

ИНДЕКСЫ

ИНДЕКСЫ

Понятие о статистических индексах

Слово "индекс" происходит от латинского "index" и означает "показатель", в широком понимании - указатель.

Индекс - это относительный показатель, характеризующий изменение сложного явления, состоящего из элементов непосредственно несоизмеримых. Индексы прежде всего - относительные показатели. Причем, если любой индекс – относительная величина, не всякая относительная величина является индексом. Индексом можно назвать относительные величины, характеризующие соотношение явлений во времени или в территориальном разрезе.

В зависимости от объектов исследования существуют *два вида индексов*. Это индексы

- объемных показателей физического объема: товарооборота, потребления, промышленной продукции, национального дохода;
- качественных показателей: индексы цен, себестоимости, издержек обращения, производительности труда, покупательной способности рубля, реальной заработной платы, реальных доходов

Индивидуальные и общие индексы

С точки зрения охвата элементов различают *индексы индивидуальные* и *общие*. Из общих выделяют *групповые*, или субиндексы в индексных системах. Индивидуальные индексы i характеризуют динамику отдельных элементов, входящих в совокупности, или характеризуют изменения однородных объектов, входящих в состав сложного явления.

В зависимости от метода расчета общие индексы подразделяются на *агрегатные* и *средние* из индивидуальных, а последние бывают *средние арифметические* и *средние гармонические*. Средние из индивидуальных образуются путем преобразования агрегатных. В значение последних вводится индивидуальный индекс. Если преобразовать числитель агрегатного индекса, то получим средний арифметический индекс, а если преобразовать знаменатель агрегатного индекса, то получим средний гармонический индекс.

К сложным явлениям можно отнести товарооборот. На примере товарооборота рассмотрим все перечисленные индексы. Для этого введем следующие обозначения: p - цена, q - физический объем товарооборота, или количество реализованных товаров. Произведение цены p и количества реализованных товаров q дает товарооборот: $p \cdot q = pq$.

Существуют индивидуальные индексы цен и физического объема товарооборота. Индивидуальные индексы являются однитоварными, так как характеризуют изменение цены или физического объема товарной массы одного товара в отчетном периоде по сравнению с базисным (первоначальным).

Индивидуальный индекс цен обозначается i_p и рассчитывается по формуле

$$i_p = \frac{P_1}{P_0},$$

где p_0 - цена товара в базисном периоде; P_1 - цена того же товара в отчетном периоде.

Индивидуальный индекс физического объема товарооборота обозначается i_q и рассчитывается по формуле

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}$$

где q_0 - физический объем одного товара в базисном периоде; q_1 - физический объем того же товара в отчетном периоде.

Перейдем к *общим индексам*, которые являются общетоварными или многотоварными, так как определяют изменение цен или физического объема товарной массы всех или нескольких товаров. *Агрегатные индексы* выступают как основная форма общего индекса, а *средние индексы* получаются путем преобразования агрегатных.

Агрегатный индекс. Индексируемые величины и их соизмерение

Рассмотрим построение и вывод формул агрегатных индексов цен и физического объема товарооборота. Чтобы рассчитать общий индекс, необходимо преодолеть несуммарность отдельных элементов изучаемой совокупности. Это достигается путем введения в индекс неизменного элемента, выступающего в виде веса или соизмерителя.

При изучении изменения цен для того, чтобы цены разных товаров можно было сложить, нужно от цен перейти к оборотам по продаже путем умножения цен и количества проданных товаров ($p \cdot q$). В этом случае количества товаров выступают как *веса (соизмерители) в индексе цен*, и они должны быть взяты неизменными (на уровне отчетного периода), чтобы индекс показал только изменение цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

—

Если же исследуются изменения натуральных количеств проданных товаров (физический объем товарооборота), то чтобы сложить их по разным товарам, необходимо перейти от натуральных количеств к оборотам по продаже, "взвесив" (умножив) или "соизмерив" их по ценам. Следовательно, цены выступают как *веса (соизмерители) в индексе физического объема товарооборота*. В этом случае цены в отчетном и базисном периодах должны быть взяты неизменными - на уровне базисного периода, чтобы индекс показал изменение только количеств проданных товаров

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

В этом заключается проблема соизмерения общих индексов.

Такой метод расчета общих индексов приводит к построению агрегатных индексов, которые являются основной формой общего индекса.

Теперь перейдем к выводу формулы индекса товарооборота в действующих, фактических ценах, т.е. в ценах отчетного и базисного периодов. В экономических категориях существует следующая зависимость: цена, умноженная на физический объем товарной массы, дает товарооборот ($p \cdot q = pq$). Такая же взаимосвязь существует и в индексах: индекс цен, умноженный на индекс физического объема, дает индекс товарооборота: $I_p \cdot I_q = I_{pq}$

Если вместо обозначений двух первых индексов запишем агрегатные индексы цен и физического объема товарной массы, то получим *индекс товарооборота в фактических ценах*, который покажет изменение товарооборота за счет двух факторов (цен и количеств):

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Знаменатель индекса цен $\sum p_0q_1$ и числитель индекса физического объема товарооборота взаимно уничтожаются, и в результате произведения двух индексов получаем индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

В индексной системе $I_p \cdot I_q = I_{pq}$ индексы выступают в роли измерителей факторов изменения (динамики) сложного явления, каким является товарооборот.

Чтобы произведение двух сопряженных индексов давало исходный показатель динамики - I_{pq} - индекс товарооборота, необходимо веса (соизмерители) в индексах I_p и I_q брать на разных уровнях. Отсюда можно сделать вывод, что индексный метод применяется в статистике как аналитический прием для оценки роли отдельных факторов, образующих как сомножители сложное явление, каким является товарооборот.

Индекс цен и индекс физического объема товарооборота можно назвать индексами товарооборота: в первом случае – индексом товарооборота за счет изменения цен, во втором – индексом товарооборота за счет изменения физической массы.

Последний индекс также можно назвать индексом товарооборота, но в сопоставимых ценах, так как в числителе имеем товарооборот в сопоставимых ценах, т.е. количество за отчетный период в ценах базисного периода, а в знаменателе - товарооборот базисного периода, когда цены и количества взяты в базисном периоде.

Средние гармонические и арифметические индексы

Общие индексы в зависимости от методики расчетов бывают агрегатные и средние из индивидуальных. Перейдем к рассмотрению последних. В зависимости от исходной информации, когда нет натуральных данных о количестве реализованных товаров, а учет продаж ведется в стоимостном выражении (pq), приходится прибегать к пересчету товарооборота отчетного периода в базисные цены с помощью индивидуального индекса цен. Агрегатные индексы I_p и I_q могут быть преобразованы в средние из индивидуальных, взвешенных определенным образом.

В зависимости от применяемой системы весов расчет ведется по средней арифметической или средней гармонической.

Индивидуальный индекс цен $i_p = \frac{P_1}{P_0}$, откуда $P_0 = \frac{P_1}{i_p}$.

Если в агрегатный индекс цен вместо P_0 подставить его значение $\frac{P_1}{i_p}$, то получим:

$$I_p = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum P_0 q_1} = \frac{\sum P_1 q_1}{\sum \frac{P_1 q_1}{i_p}}$$

В этом виде индекс цен принимает форму среднего гармонического индекса из индивидуальных с весами p_1q_1 .

Если в агрегатный индекс физического объема товарооборота вместо p_0 подставить его значение $\frac{p_1}{i_p}$, то получим:

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0}$$

В этом виде индекс физического объема товарооборота принимает форму среднего арифметического индекса из индивидуальных с весами p_0q_0 и p_1q_1 .

Взаимосвязь индексов в относительном и абсолютном выражении. Индексный метод выявления влияния роли отдельных факторов

Все три индекса связаны между собой и представляют *индексную факторную модель*, которая позволяет разложить индекс товарооборота по факторам: $I_{pq} = I_p \cdot I_q$, или

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0};$$

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} \cdot \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0}.$$

На основе этих трех индексов можно определить абсолютный прирост товарооборота и разложить его по двум факторам. Методика расчета этих приростов – разница числителя и знаменателя указанных индексов.

Общий абсолютный прирост товарооборота (Δ - дельта) за счет двух факторов определяем из индекса товарооборота:

$$\Delta \sum pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 .$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен – из индекса цен:

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \text{ или } \sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения физической массы:

$$\Delta \sum pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \text{ или } \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_1 .$$

Сумма этих двух частных абсолютных приростов образует *общий абсолютный прирост товарооборота*, представленный индексной аддитивной моделью (аддитивный - суммарный уровень):

$$\Delta \sum pq = \Delta \sum pq(p) + \Delta \sum pq(q),$$

т.е. он разложен на количественный и ценностный факторы (оба стоимостные):

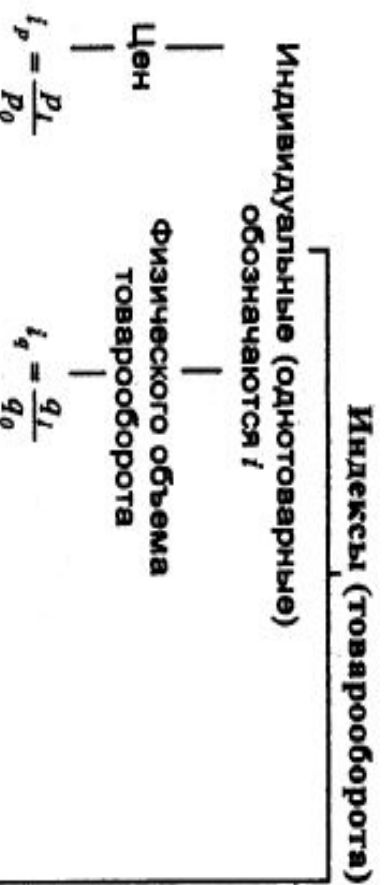
для агрегатных

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \left(\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right) + \left(\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \right),$$

или для средних из индивидуальных

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \left(\sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} \right) + \left(\sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_0 \right)$$

На схемах 1 и 2 представлены формулы и к ним пояснения, а также условные обозначения и наглядное представление этапов статистической обработки материалов с помощью индексного метода анализа.



где P_0 – цена базисного периода;

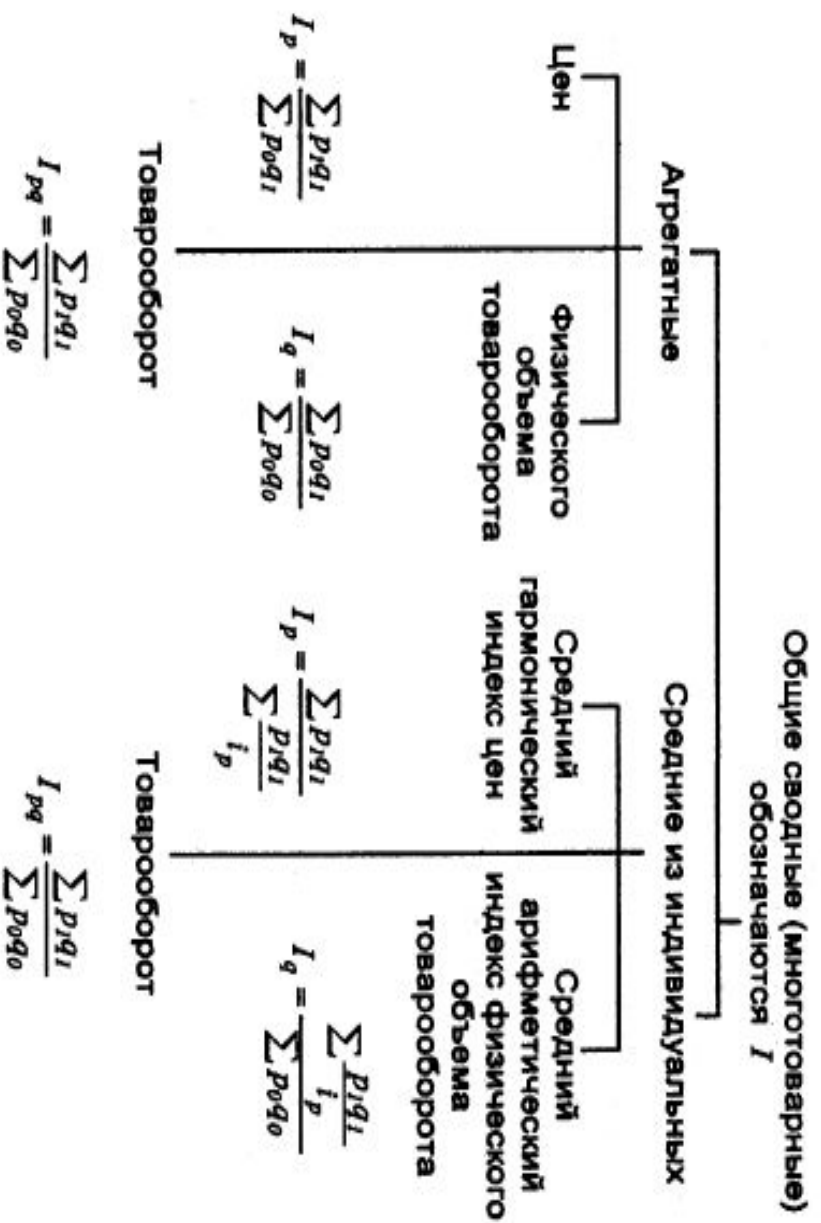
P_1 – цена отчетного периода;

q_0 – количество реализованных

товаров в базисном периоде;

q_1 – количество реализованных

товаров в отчетном периоде.



Взаимосвязь индексов

В экономических категориях $p \cdot q = pq$ — цена, умноженная на количество товаров, дает товарооборот; в индексах $I_p \cdot I_q = I_{pq}$ — мультипликативная факторная модель.

Взаимосвязь — в агрегатных индексах

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Взаимосвязь — в средних из индивидуальных

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} \cdot \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

Взаимосвязь в абсолютных величинах:

$$\Delta \sum pq(p) + \Delta \sum pq(q) = \Delta \sum pq(pq) \text{ — аддитивная факторная модель.}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет изменения цен:

в агрегатных индексах

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

в средних из индивидуальных

$$\Delta \sum pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum \frac{p_1 q_1}{i_p}$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет физической массы товаров:

в агрегатных индексах

$$\Delta \sum pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$$

в средних из индивидуальных

$$\Delta \sum pq(q) = \sum \frac{p_1 q_1}{i_p} - \sum p_0 q_0$$

Абсолютный прирост товарооборота за счет двух факторов: цен и количеств:

$$\Delta \sum pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$