

**ИНДЕКСЫ**

# ИНДЕКСЫ

## ***Понятие о статистических индексах***

Слово "индекс" происходит от латинского "index" и означает "показатель", в широком понимании - указатель.

*Индекс* - это относительный показатель, характеризующий изменение сложного явления, состоящего из элементов непосредственно несоизмеримых. Индексы прежде всего - относительные показатели. Причем, если любой индекс – относительная величина, не всякая относительная величина является индексом. Индексом можно назвать относительные величины, характеризующие соотношение явлений во времени или в территориальном разрезе.

В зависимости от объектов исследования существуют *два вида индексов*. Это индексы

- объемных показателей физического объема: товарооборота, потребления, промышленной продукции, национального дохода;
- качественных показателей: индексы цен, себестоимости, издержек обращения, производительности труда, покупательной способности рубля, реальной заработной платы, реальных доходов

## **Индивидуальные и общие индексы**

С точки зрения охвата элементов различают *индексы индивидуальные* и *общие*. Из общих выделяют *групповые*, или субиндексы в индексных системах. Индивидуальные индексы  $i$  характеризуют динамику отдельных элементов, входящих в совокупности, или характеризуют изменения однородных объектов, входящих в состав сложного явления.

В зависимости от метода расчета общие индексы подразделяются на *агрегатные* и *средние* из индивидуальных, а последние бывают *средние арифметические* и *средние гармонические*. Средние из индивидуальных образуются путем преобразования агрегатных. В значение последних вводится индивидуальный индекс. Если преобразовать числитель агрегатного индекса, то получим средний арифметический индекс, а если преобразовать знаменатель агрегатного индекса, то получим средний гармонический индекс.

К сложным явлениям можно отнести товарооборот. На примере товарооборота рассмотрим все перечисленные индексы. Для этого введем следующие обозначения:  $p$  - цена,  $q$  - физический объем товарооборота, или количество реализованных товаров. Произведение цены  $p$  и количества реализованных товаров  $q$  дает товарооборот:  $p \cdot q = pq$ .

Существуют индивидуальные индексы цен и физического объема товарооборота. Индивидуальные индексы являются однитоварными, так как характеризуют изменение цены или физического объема товарной массы одного товара в отчетном периоде по сравнению с базисным (первоначальным).

*Индивидуальный индекс цен* обозначается  $i_p$  и рассчитывается по формуле

$$i_p = \frac{P_1}{P_0},$$

где  $p_0$  - цена товара в базисном периоде;  $P_1$  - цена того же товара в отчетном периоде.

*Индивидуальный индекс физического объема* товарооборота обозначается  $i_q$  и рассчитывается по формуле

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

где  $q_0$  - физический объем одного товара в базисном периоде;  $q_1$  - физический объем того же товара в отчетном периоде.

Перейдем к *общим индексам*, которые являются общетоварными или многотоварными, так как определяют изменение цен или физического объема товарной массы всех или нескольких товаров. *Агрегатные индексы* выступают как основная форма общего индекса, а *средние индексы* получаются путем преобразования агрегатных.

## **Агрегатный индекс. Индексируемые величины и их соизмерение**

Рассмотрим построение и вывод формул агрегатных индексов цен и физического объема товарооборота. Чтобы рассчитать общий индекс, необходимо преодолеть несуммарность отдельных элементов изучаемой совокупности. Это достигается путем введения в индекс неизменного элемента, выступающего в виде веса или соизмерителя.

При изучении изменения цен для того, чтобы цены разных товаров можно было сложить, нужно от цен перейти к оборотам по продаже путем умножения цен и количества проданных товаров ( $p \cdot q$ ). В этом случае количества товаров выступают как *веса (соизмерители) в индексе цен*, и они должны быть взяты неизменными (на уровне отчетного периода), чтобы индекс показал только изменение цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

—

Если же исследуются изменения натуральных количеств проданных товаров (физический объем товарооборота), то чтобы сложить их по разным товарам, необходимо перейти от натуральных количеств к оборотам по продаже, "взвесив" (умножив) или "соизмерив" их по ценам. Следовательно, цены выступают как *веса (соизмерители) в индексе физического объема товарооборота*. В этом случае цены в отчетном и базисном периодах должны быть взяты неизменными - на уровне базисного периода, чтобы индекс показал изменение только количеств проданных товаров

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

В этом заключается проблема соизмерения общих индексов.

Такой метод расчета общих индексов приводит к построению агрегатных индексов, которые являются основной формой общего индекса.

Теперь перейдем к выводу формулы индекса товарооборота в действующих, фактических ценах, т.е. в ценах отчетного и базисного периодов. В экономических категориях существует следующая зависимость: цена, умноженная на физический объем товарной массы, дает товарооборот ( $p \cdot q = pq$ ). Такая же взаимосвязь существует и в индексах: индекс цен, умноженный на индекс физического объема, дает индекс товарооборота:  $I_p \cdot I_q = I_{pq}$

Если вместо обозначений двух первых индексов запишем агрегатные индексы цен и физического объема товарной массы, то получим *индекс товарооборота в фактических ценах*, который покажет изменение товарооборота за счет двух факторов (цен и количеств):

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Знаменатель индекса цен  $\sum p_0q_1$  и числитель индекса физического объема товарооборота взаимно уничтожаются, и в результате произведения двух индексов получаем индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

В индексной системе  $I_p \cdot I_q = I_{pq}$  индексы выступают в роли измерителей факторов изменения (динамики) сложного явления, каким является товарооборот.

Чтобы произведение двух сопряженных индексов давало исходный показатель динамики -  $I_{pq}$  - индекс товарооборота, необходимо веса (соизмерители) в индексах  $I_p$  и  $I_q$  брать на разных уровнях. Отсюда можно сделать вывод, что индексный метод применяется в статистике как аналитический прием для оценки роли отдельных факторов, образующих как сомножители сложное явление, каким является товарооборот.

Индекс цен и индекс физического объема товарооборота можно назвать индексами товарооборота: в первом случае – индексом товарооборота за счет изменения цен, во втором – индексом товарооборота за счет изменения физической массы.



Последний индекс также можно назвать индексом товарооборота, но в сопоставимых ценах, так как в числителе имеем товарооборот в сопоставимых ценах, т.е. количество за отчетный период в ценах базисного периода, а в знаменателе - товарооборот базисного периода, когда цены и количества взяты в базисном периоде.

## Средние гармонические и арифметические индексы

Общие индексы в зависимости от методики расчетов бывают агрегатные и средние из индивидуальных. Перейдем к рассмотрению последних. В зависимости от исходной информации, когда нет натуральных данных о количестве реализованных товаров, а учет продаж ведется в стоимостном выражении ( $pq$ ), приходится прибегать к пересчету товарооборота отчетного периода в базисные цены с помощью индивидуального индекса цен. Агрегатные индексы  $I_p$  и  $I_q$  могут быть преобразованы в средние из индивидуальных, взвешенных определенным образом.

В зависимости от применяемой системы весов расчет ведется по средней арифметической или средней гармонической.

Индивидуальный индекс цен  $i_p = \frac{P_1}{P_0}$ , откуда  $P_0 = \frac{P_1}{i_p}$ .

Если в агрегатный индекс цен вместо  $P_0$  подставить его значение  $\frac{P_1}{i_p}$ , то получим:

$$I_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum \frac{P_1 q_1}{i_p}}$$

В этом виде индекс цен принимает форму среднего гармонического индекса из индивидуальных с весами  $p_1q_1$ .

Если в агрегатный индекс физического объема товарооборота вместо  $p_0$  подставить его значение  $\frac{p_1}{i_p}$ , то получим:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0}$$

В этом виде индекс физического объема товарооборота принимает форму среднего арифметического индекса из индивидуальных с весами  $p_0q_0$  и  $p_1q_1$ .

## **Взаимосвязь индексов в относительном и абсолютном выражении. Индексный метод выявления влияния роли отдельных факторов**

Все три индекса связаны между собой и представляют *индексную факторную модель*, которая позволяет разложить индекс товарооборота по факторам:  $I_{pq} = I_p \cdot I_q$ , или

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \cdot \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0}.$$

На основе этих трех индексов можно определить абсолютный прирост товарооборота и разложить его по двум факторам. Методика расчета этих приростов – разница числителя и знаменателя указанных индексов.

Общий абсолютный прирост товарооборота ( $\Delta$  - дельта) за счет двух факторов определяем из индекса товарооборота:

$$\Delta \sum pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 .$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен – из индекса цен:

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \text{ или } \sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения физической массы:

$$\Delta \sum pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \text{ или } \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_1 .$$

Сумма этих двух частных абсолютных приростов образует *общий абсолютный прирост товарооборота*, представленный индексной аддитивной моделью (аддитивный - суммарный уровень):

$$\Delta \sum pq = \Delta \sum pq(p) + \Delta \sum pq(q),$$

т.е. он разложен на количественный и ценностный факторы (оба стоимостные):

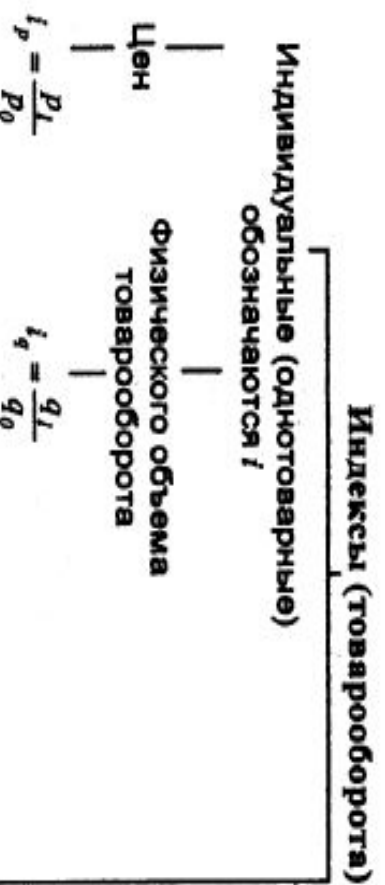
для агрегатных

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \left( \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right) + \left( \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \right),$$

или для средних из индивидуальных

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \left( \sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} \right) + \left( \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_0 \right)$$

На схемах 1 и 2 представлены формулы и к ним пояснения, а также условные обозначения и наглядное представление этапов статистической обработки материалов с помощью индексного метода анализа.



где  $P_0$  – цена базисного периода;

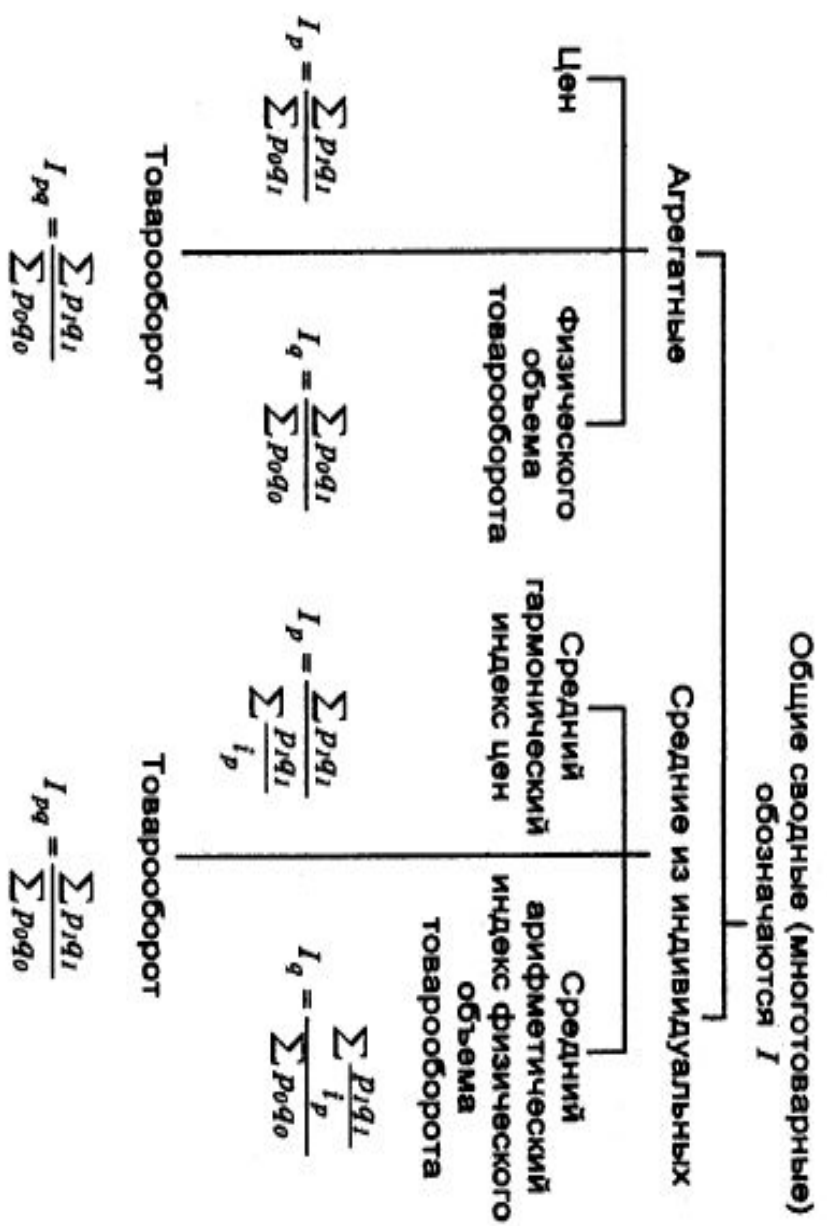
$P_1$  – цена отчетного периода;

$q_0$  – количество реализованных

товаров в базисном периоде;

$q_1$  – количество реализованных

товаров в отчетном периоде.



**Взаимосвязь индексов**

В экономических категориях  $p \cdot q = pq$  — цена, умноженная на количество товаров, дает товарооборот; в индексах  $I_p \cdot I_q = I_{pq}$  — мультипликативная факторная модель.

Взаимосвязь — в агрегатных индексах

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Взаимосвязь — в средних из индивидуальных

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} \cdot \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Взаимосвязь в абсолютных величинах:

$$\Delta \sum pq(p) + \Delta \sum pq(q) = \Delta \sum pq(pq) \text{ — аддитивная факторная модель.}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен:

в агрегатных индексах

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

в средних из индивидуальных

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет физической массы товаров:

в агрегатных индексах

$$\Delta \sum pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$$

в средних из индивидуальных

$$\Delta \sum pq(q) = \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_0$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет двух факторов: цен и количеств:

$$\Delta \sum pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$