



Государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Нижегородский государственный
инженерно-экономический университет»

*Дополнительный материал к практике 1 по
дисциплине «Математика» для студентов
специальности
09.03.02 «Информационные системы и
технологии»*

Вычисление пределов функций

*Составитель:
доцент кафедры «Физико-математические
науки» Черемухин А. Д.*

Пример 1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^6 + 9x^3}{5x^7 + 10x^6}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^6 + 9x^3}{5x^7 + 10x^6} = \left[\frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 \left(\frac{6x^6}{x^7} + \frac{9x^3}{x^7} \right)}{x^7 \left(\frac{5x^7}{x^7} + \frac{10x^6}{x^7} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{x} + \frac{9}{x^4} \right)}{\left(5 + \frac{10}{x} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{0 + 0}{5 + 0} = 0$$

Пример 2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{4x^9 + 1} - 5x}{3x - \sqrt{4x^9 + 3x}}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{4x^9 + 1} - 5x}{3x - \sqrt{4x^9 + 3x}} = \left[\frac{\infty - \infty}{\infty - \infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{4.5} \left(2\sqrt{\frac{4x^9}{x^9} + \frac{1}{x^9}} - \frac{5x}{x^{4.5}} \right)}{x^{4.5} \left(\frac{3x}{x^{4.5}} - \sqrt{\frac{4x^9}{x^9} + \frac{3x}{x^9}} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2\sqrt{4 + \frac{1}{x^9}} - \frac{5}{x^{3.5}} \right)}{\left(\frac{3}{x^{3.5}} - \sqrt{4 + \frac{3}{x^8}} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2\sqrt{4+0} - 0)}{(0 - \sqrt{4+0})} = \frac{4}{-2} = -2$$

Пример 3. $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{5x^2 - 20x - 225}{10x^2 - 40x - 450}$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{5x^2 - 20x - 225}{10x^2 - 40x - 450} = \left[\frac{0}{0} \right]$$

$$5x^2 - 20x - 225 = 0 \Rightarrow D = (-20)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-225) = 4900; x_{1,2} = \frac{20 \pm 70}{10} \Rightarrow x_1 = 9; x_2 = -5 \Rightarrow 5x^2 - 20x - 225 = 5(x-9)(x+5)$$

$$10x^2 - 40x - 450 = 0 \Rightarrow D = (-40)^2 - 4 \cdot 10 \cdot (-450) = 19600; x_{1,2} = \frac{40 \pm 140}{20} \Rightarrow x_1 = 9; x_2 = -5 \Rightarrow 10x^2 - 40x - 450 = 10(x-9)(x+5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{5x^2 - 20x - 225}{10x^2 - 40x - 450} = \lim_{x \rightarrow 9} \frac{5(x-9)(x+5)}{10(x-9)(x+5)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Пример 4. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+9} - \sqrt{3x+5})$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+9} - \sqrt{3x+5}) &= [\infty - \infty] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{5x+9} - \sqrt{3x+5}) \cdot (\sqrt{5x+9} + \sqrt{3x+5})}{(\sqrt{5x+9} + \sqrt{3x+5})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+9 - (3x+5)}{(\sqrt{5x+9} + \sqrt{3x+5})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+4}{(\sqrt{5x+9} + \sqrt{3x+5})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(2 + \frac{4}{x} \right)}{x \left(\sqrt{\frac{5x}{x^2} + \frac{9}{x^2}} + \sqrt{\frac{3x}{x^2} + \frac{5}{x^2}} \right)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\left(2 + \frac{4}{x} \right)}{\left(\sqrt{\frac{5}{x} + \frac{9}{x^2}} + \sqrt{\frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}} \right)} = \frac{2 + \frac{4}{0}}{\sqrt{0+0} + \sqrt{0+0}} = \frac{2}{0} = \infty \end{aligned}$$