Государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего образования
«Нижегородский государственный
инженерно-экономический университет»

Дополнительный материал к практике 1 по дисциплине «Математика» для студентов специальности
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Вычисление пределов функций

Составитель:
доцент кафедры «Физико-математические науки» Черемухин А. Д.

Пример 1. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{6x^6+9x^3}{5x^7+10x^6}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{6x^6+9x^3}{5x^7+10x^6} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^7\left(\dfrac{6x^6}{x^7}+\dfrac{9x^3}{x^7}\right)}{x^7\left(\dfrac{5x^7}{x^7}+\dfrac{10x^6}{x^7}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(\dfrac{6}{x}+\dfrac{9}{x^4}\right)}{\left(5+\dfrac{10}{x}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{0+0}{5+0} = 0$$

Пример 2. $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{2\sqrt{4x^9+1}-5x}{3x-\sqrt{4x^9+3x}}$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2\sqrt{4x^9+1}-5x}{3x-\sqrt{4x^9+3x}} = \left[\frac{\infty-\infty}{\infty-\infty}\right] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^{4.5}\left(2\sqrt{\dfrac{4x^9}{x^9}+\dfrac{1}{x^9}}-\dfrac{5x}{x^{4.5}}\right)}{x^{4.5}\left(\dfrac{3x}{x^{4.5}}-\sqrt{\dfrac{4x^9}{x^9}+\dfrac{3x}{x^9}}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(2\sqrt{4+\dfrac{1}{x^9}}-\dfrac{5}{x^{3.5}}\right)}{\left(\dfrac{3}{x^{3.5}}-\sqrt{4+\dfrac{3}{x^8}}\right)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(2\sqrt{4+0}-0\right)}{\left(0-\sqrt{4+0}\right)} = \frac{4}{-2} = -2$$

Пример 3. $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{5x^2-20x-225}{10x^2-40x-450}$

$$\lim_{x\to 9}\frac{5x^2-20x-225}{10x^2-40x-450}=\left[\frac{0}{0}\right]$$

$$5x^2-20x-225=0\Rightarrow D=(-20)^2-4\cdot 5\cdot(-225)=4900;x_{1,2}=\frac{20\pm 70}{10}\Rightarrow x_1=9;x_2=-5\Rightarrow 5x^2-20x-225=5(x-9)(x+5)$$

$$10x^2-40x-450=0\Rightarrow D=(-40)^2-4\cdot 10\cdot(-450)=19600;x_{1,2}=\frac{40\pm 140}{20}\Rightarrow x_1=9;x_2=-5\Rightarrow 10x^2-40x-450=10(x-9)(x+5)$$

$$\lim_{x\to 9}\frac{5x^2-20x-225}{10x^2-40x-450}=\lim_{x\to 9}\frac{5(x-9)(x+5)}{10(x-9)(x+5)}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

Пример 4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{5x+9}-\sqrt{3x+5}\right)$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{5x+9}-\sqrt{3x+5}\right)=[\infty-\infty]=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{5x+9}-\sqrt{3x+5}\right)\cdot\left(\sqrt{5x+9}+\sqrt{3x+5}\right)}{\left(\sqrt{5x+9}+\sqrt{3x+5}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{5x+9-(3x+5)}{\left(\sqrt{5x+9}+\sqrt{3x+5}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{2x+4}{\left(\sqrt{5x+9}+\sqrt{3x+5}\right)}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x\left(2+\frac{4}{x}\right)}{x\left(\sqrt{\frac{5x}{x^2}+\frac{9}{x^2}}+\sqrt{\frac{3x}{x^2}+\frac{5}{x^2}}\right)}=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(2+\frac{4}{x}\right)}{\left(\sqrt{\frac{5}{x}+\frac{9}{x^2}}+\sqrt{\frac{3}{x}+\frac{5}{x^2}}\right)}=\frac{2+\frac{4}{0}}{\sqrt{0+0}+\sqrt{0+0}}=\frac{2}{0}=\infty$$