

ЭКОНОМЕТРИКА

Семинар 5

Тема. Параметризация регрессионных уравнений

Параметризация регрессионных уравнений

- Задача 4.1. По данным 26 муниципальных районов региона о стоимости продукции сельского хозяйства (Y) и стоимости основных фондов (X) оценить параметры парных уравнений регрессии следующего вида:
 - а) линейной ;
 - б) степенной ;
 - в) показательной ;
 - г) логарифмической

Решение:

а) *линейная регрессия* $y_x = a_0 + a_1x$.

Для определения параметров уравнения линейной парной регрессии необходимо решить следующую систему нормальных уравнений, полученную МНК:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum x_i = \sum y_i, \\ a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 = \sum x_i y_i. \end{cases}$$

Таблично определим значения сумм:

$$\sum x_i, \sum y_i, \sum x_i y_i \text{ и } \sum x_i^2.$$

Таблица 4.2

**Расчетная таблица
для модели линейной парной регрессии**

| № рай-она | x | y | $\sum xy$ | x^2 | y_x |
|-----------|-------|--------|-----------|-------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 201,6 | 1011,3 | | | |
| 2 | 242,6 | 1490,4 | | | |
| 3 | 255,4 | 1024,5 | | | |
| 4 | 323,7 | 559,9 | | | |
| 5 | 331,9 | 1195,1 | | | |
| 6 | 384,6 | 1050,1 | | | |
| 7 | 397,7 | 1482,8 | | | |
| 8 | 450,7 | 1151,7 | | | |
| 9 | 457,6 | 1020,6 | | | |
| 10 | 515,3 | 1648 | | | |
| 11 | 533,8 | 2441,9 | | | |
| 12 | 587,8 | 1424,6 | | | |
| 13 | 614,9 | 1095,4 | | | |
| 14 | 655,1 | 1278,5 | | | |
| 15 | 720,1 | 2091,4 | | | |
| 16 | 741,5 | 2403,5 | | | |

Окончание табл. 4.2

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---------|---------|---|---|---|
| 17 | 760,9 | 2010 | | | |
| 18 | 814,1 | 2042,3 | | | |
| 19 | 859,2 | 1607,9 | | | |
| 20 | 931 | 1683,2 | | | |
| 21 | 953,8 | 1529 | | | |
| 22 | 1092,6 | 3063,9 | | | |
| 23 | 1148,9 | 2048,4 | | | |
| 24 | 1247,5 | 2034,4 | | | |
| 25 | 1253,1 | 2435,9 | | | |
| 26 | 1873,5 | 3082,1 | | | |
| Итого | 18348,9 | 43906,8 | | | |

В результате получим следующую систему нормальных уравнений для оценки параметров a_0 и a_1 :

$$\begin{cases} 26a_0 + 18348,9a_1 = 43906,8, \\ 18348,9a_0 + 16776598a_1 = 35838726, \end{cases}$$

решив которую методом сложения (вычитания), получим следующие значения параметров:

$$a_0 = 793,95,$$

$$a_1 = 1,2679.$$

Таким образом, уравнение линейной парной регрессии имеет вид

$$y_x = 793,95 + 1,2679x.$$

В заключение рассчитаем теоретические значения результативной переменной (y_x), подставляя исходные значения факторной переменной в полученное уравнение регрессии. При этом сумма исходных данных по результативной переменной должна равняться сумме выровненных, как это показано в таблице 4.2: $\sum y_i = \sum y_{xi}$;

б) *степенная парная регрессия* $y_x = a_0 \cdot x^{a_1}$.

Таблица 4.3

Расчетная таблица для модели степенной парной регрессии

| № рай-она | x | y | X | Y | XY | X^2 | y_x |
|-----------|---------|---------|-----|-----|------|-------|-------|
| 1 | 201,6 | 1011,3 | | | | | |
| 2 | 242,6 | 1490,4 | | | | | |
| 3 | 255,4 | 1024,5 | | | | | |
| 4 | 323,7 | 559,9 | | | | | |
| 5 | 331,9 | 1195,1 | | | | | |
| 6 | 384,6 | 1050,1 | | | | | |
| 7 | 397,7 | 1482,8 | | | | | |
| 8 | 450,7 | 1151,7 | | | | | |
| 9 | 457,6 | 1020,6 | | | | | |
| 10 | 515,3 | 1648 | | | | | |
| 11 | 533,8 | 2441,9 | | | | | |
| 12 | 587,8 | 1424,6 | | | | | |
| 13 | 614,9 | 1095,4 | | | | | |
| 14 | 655,1 | 1278,5 | | | | | |
| 15 | 720,1 | 2091,4 | | | | | |
| 16 | 741,5 | 2403,5 | | | | | |
| 17 | 760,9 | 2010 | | | | | |
| 18 | 814,1 | 2042,3 | | | | | |
| 19 | 859,2 | 1607,9 | | | | | |
| 20 | 931 | 1683,2 | | | | | |
| 21 | 953,8 | 1529 | | | | | |
| 22 | 1092,6 | 3063,9 | | | | | |
| 23 | 1148,9 | 2048,4 | | | | | |
| 24 | 1247,5 | 2034,4 | | | | | |
| 25 | 1253,1 | 2435,9 | | | | | |
| 26 | 1873,5 | 3082,1 | | | | | |
| Ито-го | 18348,9 | 43906,8 | | | | | |

Путём логарифмирования обеих частей исходного вида уравнения приведём его к линейному виду:

$$\lg(y) = \lg(a_0 \cdot x^{a_1}),$$

отсюда

$$\lg y = \lg a_0 + a_1 \lg x.$$

Введем новые условные переменные, заменяя в уравнении переменные $\lg y = Y$, $\lg a_0 = A_0$, $\lg x = X$, получим однофакторное уравнение линейной регрессии

$$Y = A_0 + a_1 X,$$

параметры которого получим из следующей системы:

$$\begin{cases} nA_0 + a_1 \sum X = \sum Y, \\ A_0 \sum X + a_1 \sum X^2 = \sum YX. \end{cases}$$