

## Лекция №4. Сопротивление потоку

При движении жидкости по трубопроводам и аппаратам происходит потеря напора, которая складывается из различных сопротивлений, возникающих при изменении скорости потока, изменении направления потока, а также за счёт сил трения.

В горизонтальных трубопроводах потери напора не трение определяются из функциональной зависимости между критериями подобия, описывающими вынужденное движение вязкой жидкости:

$$Eu = f(Re, l/d) \quad (1)$$

Выразим критерий Эйлера через соответствующие физические величины:

$$\Delta P / \rho W^2 = f_o(Re) l/d \quad (2)$$

Из уравнения (2) найдём изменение давления или падения давления:

$$\Delta P = 2f_o(Re) (l/d) (\rho W^2/2) \quad (3)$$

где  $l$  – длина трубопровода, м;  $d$  – диаметр трубопровода, м

$\rho$  – плотность жидкости;  $W$  – линейная скорость движения жидкости, м/сек.

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости, перемещающейся без трения, т.е. при отсутствии потерь напора можно записать следующим образом:

$$z + P/\rho g + W^2/2g = \text{const} = H \quad (4)$$

где  $P/\rho g$  – пьезометрический (статический) напор давления

$W^2/2g$  – скоростной (динамический) напор

Обозначим выражение  $2f_0(Re)$  как  $\lambda$ , который является коэффициентом сопротивления (или коэффициент трения) и функцией критерия Рейнольдса.

Уравнение  $\Delta P = \lambda (l/d) (\rho W^2/2)$ , [Н/м<sup>2</sup>] (5) называется уравнением Дарси-Вейсбаха.

В зависимости от режима движения коэффициент  $\lambda$  определяется по формулам:

при  $Re < 2320$ , то  $\lambda = 64/Re$

при  $Re = 3000-100000$ , то  $\lambda = 0,316/Re^{0,25}$

В системе единиц измерения МКГСС значение  $\Delta P$  будет выражаться уравнением:

$$\Delta P = \lambda (l/d) (W^2j/2g) \quad (6); \text{ так как } \rho = j/g, \text{ откуда } j = \rho g$$

Для определения падения давления в метрах перемещаемой жидкости пользуются уравнением (7) в несколько изменённом виде:

$$\Delta P/\rho g = H = \lambda (l/d) (W^2/2g), [м] \quad (7)$$

## Местное сопротивление потоку

При изменении направления или скорости потока возникают местные сопротивления. Например, при входе и выходе потока из трубы, при внезапном сужении и расширении труб. Краны, задвижки, вентили изменяют направления потока, а также вызывают местные сопротивления, которые определяют по формуле:

$h_{\Pi} = \xi_{\text{м.с.}} (W^2/2g)$  (8), [м] – выражают в метрах столба протекающей жидкости где  $\xi_{\text{м.с.}}$  – коэффициент местных сопротивлений

Числовые значения коэффициентов местных сопротивлений определяют опытным путём и приведены в справочной литературе.

Таким образом, полная потеря напора складывается из сопротивления на трение и местные сопротивления:

$$H_{\Pi} = \lambda (l/d) (W^2/2g) + \sum \xi_{\text{м.с.}} (W^2/2g) = (W^2/2g) (\lambda (l/d) + \sum \xi_{\text{м.с.}}), [\text{м}] \quad (9)$$

В змеевике потери давления больше, чем в прямой трубе, и они рассчитывается по формуле:

$$\Delta P_{\text{змеев}} = \Delta P_{\text{пр}} x, \quad (10)$$

где  $x$  – безразмерный коэффициент и вычисляется по формуле:

$$X = 1 + 3,54 d/D \quad (11)$$

где  $d$  – внутренний диаметр трубы, м;  $D$  – диаметр витка змеевика, м

## *Потери давления при движении жидкости в аппаратах*

Движение жидкостей через аппараты, заполненные шариками, кольцами рашига, зернистым материалом, рассматриваются как движение через пористую среду, где жидкость движется по каналам между частицами сыпучего материала.

Потери давления определяются на основе уравнения Дарси-Вейсбаха, в котором вместо  $d$  исключают  $d_{\text{ЭКВ}}$  и выражают через характеристики насадки:

$\varepsilon$  - свободный объём,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ , численно равный свободному сечению,  $\text{м}^2/\text{м}^2$ .

$\sigma$  - удельную поверхность,  $\text{м}^2/\text{м}^3$ .

Вместо  $W$  используют фиктивную скорость  $W_{\text{ср}}$ , скорость, отнесённая ко всему сечению аппарата, поскольку трудно определить как  $d_{\text{ЭКВ}}$  и  $W$  жидкости в порах сыпучего материала.

$$d_{\text{ЭКВ}} = 4f_o / \Pi_o = (4f_o H / V) / (\Pi_o H / V) = 4\varepsilon / \sigma \quad (12)$$

где  $d_{\text{ЭКВ}}$  – эквивалентный диаметр сыпучего материала, м  
 $f_o$  – средняя площадь свободного сечения аппарата,  $\text{м}^2$   
 $\Pi_o$  – средний периметр свободного сечения, м  
 $V$  – полный объём, занимаемый насадкой высотой  $H$ ,  $\text{м}^3$   
 $\varepsilon$  - пористость насадки,  $\text{м}^3/\text{м}^3$   
 $\sigma$  - удельная поверхность насадки,  $\text{м}^2/\text{м}^3$ .

$W$  выражаем через  $W_{cp}$ , исходя из уравнения постоянства расхода:

$Wf_o = W_{cp} f$ , откуда  $W = W_{cp} f/f_o$ , где  $f/f_o = 1/\varepsilon$ ,  
то тогда  $W = W_{cp}/\varepsilon$ , [м/сек], где  $f$  - площадь полного сечения аппарата, м<sup>2</sup>.

Найденные значения подставляем в уравнение Дарси-Вейсбаха:

$$\Delta P = (\lambda l \sigma \rho W_{cp}^2)/8\varepsilon^3 \quad (13), \quad \text{где } l - \text{высота насадки в аппарате, м.}$$

Тогда коэффициент трения  $\lambda$  можно определить по формулам:

При  $Re < 50$ , то  $\lambda = 220/Re$

При  $Re = 50-7200$ , то  $\lambda = 11,6/Re^{0,25}$

При  $Re > 7200$ , то  $\lambda = 1,26$

Значение критерия Рейнольдса определяются по формуле

$$Re = W d_{\text{экв}} \rho_{\text{ж}} / \mu_{\text{ж}} = (W_{cp} / \varepsilon) (4\varepsilon / \sigma) (\rho_{\text{ж}} / \mu_{\text{ж}}) = W_{cp} \rho_{\text{ж}} / \mu_{\text{ж}} \sigma = 4W / \mu \sigma \quad (14),$$

где  $W$  – массовая скорость, отнесённая ко всему сечению аппарата, кг/м<sup>2</sup> · сек.

В уравнении (13) Дарси-Вейсбаха значение удельной поверхности  $\sigma$  выражают через диаметр частиц

$$\sigma = \sigma (1 - \varepsilon) / \varphi d, \quad (15)$$

где  $\varphi$  – коэффициент формы;

$d$  – диаметр шара, имеющего такой же объём, что и частица.

Тогда подставив значение для  $\sigma$  (15) в уравнение (13), получим:

$$\Delta P = (\lambda l/8) (\sigma (1 - \varepsilon) / \varphi d) (\rho W_{\text{ср}}^2 / \varepsilon^3) = \frac{3}{4} (\lambda l / d_{\text{зерна}}) (1 - \varepsilon) / \varphi \varepsilon^3 \rho W_{\text{ср}}^2 \quad (16)$$

Выразив критерий Рейнольдса через  $\varphi$  и  $\varepsilon$ , получим:

$$\text{Re} = 4W_{\text{ср}} \rho_{\text{ж}} / \mu_{\text{ж}} \sigma = 2/3 (\varphi / (1 - \varepsilon)) \text{Re}_o \quad (17),$$

где  $\text{Re}_o$  – модифицированный критерий.

$$\text{Re}_o = W_{\text{ср}} d_{\text{зерна}} \rho / \mu, \text{ где } d_{\text{зерна}} \text{ – диаметр зерна}$$

## Движение тел в жидкости

Движение твёрдого тела в жидкой или газообразной среде под действием силы  $P$  зависит от сопротивления среды. Сопротивление среды складывается из сопротивлений сил трения и сил инерции  $R$ .

Чтобы происходило осаждение твёрдой частицы, действующая сила (сила тяжести, центробежная сила) должна быть равна или больше силы сопротивления среды  $P \geq R$ .

При движении шарообразной частицы сила сопротивления среды определяется зависимостью:

$$R = \psi W^2 d^2 \rho \quad (18),$$

где  $\psi$  - коэффициент сопротивления среды

$W$  – скорость осаждения, м/сек

При падении частицы диаметром  $d$  под действием силы тяжести последняя будет равна весу частицы в жидкости:

$$P = (\pi d^3 / 6) g (\rho_{\text{ТВ}} - \rho) \quad (19),$$

где  $g$  – ускорение силы тяжести, м/сек<sup>2</sup>.

$\rho_{\text{ТВ}}$ ,  $\rho$  - плотность частицы и среды, кг/м<sup>3</sup>.

Приравнявая уравнения (18) и (19) и умножая обе части равенства на  $\rho/\mu^2$ , получим

$$\psi \rho^2 W^2 d^2 / \mu^2 = \rho / \mu^2 (\pi d^3 g (\rho_{\text{ТВ}} - \rho) / 6) \quad (20)$$

или

$$\psi \text{Re}^2 = (\pi/6) \text{Ar} \quad (21),$$

где  $\text{Ar}$  – критерий Архимеда

Скорость осаждения единичной частицы шарообразной формы определяют по формуле:

$$W_{\text{ос}} = \mu \text{Re} / d\rho \quad (22)$$

Скорость осаждения нешарообразных частиц меньше, чем шарообразных  $\approx 0,75 W_{\text{ос}}$ .

$$W \approx 0,75 W_{\text{ос}} \quad (23)$$