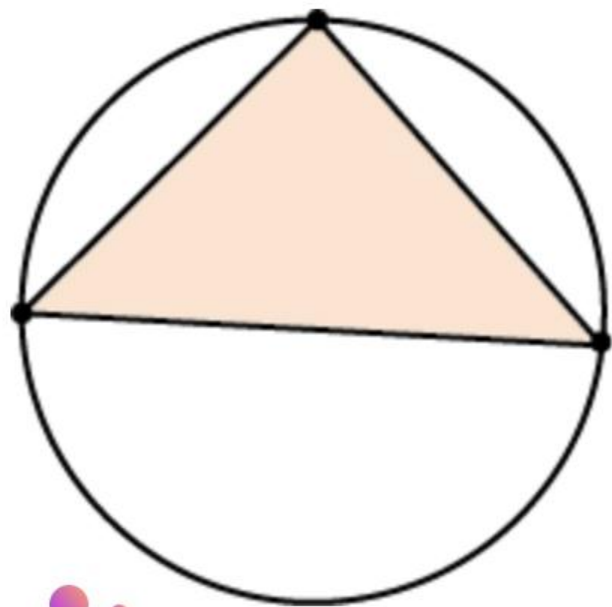
# Практика

Сторона ромба равна 1, острый угол равен  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.



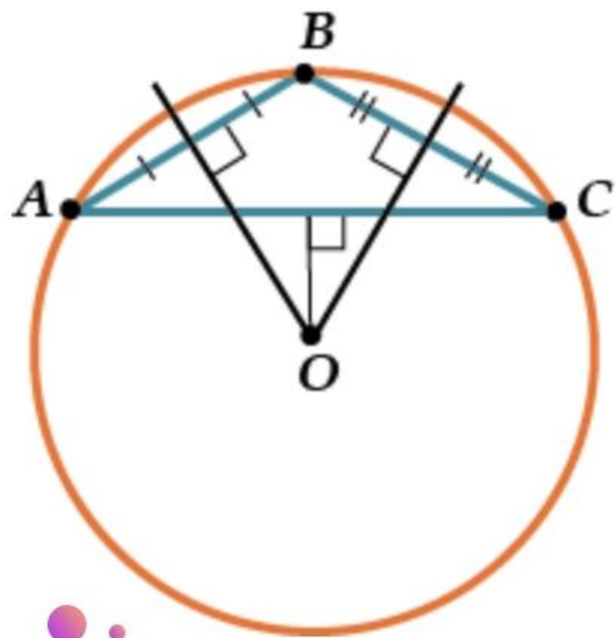
решуегэ.рф

# Теория



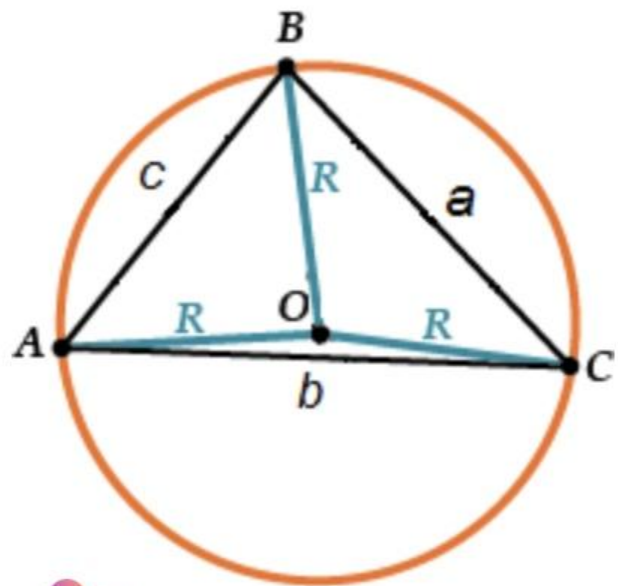
- Вокруг всякого треугольника можно описать окружность.

# Теория



- Вокруг всякого треугольника можно описать окружность, при том единственным образом.
- Центр этой окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

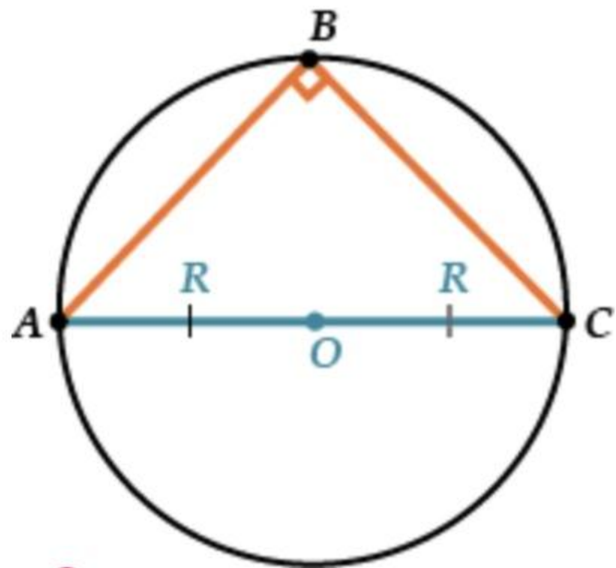
# Теория



$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$$

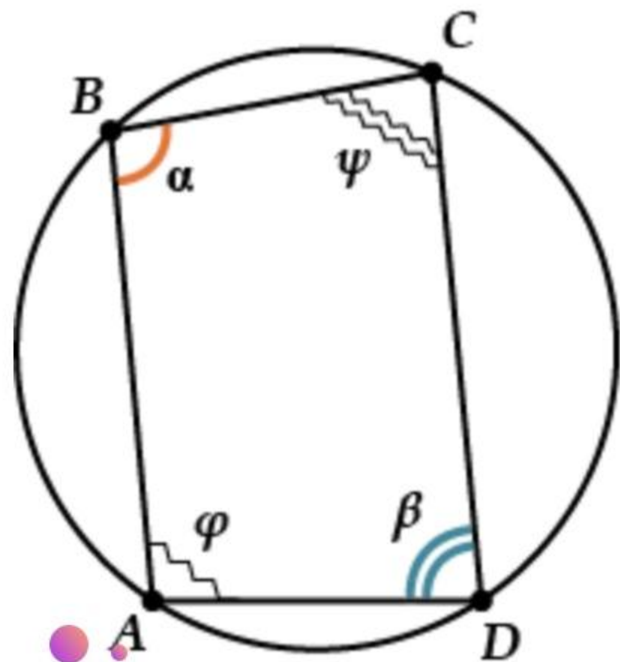


# Теория



- В **прямоугольном** треугольнике **центр описанной окружности** лежит на **середине гипотенузы**, а радиус равен половине гипотенузы.

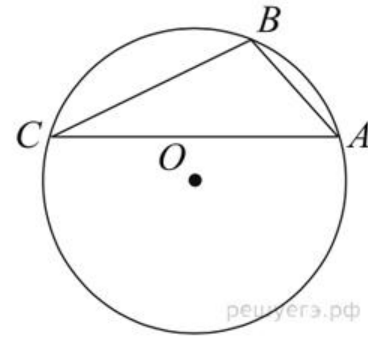
# Теория



**Четырехугольник** можно вписать в окружность тогда и только тогда, когда **сумма двух его противоположных углов равна  $180^\circ$** .

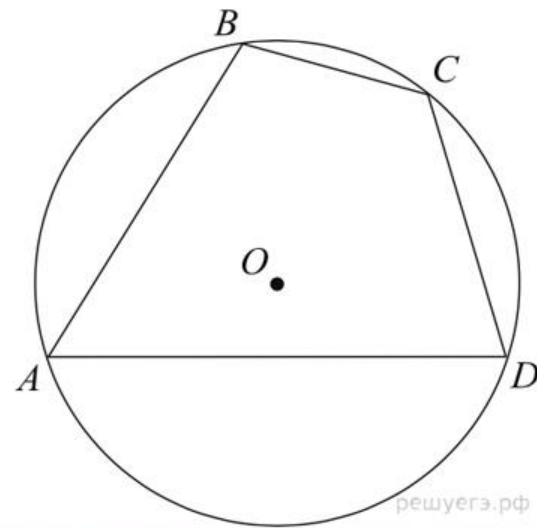
# Практика

Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , расположенные на окружности, делят ее на три дуги, градусные величины которых относятся как  $1 : 3 : 5$ . Найдите больший угол треугольника  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



# Практика

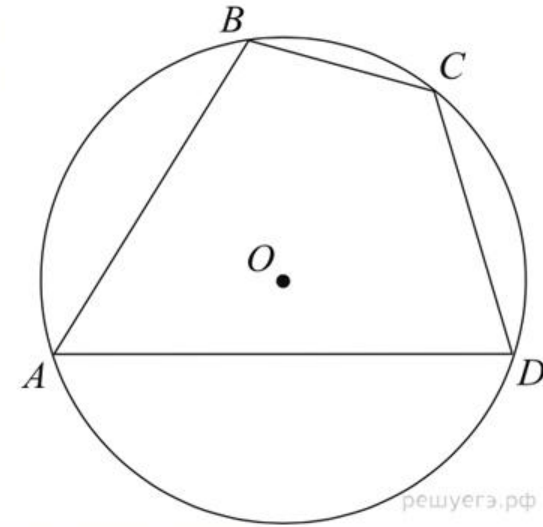
Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $58^\circ$ .  
Найдите угол  $C$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.



решуегэ.рф

# Практика

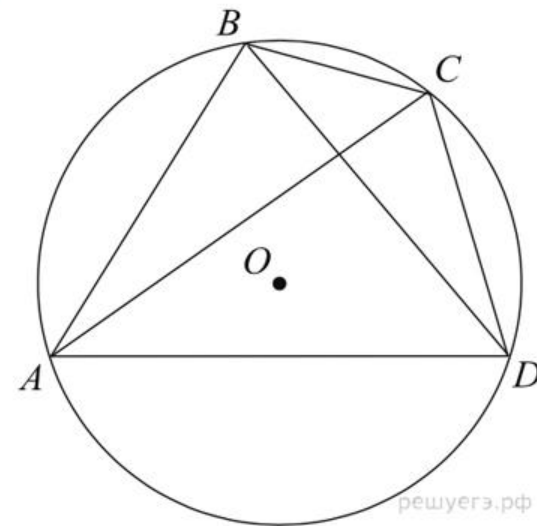
Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  и  $AD$ , градусные величины которых относятся соответственно как  $4 : 2 : 3 : 6$ . Найдите угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ . Ответ дайте в градусах.



решуегэ.рф

# Практика

Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $105^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



# Практика

Сторона правильного треугольника равна  $\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

