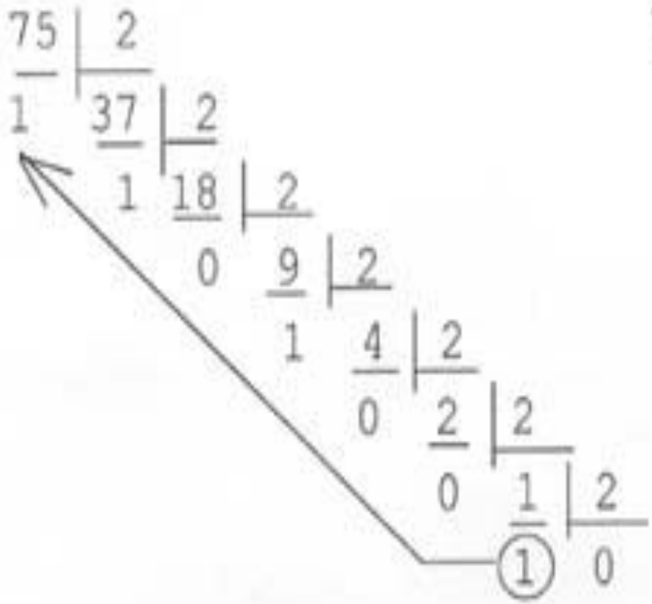
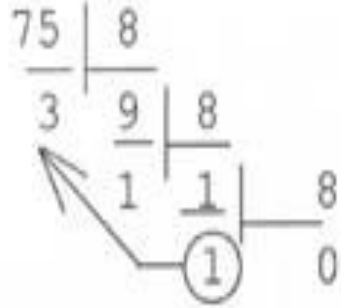
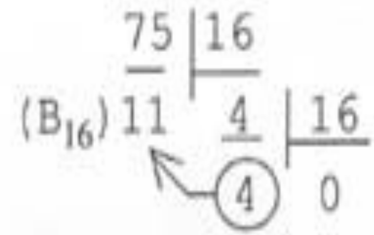
Раздел 2. Технические средства информационных технологий
Лекция 4
Арифметические основы ПК

Вопросы

1. Системы счисления.
2. Перевод чисел в различные системы счисления.
3. Арифметические операции в позиционных системах счисления.
4. Представление целых чисел в ПК.
5. Арифметические действия в ПК над целыми числами.
6. Представление в ПК вещественных чисел.
7. Выполнение арифметических действий в ПК над нормализованными числами.







Напоминание: первый остаток 11_{10} в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой B_{16}.

0,	× 36
	2
0	× 72
	2
1	× 44
	2
0	× 88
	2
1	× 76
	2
1	52

Ответ: $0,36_{10} = 0,01011_2$ с предельной абсолютной погрешностью $(2^{-6})/2 = 2^{-7}$.

0,	× 36
	8
2	× 88
	8
7	× 04
	8
0	32

Ответ: $0,36_{10} = 0,270_8$ с предельной абсолютной погрешностью $(8^{-4})/2 = 2^{-13}$.

0,	36
	16
5	76
	16
(C_{16}) 12	16

Ответ: $0,36_{10} = 0,5C_{16}$ с предельной абсолютной погрешностью $(16^{-3})/2 = 2^{-13}$.

Разряды 3 2 1 0 -1

Число **1 0 1 1, 1**$_2$ $= 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1}$;

Разряды 2 1 0 -1 -2

Число **2 7 6, 5 2**$_8$ $= 2*8^2 + 7*8^1 + 6*8^0 + 5*8^{-1} + 2*8^{-2}$;

$$537,1_8 = \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{011}_{3}\ \underbrace{111}_{7},\underbrace{001}_{1}{}_2\ ;\quad 1A3,F_{16} = \underbrace{1}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}\ \underbrace{0011}_{3},\ \underbrace{1111}_{F}{}_2$$

$$10101001{,}10111_2 = \underbrace{10}_{2}\ \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{001}_{1},\ \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{110}_{6}{}_2 = 251{,}56_8$$

$$10101001{,}10111_2 = \underbrace{1010}_{A}\ \underbrace{1001}_{9},\ \underbrace{1011}_{B}\ \underbrace{1000}_{8}{}_2 = A9{,}B8_{16}\ .$$

Разряды 3 2 1 0 -1

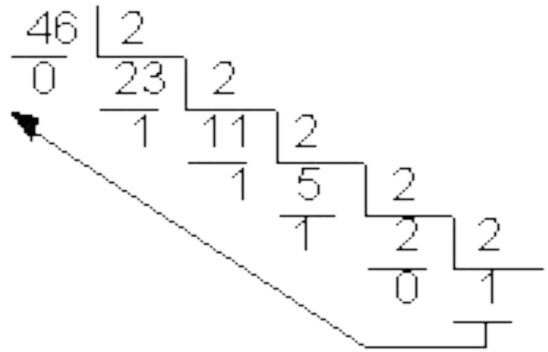
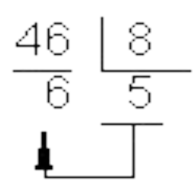
Число $1\ 0\ 1\ 1,\ 1_2 = 1*2^3+1*2^1+1*2^0+1*2^{-1} = 11,5_{10}$.

Разряды 2 1 0 -1

Число $2\ 7\ 6,\ 5_8 = 2*8^2+7*8^1+6*8^0+5*8^{-1} = 190,625_{10}$.

Разряды 2 1 0

Число $1\ F\ 3_{16} = 1*16^2+15*16^1+3*16^0 = 499_{10}$.

<table>
<tr><th>№ п./п</th><th>Перевод</th><th>№ п./п</th><th>Перевод</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">$10 \to 2$

Ответ: 101110_2</td><td>5</td><td>$2 \to 10$
$\overset{5}{1}\ \overset{4}{0}\ \overset{3}{1}\ \overset{2}{1}\ \overset{1}{1}\ \overset{0}{0}{}_2 = 2^5+2^3+2^2+2^1 =$
$= 46_{10}$
Ответ: 46_{10}</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$2 \to 16$
$101110_2 = 10\ \underbrace{1110}_{}{}_2 = 2E_{16}$
Ответ: $2E_{16}$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$8 \to 2$
$56_8 = \underbrace{101}_{}\ \underbrace{110}_{}{}_2$
Ответ: 101110_2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td rowspan="2">$10 \to 8$

Ответ: 56_8</td><td>8</td><td>$8 \to 10$
$\overset{1}{5}\ \overset{0}{6}{}_8 = 5*8^1+6*8^0 = 40+6 =$
$= 46_{10}$
Ответ: 46_{10}</td></tr>
<tr><td>9</td><td>$8 \to 16$
$5\ 6_8 = \underbrace{101}_{}\ \underbrace{110}_{}{}_2 = 10\ \underbrace{1110}_{}{}_2 =$
$= 2E_{16}$
Ответ: $2E_{16}$</td></tr>
</table>

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
3	$10 \rightarrow 16$ $\begin{array}{r\|l} 46 & 16 \\ \hline 14 & 2 \end{array}$ Ответ: $2E_{16}$	10	$16 \rightarrow 2$ $2E_{16} = \underbrace{0010}\ \underbrace{1110}_2 = 101110_2$ Ответ: 101110_2
		11	$16 \rightarrow 8$ $2E_{16} = 10\ \underbrace{1110}_2 = \underbrace{101}\ \underbrace{110}_2 =$ $= 56_8$ Ответ: 56_8
4	$2 \rightarrow 8$ $101110_2 = \underbrace{101}_{5}\ \underbrace{110}_{6}{}_2 = 56_8$ Ответ: 56_8	12	$16 \rightarrow 10$ $\overset{1}{2}\ \overset{0}{E}_{16} = 2*16^1+E*16^0 =$ $= 32+14 = 46_{10}$ Ответ: 46_{10}

+	0	1
0	0	1
1	1	10

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

$$\begin{array}{r} 1\\ 15\\ +\ \ 6\\ \hline 21 \end{array}$$

5+6=11=10+1

1+1=2

$$\begin{array}{r} 1\,1\,1\\ 1\,1\,1\,1\\ +\ 0\,1\,1\,0\\ \hline 1\,0\,1\,0\,1 \end{array}$$

1+0=1

1+1=2=2+0

1+1+1=3=2+1

1+1=2=2+0

$$\begin{array}{r} 1\\ 17\\ +\ \ 6\\ \hline 25 \end{array}$$

7+6=13=8+5

1+1=2

$$\begin{array}{r} 1\\ F\\ +\ 6\\ \hline 15 \end{array}$$

15+6=21=16+5

$$
\begin{array}{cr}
 & 1 \\
+ & 15 \\
 & 7 \\
 & 3 \\
\hline
 & 25
\end{array}
$$

5+7+3=15=10+5

1+1=2

$$
\begin{array}{cr}
 & 1\ 1{+}1\ \ \ 1 \\
+ & 1111 \\
 & 111 \\
 & 11 \\
\hline
 & 11001
\end{array}
$$

1+1+1=3=2+1

1+1+1+1=4=2*2+0

1+1=2=2+0

1+1+1=3=2+1

$$
\begin{array}{cr}
 & 2 \\
+ & 17 \\
 & 7 \\
 & 3 \\
\hline
 & 31
\end{array}
$$

7+7+3=17=2*8+1

2+1=3

$$
\begin{array}{cr}
+ & F \\
 & 7 \\
 & 3 \\
\hline
 & 19
\end{array}
$$

15+7+3=25=16+9

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1\,1\,1 \\ +\;141{,}50 \\ 59{,}75 \\ \hline 201{,}25 \end{array}$$

0+5=5

5+7=12=10+2

1+9+1=11=10+1

4+5+1=10=10+0

1+1=2

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1\;11\;11\;11 \\ +\;10001101{,}1 \\ 111011{,}11 \\ \hline 11001001{,}01 \end{array}$$

1+0=1

1+1=2=2+0

1+1=2=2+0

1+1+1=3=2+1

1+1=2=2+0

1+1+1=3=2+1

1+1=2=2+0

1+1=2=2+0

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1\,1\,1 \\ +\;215{,}4 \\ 73{,}6 \\ \hline 311{,}2 \end{array}$$

4+6=10=8+2

5+3+1=9=8+1

1+7+1=9=8+1

2+1=3

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1\,1 \\ +\;8D{,}8 \\ 3B{,}C \\ \hline C9{,}4 \end{array}$$

8+12=20=16+4

13+11+1=25=16+9

$8+3+1=12=C_{16}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;10 \\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \qquad 2-1=1$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;10 \\ 1 \\ \hline 7 \end{array} \qquad 8-1=7$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;10 \\ 1 \\ \hline F \end{array} \qquad 16-1=15=F_{16}$$

Заемы

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;100 \\ 1 \\ \hline 11 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 2-1=1 \\ 1-0-1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;100 \\ 1 \\ \hline 77 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 8-1=7 \\ 7-0=7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ -\;100 \\ 1 \\ \hline FF \end{array} \qquad \begin{array}{l} 16\ 1=15=F_{16} \\ 1+1=2 \end{array}$$

Заемы

```
 1   1
  201,25
_  59,75
  ------
  141,50
```

5-5=0

10+2-7−5

10-9=1

9-5=4

2-1=1

```
  1   1   1        Заемы
  11001001,01
_ 00111011,11
  -----------
  10001101,10
```

1-0=1

0-0=0

1-1=0

1-1=0

2-1=1

1-1=0

2-1=1

2-1=1

1-1=0

1-0=1

$$
\begin{array}{r}
1\;1\;\;1\;\;\;\; \\
-\;\begin{array}{r} 3\,1\,1,2 \\ 7\,3,6 \end{array} \\
\hline
2\,1\,5,4
\end{array}
$$

$8+2-6=4$

$8-3=5$

$8-7=1$

$$
\begin{array}{r}
1\;\;1\;\;\;\; \\
-\;\begin{array}{r} C\,9,4 \\ 3\,B,C \end{array} \\
\hline
8\,D,8
\end{array}
$$

$16+4-12=8$

$16+8-11=13=D_{16}$

$12-1-3=8$

*	0	1
0	0	0
1	0	1

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times \quad 6 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 101 \\ \times \quad 110 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 11110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \times \quad 6 \\ \hline 36 \end{array}$$

```
      115
  ×    51
     ----
      115
     575
    -----
     5865
```

```
              1110011
  ×            110011
             --------
              1110011
           1110011
          1110011
       -------------
       1011011101001
```

```
       163
  ×     63
      ----
       531
     1262
     -----
     13351
```

$$\begin{array}{r|l} -\;30 & 6 \\ \cline{2-2} 30 & 5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} -\;11110 & 110 \\ \cline{2-2} \;\;\;110 & 101 \\ \cline{1-1} \;\;\;\;\;\;110 & \\ \;\;\;\;\;\;110 & \\ \cline{1-1} \;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;\;0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} -\;36 & 6 \\ \cline{2-2} 36 & 5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

```
_ 5865 | 115
  575  |-----
  ---- | 51
 _ 115
   115
   ---
     0
```

```
_ 1011011101001 | 1110011
  1110011       |---------
  -------       | 110011
  1000100
_ 1110011
  --------
    10101100
  _ 1110011
    --------
   _1110011
    1110011
    -------
          0
```

$$
\begin{array}{r|l}
-\;35 & 14 \\ \cline{2-2}
\underline{28} & 2,5 \\
-\;70 & \\
\underline{70} & \\
0 &
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r|l}
-\;100011 & 1110 \\ \cline{2-2}
\underline{1110} & 10,1 \\
-\;1110 & \\
\underline{1110} & \\
0 &
\end{array}
$$

Номера разрядов	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	1	0	0	1	0	0	0

Номера разрядов	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0

Номера разрядов	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Число $1_{10}=1_2$

0	0	0	0	0	0	0	1

Знак числа "+"

Число $127_{10}=1111111_2$

0	1	1	1	1	1	1	1

Знак числа "+"

Прямой код числа - 1

1	0	0	0	0	0	0	1

Знак числа "-"

Прямой код числа - 127

1	1	1	1	1	1	1	1

Знак числа "-"

Число: -1

Код модуля числа: 0 0000001

Обратный код числа: 1 1111110

1	1	1	1	1	1	1	0

Число: -127

Код модуля числа: 0 1111111

Обратный код числа: 1 0000000

1	0	0	0	0	0	0	0

Дополнительный код числа - 1

1	1	1	1	1	1	1	1

Дополнительный код числа - 127

1	0	0	0	0	0	0	1

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} 3 \\ + \quad 7 \\ \hline 10 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} 0\ 0000011 \\ + \quad 0\ 0000111 \\ \hline 0\ 0001010 \end{array}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} 3 \\ + \quad -10 \\ \hline -7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{rl} 0\ 0000011 & \\ + \quad 1\ 1110101 & \text{Обратный код числа -10} \\ \hline 1\ 1111000 & \text{Обратный код числа -7} \end{array}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{rr} & 10 \\ + & -3 \\ \hline & 7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{rrl} & 0\;0001010 & \\ + & 1\;1111100 & \text{Обратный код числа -3} \\ \hline & 0\;0000110 & \\ & +1 & \\ \hline & 0\;0000111 & \end{array}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{rr} & -3 \\ + & -7 \\ \hline & -10 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{rrl} & 1\;1111100 & \text{Обратный код числа -3} \\ + & 1\;1111000 & \text{Обратный код числа -7} \\ \hline & 1\;1110100 & \\ & +1 & \\ \hline & 1\;1110101 & \text{Обратный код числа -10} \end{array}$$

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ 65	+ 0 1000001	
97	0 1100001	
162	1 0100010	Переполнение

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ - 63	+ 1 1000000	Обратный код числа -63
-95	1 0100000	Обратный код числа -95
158	0 1100000	Переполнение
	+1	

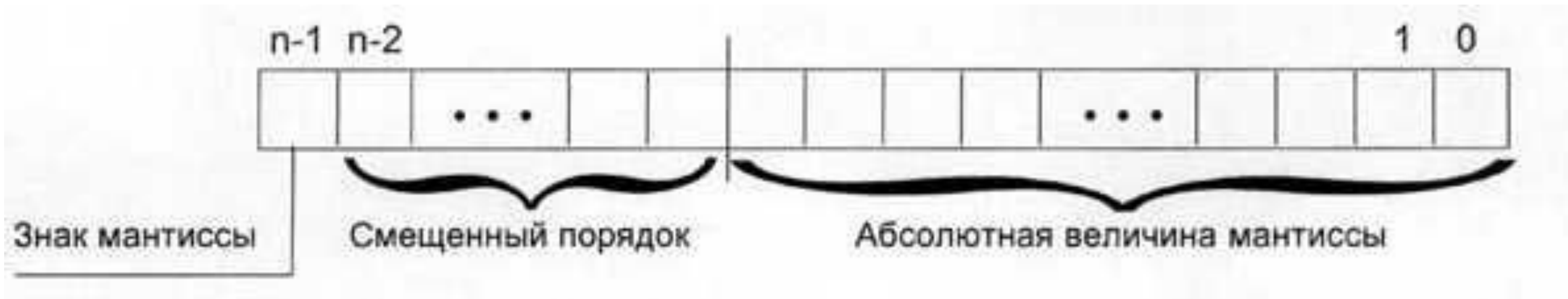
Десятичная запись	Двоичные коды	
+ 3	+ 0 0000011	
-10	1 1110110	Дополнительный код числа -10
-7	1 1111001	Дополнительный код числа -7

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ 10	+ 0 0001010	
-3	1 1111101	Дополнительный код числа -3
7	0 0000111	
	перенос отбрасывется	

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ -3	+ 1 1111101	Дополнительный код числа -3
-7	1 1111001	Дополнительный код числа -7
-10	1 1110110	Дополнительный код числа -10

перенос отбрасывется

Накапливающий сумматор	Множитель	
000000000000	101101	
+ 110011		
110011	101100	
+ 110011		Сдвиг на две позиции влево
1111111	101000	
+ 110011		Сдвиг на одну позицию влево
1010010111	100000	
+ 110011		Сдвиг на две позиции влево
100011110111	000000	


n-1
n-2
1
0
Знак мантиссы
Смещенный порядок
Абсолютная величина мантиссы

$$
\begin{array}{rl}
+ & 0.00010111 * 2^{10} \\
 & 0.11011 \quad * 2^{10} \\
\hline
 & 0.11101111 * 2^{10}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rl}
- & 0.10101 \quad * 2^{10} \\
 & 0.011101 * 2^{10} \\
\hline
 & 0.001101 * 2^{10}
\end{array}
$$

Сложение чисел в форме с <u>фиксированной запятой</u>

1. Перевести слагаемые в двоичную систему счисления.
2. Разрядность.
3. Перевести слагаемы в выбранный код.
4. Произвести поразрядное сложение кодов, начиная с младшего разряда, включая знаковый.
5. Если последняя единица переноса выходит за пределы знакового разряда, то:

- в дополнительном коде ее следует отбросить;
- в обратном коде следует прибавить ее к младшему разряду суммы;

6. Проверить полученный результат на переполнение разрядной сетки. Перевести результат в прямой код.

Сложение в обратном коде

$A = 17{,}5$ $B = -21{,}75$		$m = 5,$ $к = 2$
$A_{(2)} = +10001{,}1$		$[A]_{ок} = 0.10001{,}10$
$B_{(2)} = -10101{,}11$		$\underline{[B]пк = 1.01010{,}00}$
$[A]_{пк} = 0.10001{,}10$		$[A + B]_{ок} = 1.11011{,}10$
5 2		$[A + B]_{пк} = 1.00100{,}01$
$[B]_{пк} = 1.10101{,}11$		$[A + B]_{(2)} = -100{,}01$
		$[A + B]_{(10)} = -4{,}25$

Сложение в дополнительном коде

$A = -10{,}5$ $\quad B = -6{,}5$	$m = 4, \quad к = 1$
$A_{(2)} = -1010{,}1$	$A_{дк} = 1.0101{,}1$
$B_{(2)} = -0110{,}1$	$\underline{B\ дк = 1.1001{,}1}$
$[A]_{пк} = 1.1010{,}1$	$[A+B]_{дк} = 1\ 0.1111{,}0$ отбросить
$[B]_{пк} = 1.\ 0110{,}1$	
$[A]_{ок} = 1.\ 0101{,}0$	
$[B]_{ок} = 1.\ 1001{,}0$	
	$[[A+B]_{дк}]_{ок} = 0.0000{,}1$
	$[A+B]_{пк} = 0.0001{,}0 \qquad (+1)$
$(A+B)_{(2)} = +1$	$(A+B)_{(10)} = +1$ Результат не равен - 17

Правильный результат

$A = -10,5$ $\quad$ $B = -6,5$		
$A_{(2)} = -1010,1;\quad B_{(2)} = -0110,1$		
$[A]_{пк} = 1.01010,1$		$[A]_{дк} = 1.10101,1$
$[B]_{пк} = 1.00110,1$		$+$
$[A]_{ок} = 1.10101,0$		$\underline{B\ дк = 1.1001,1}$
$[B]_{ок} = 1.11001,0$		1 $\quad 1.01111,0$ отбросить
		$[A + B]_{дк} = 1.01111,0$
		$[[A + B]_{дк}]_{ок} = 1.10001,0 \qquad (+1)$
	$(A + B)_{(2)} = -10001 \Rightarrow (A + B)_{(10)} = -17$	

Сложение чисел в форме с плавающей запятой (нормальная форма)

1. Записать слагаемые в прямом коде.

2. Нормализовать числа

3..Уравнять порядки.

4. Перевести мантиссы в выбранный код.

5. Сложить коды мантисс по ранее указанным правилам.

6. Перевести код суммы в прямой код.

7. Нормализовать результат.

Пример

$\mathbf{X = 0{,}1101 \times 10^{110}; Y = 0{,}1011 \times 10^{010}}$

Порядок числа $\mathbf{Y(010_{(2)} - 2_{(10)})}$ ниже порядка числа

$\mathbf{X\ (110_{(2)} - 6_{(10)})}$ на 4 единицы. Для уравнивания порядков повысим меньший до равенства большему:

$\mathbf{Y = 0{,}00001011 \times 10^{110}}$

$\mathbf{X = -\ 0{,}000101 \times 10^{001}; Y = 1010{,}0 \times 10^{100}}$

Нормализуем числа:

$\mathbf{X = -\ 0{,}101 \times 10^{-010}; X_{пр} = 1{,}101 \times 10^{1{,}010}}$

$\mathbf{Y = 0{,}101 \times 10^{1000}}$

Запись в учебной ячейке ЭВМ

1			1	0	1	0			1			0	0	1	0

знак числа **мантисса** **знак порядка** **порядок**

-1,1010

Таблица 2.3. Диапазоны представления беззнаковых целых чисел

Название	Длина, байт	Диапазон чисел (от 0 до $2^N - 1$)	
byte, unsigned char	1	$0...2^8 - 1$	0...255
word, unsigned int	2	$0...2^{16} - 1$	0...65 535
unsigned long	4	$0...2^{32} - 1$	0...4 294 967 295

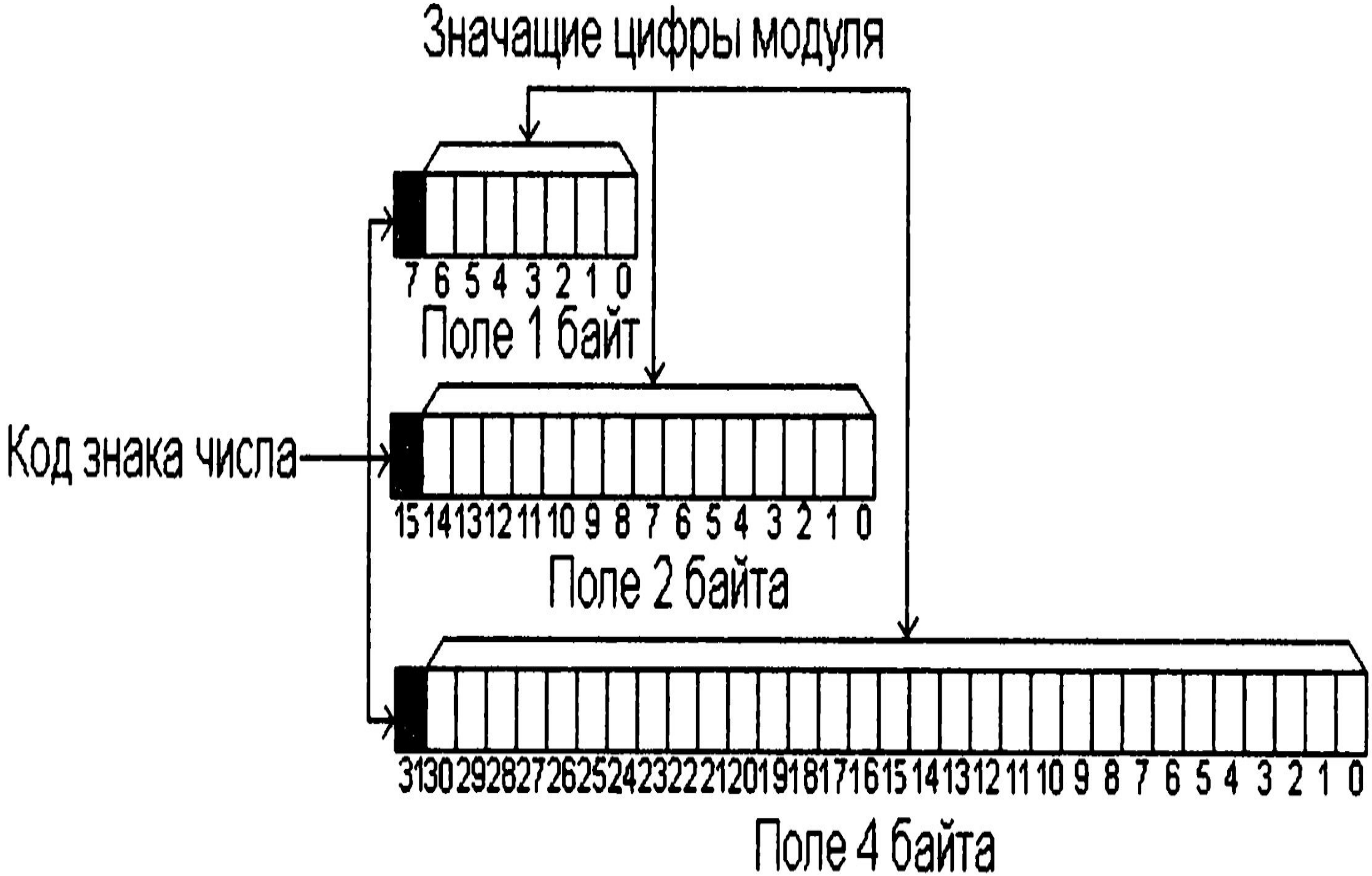


Рис. 2.4. Разрядная сетка системы кодирования со знаком

	$0 \rightarrow 0000_2$
$+7 \rightarrow 0111_2$	$-1 \rightarrow 1111_2$
$+6 \rightarrow 0110_2$	$-2 \rightarrow 1110_2$
$+5 \rightarrow 0101_2$	$-3 \rightarrow 1101_2$
$+4 \rightarrow 0100_2$	$-4 \rightarrow 1100_2$
$+3 \rightarrow 0011_2$	$-5 \rightarrow 1011_2$
$+2 \rightarrow 0010_2$	$-6 \rightarrow 1010_2$
$+1 \rightarrow 0001_2$	$-7 \rightarrow 1001_2$
$0 \rightarrow 0000_2$	$-8 \rightarrow 1000_2$

Рис. 2.5. Получение дополнительных кодов

Таблица 2.4. Диапазоны представления знаковых целых чисел

Название	Длина, байт	Диапазон (от -2^{N-1} до $2^{N-1}-1$)	
Shortint	1	$-2^7 \dots 2^7-1$	–128 ... 127
Integer	2	$-2^{15} \dots 2^{15}-1$	–32 768 ... 32 767
Longint	4	$-2^{31} \dots 2^{31}-1$	–2 147 483 648 ... 2 147 483 647

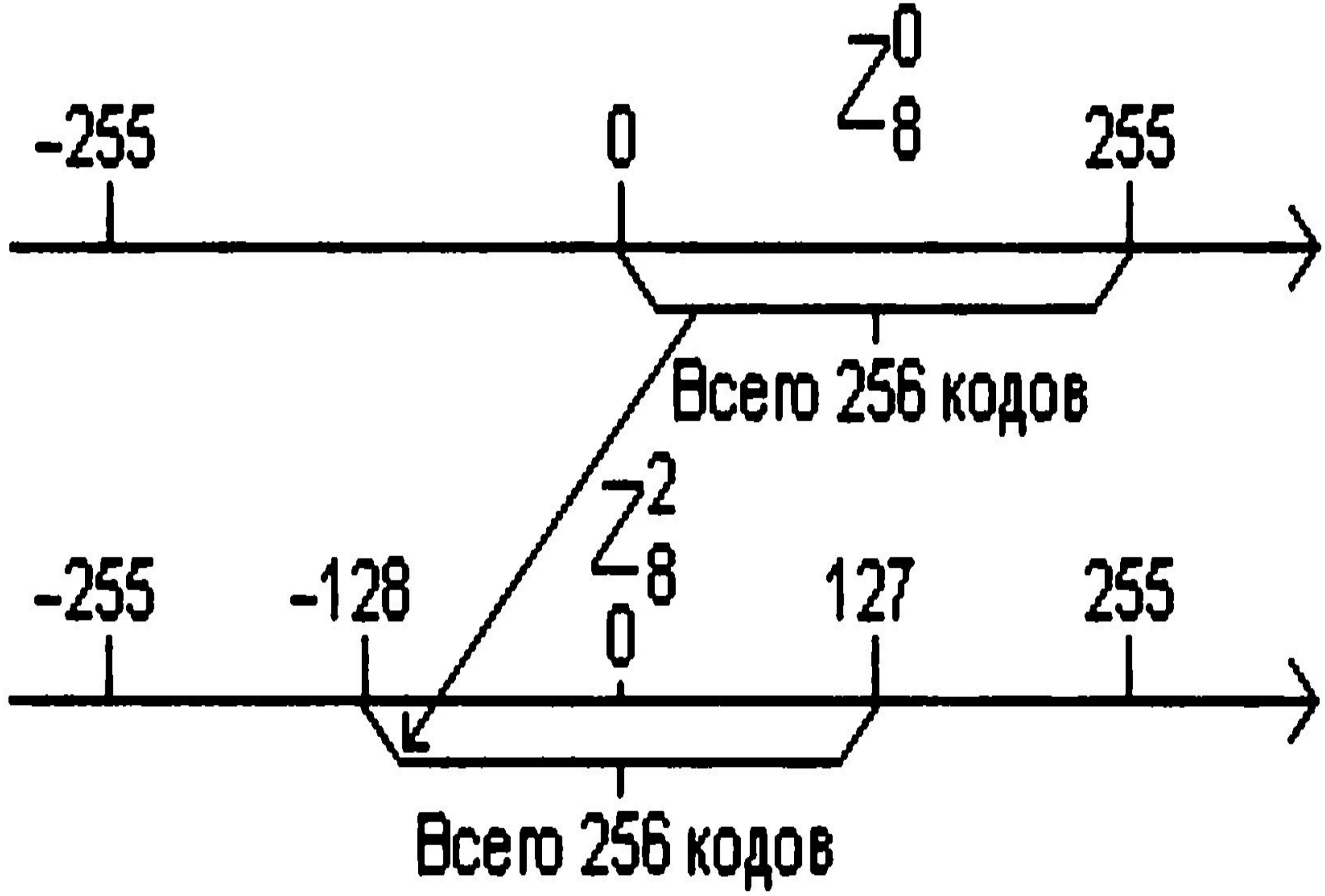


Рис. 2.6. Сравнение диапазонов беззнакового и знакового кодирования в однобайтном поле

Коды числа $+77_{10}$ в стандартных полях

Поле 1 байт	$0|100\ 1101_2$	или	$4D_{16}$
Поле 2 байта	$0|000\ 0000\ 0100\ 1101_2$	или	$00\ 4D_{16}$
Поле 4 байта	$0|000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100\ 1101_2$	или	$00\ 00\ 00\ 4D_{16}$

Коды числа -77_{10} в стандартных полях

Поле 1 байт	$1|011\ 0011_2$	или	$B3_{16}$
Поле 2 байта	$1|111\ 1111\ 1011\ 0011_2$	или	$FF\ B3_{16}$
Поле 4 байта	$1|111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1011\ 0011_2$	или	$FF\ FF\ FF\ B3_{16}$

Рис. 2.7. Размножение знака при переходе к полям большей длины

$$\begin{array}{r} 1{,}6\cdot 10^{-4} \\ +\;1{,}2\cdot 10^{-4} \\ \hline 2{,}8\cdot 10^{-4} \end{array}$$

а

$$\begin{array}{r} 1{,}6\cdot 10^{-4} \\ +\;1{,}5\cdot 10^{-5} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1{,}6\;\;\cdot 10^{-4} \\ +\;0{,}15\cdot 10^{-4} \\ \hline 1{,}75\cdot 10^{-4} \end{array}$$

б

$$\begin{array}{r} 1{,}6\cdot 10^{-4} \\ +\;1{,}5\cdot 10^{-3} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 1{,}6\cdot 10^{-4} \\ +\;15{,}0\cdot 10^{-4} \\ \hline 16{,}6\cdot 10^{-4} \end{array} \rightarrow 1{,}66\cdot 10^{-3}$$

в

Рис. 2.8. Примеры выполнения операций над нормализованными числами

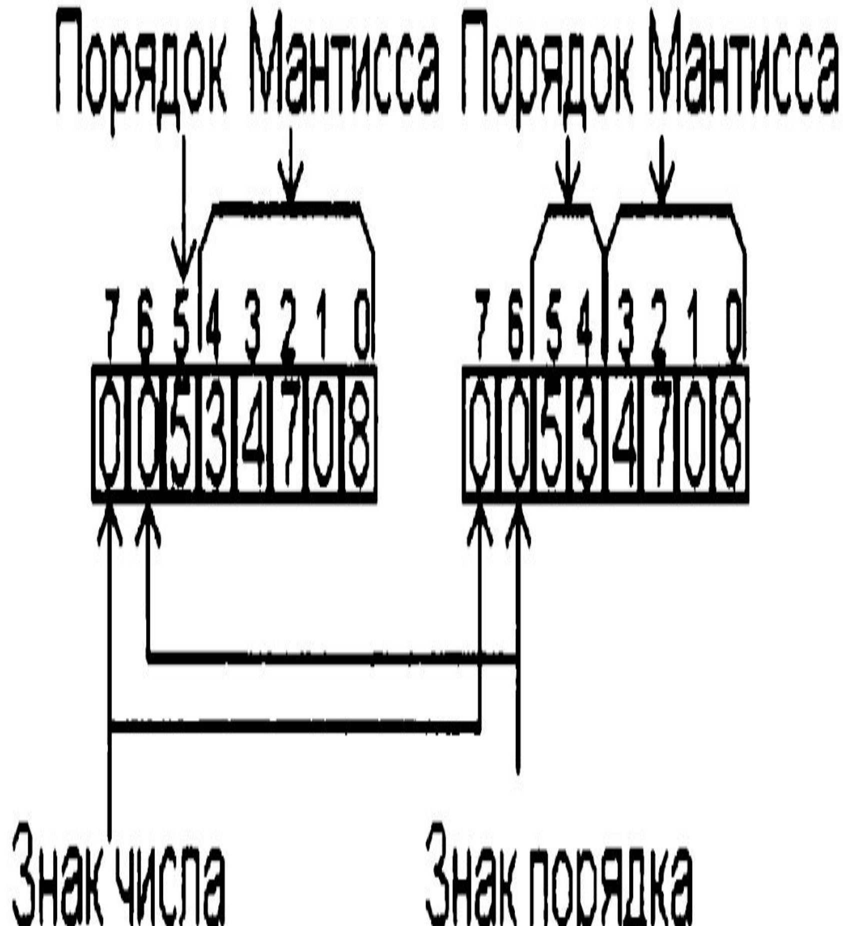


Рис. 2.9. Возможные разрядные сетки учебной ячейки из восьми десятичных разрядов

Рис. 2.10. Примеры кодирования чисел в учебной ячейке

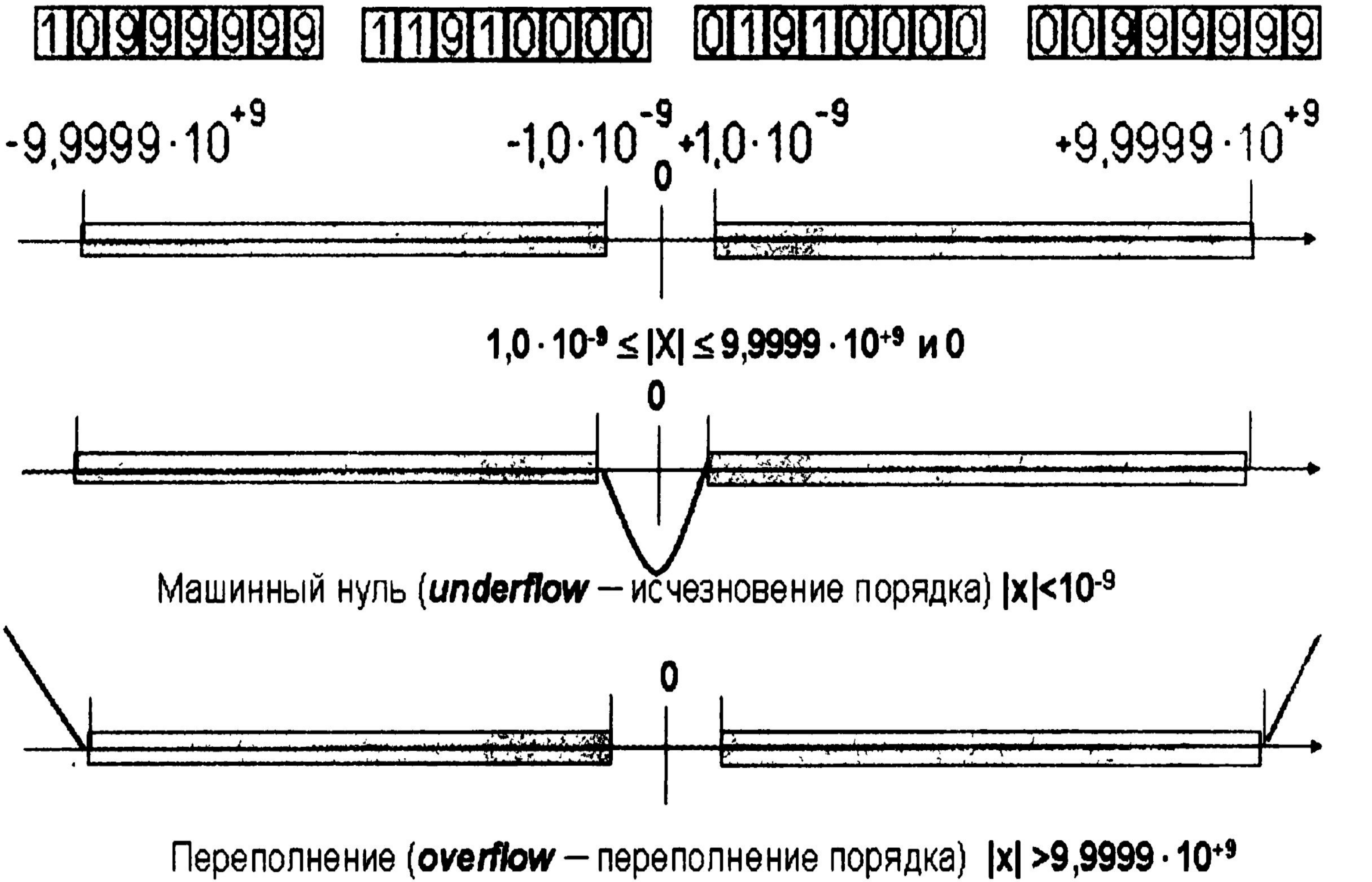


Рис. 2.11. Диапазоны представления чисел в формате с плавающей точкой в учебной ячейке

Таблица 2.5. Диапазоны и точности представления чисел в стандарте IEEE 754

Название	Длина (порядок, мантисса)	Min*	Min	Max	Точность
Real	32 (8, 23)	$1{,}4 \cdot 10^{-45}$	$1{,}17 \cdot 10^{-38}$	$3{,}4 \cdot 10^{+38}$	7–8
Double	64 (11, 52)	$5{,}0 \cdot 10^{-324}$	$2{,}2 \cdot 10^{-308}$	$1{,}8 \cdot 10^{+308}$	15–16
Extended	80 (15, 64)	$3{,}6 \cdot 10^{-4951}$	$3{,}4 \cdot 10^{-4932}$	$1{,}2 \cdot 10^{+4932}$	19–20

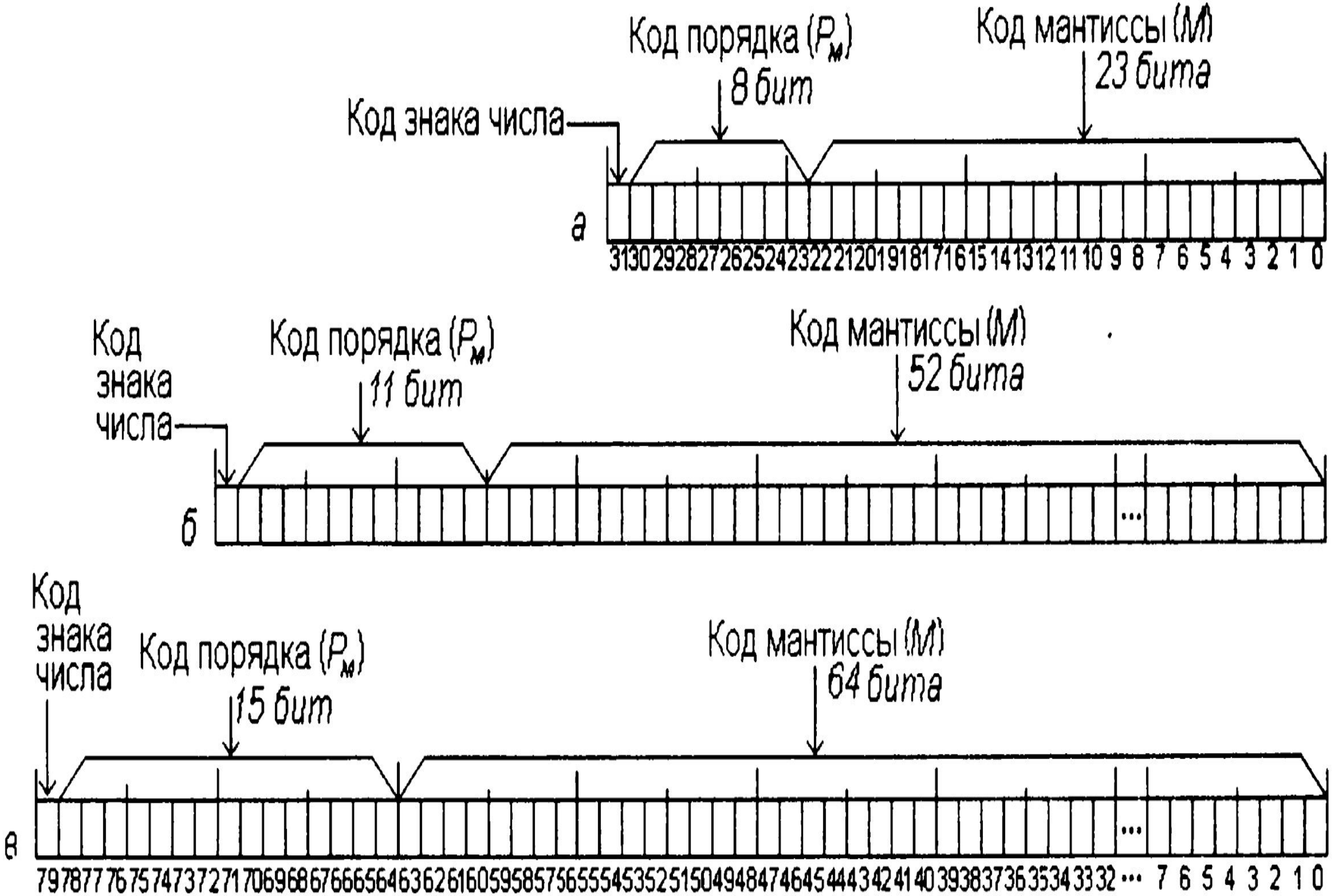


Рис. 2.12. Разрядные сетки стандарта IEEE 754 для формата с плавающей точкой

Получение кода числа в формате с плавающей точкой. Чтобы получить машинный код числа в формате с плавающей точкой, следует:

1) перевести модуль числа из десятичной системы счисления в двоичную;
2) нормализовать число;
3) сформировать знаковый бит;
4) выделить истинный порядок $P_и$;
5) получить код машинного порядка $P_м = P_и + K$;
6) для четырех- и восьмибайтовых полей получить код мантиссы M, отбрасывая бит целой части, для десятибайтового поля этот бит не отбрасывается;
7) записать код знака, код порядка $P_м$ и код мантиссы M в отведенные для них позиции разрядной сетки.

Получение числа по его коду в формате с плавающей точкой. Чтобы определить значение числа, для которого задан его машинный код в формате с плавающей точкой, нужно:

1) получить запись кода в двоичной системе счисления;
2) выделить код знака и определить знак числа;
3) выделить код машинного порядка $P_м$;
4) по формуле $P_и = P_м - K$ получить истинный порядок $P_и$;
5) выделить код мантиссы M и для четырех- и восьмибайтовых полей получить мантиссу, дописывая бит целой части; для десятибайтового поля мантисса совпадает со своим кодом;
6) получить запись числа в нормализованной форме в двоичной системе счисления;
7) при необходимости денормализовать число, затем перевести его в десятичную систему счисления и сформировать нужный знак.

Таблица 2.6. Специальные значения стандарта IEEE 754

Специальное значение	Признак
Денормализованное число	Любой знак, нулевой код машинного порядка $000...00_2$ и любой ненулевой код мантиссы
Нуль	Любой знак, нулевой код машинного порядка $000...00_2$ и нулевой код мантиссы
Бесконечность	Любой знак, код порядка из одних единиц $111...11_2$ и нулевой код мантиссы
Нечисло, NAN	Любой знак, код порядка из одних единиц $111...11_2$ и любой ненулевой код мантиссы
Неопределенность	Код знака «минус», код порядка из одних единиц $111...11_2$, первая цифра дробной части мантиссы единица, остальные нули $1{,}1000...00_2$

Таблица 2.7. Мягкое исчезновение порядка

Код числа	00000001100...0	000000001000...0	000000000100...0	000000000010...0
Код порядка	00000001	000000001	00000000	00000000
Порядок	00000001	000000001	00000001	00000001
Код мантиссы	1000000...0000000	0000000...0000000	1000000...000000	0100000...000000
Неявный бит	1	1	0	0
Мантисса	1,1	1,0	0,1	0,01
Значение	$1{,}1 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 1{,}3 \cdot 10^{-38}$	$1{,}0 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 1{,}2 \cdot 10^{-38}$	$0{,}1 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 5{,}9 \cdot 10^{-39}$	$0{,}1 \cdot 2^{-127} \approx$ $\approx 7{,}32 \cdot 10^{-40}$

Таблица 2.1. Фрагмент кодовой таблицы

Символ	Двоичный код	Символ	Двоичный код	Символ	Двоичный код	Символ	Двоичный код
А	10000000	И	10001000	Р	10010000	Ш	10011000
Б	10000001	Й	10001001	С	10010001	Щ	10011001
В	10000010	К	10001010	Т	10010010	Ъ	10011010
Г	10000011	Л	10001011	У	10010011	Ы	10011011
Д	10000100	М	10001100	Ф	10010100	Ь	10011100
Е	10000101	Н	10001101	Х	10010101	Э	10011101
Ж	10000110	О	10001110	Ц	10010110	Ю	10011110
З	10000111	П	10001111	Ч	10010111	Я	10011111

Таблица 2.2. Машинный код текста «КОМПЬЮТЕР»

1	2	3	4	5	6	7	8	9
К	О	М	П	Ь	Ю	Т	Е	Р
10001010	10001110	10001100	10001111	10011100	10001110	10010010	10000101	10010000

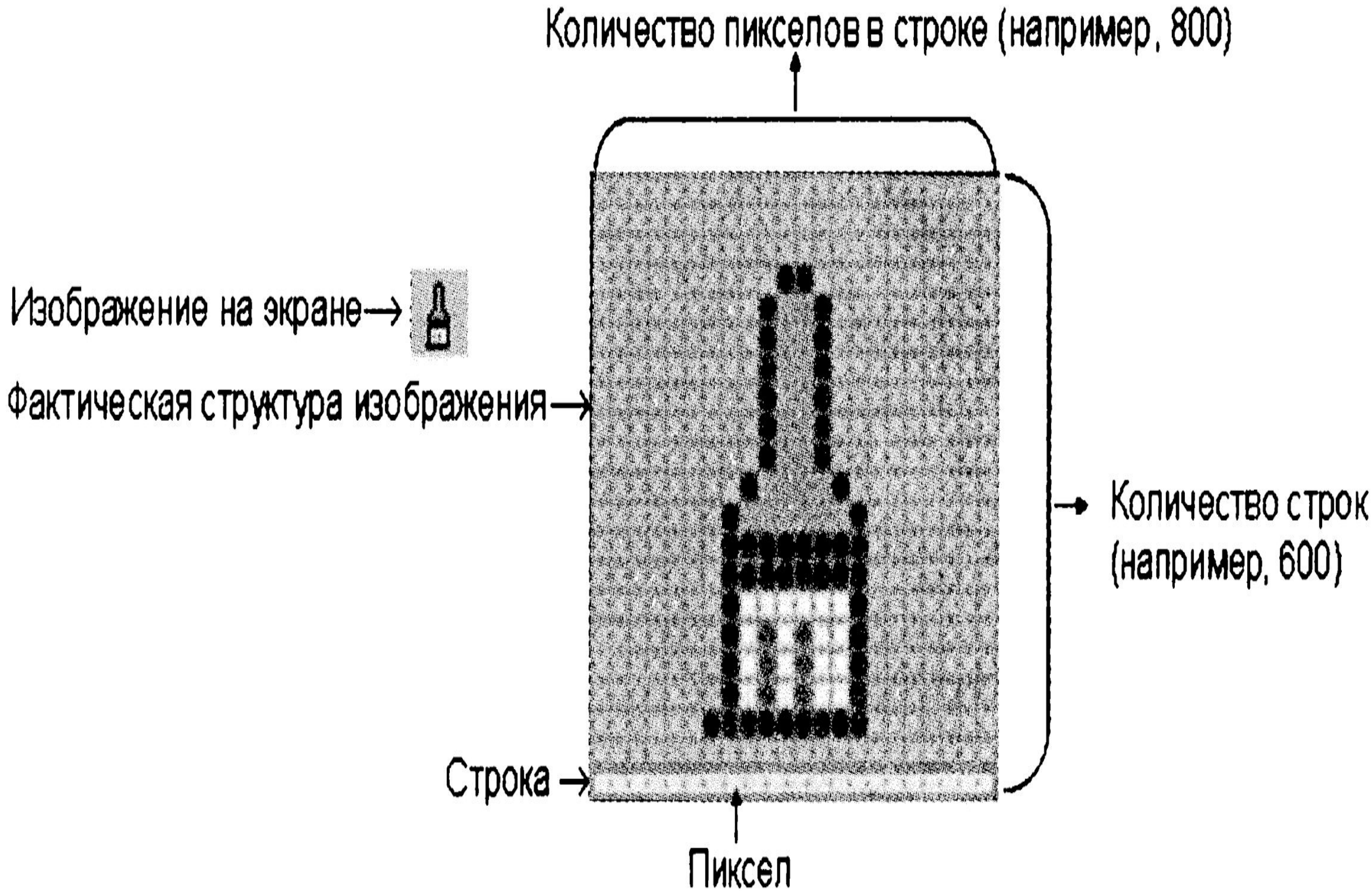
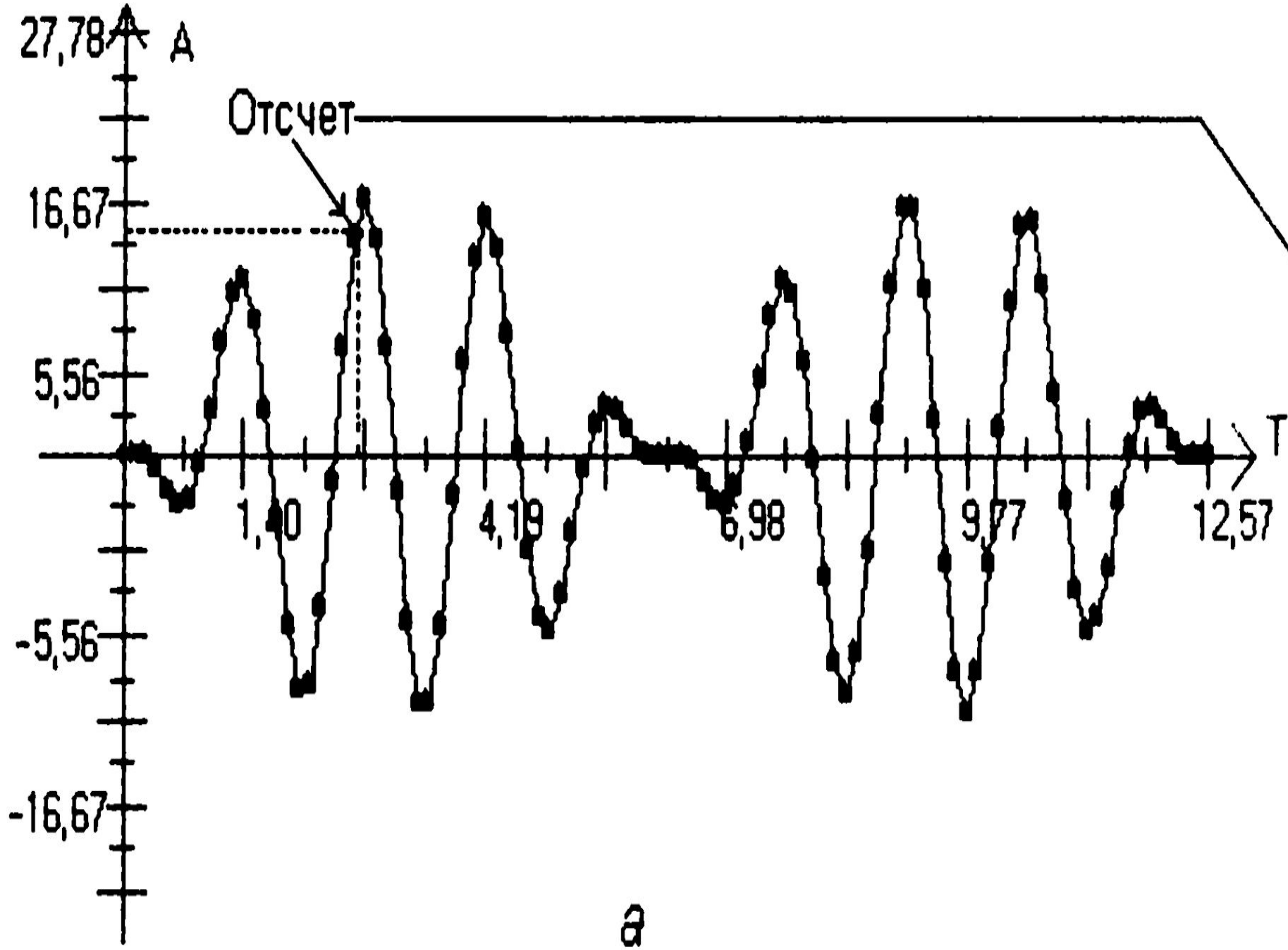


Рис 2.1. Структура растрового изображения

Рис. 2.2. Пример кодирования строки черно-белого изображения

Рис. 2.3. Вариант кодирования промежуточных оттенков монохромного изображения



а

T	A
...	
0,31	-0,51345
0,32	6,24756
0,33	14,71281
0,34	17,82943
0,35	19,24682
0,36	15,02881
0,37	5,98843
0,38	-1,21784
0,39	-4,95674
0,40	-13,52471
...	

б

Рис. 2.13. Переход от аналоговой (непрерывной) формы сигнала (*а*) к цифровой (дискретной) (*б*)

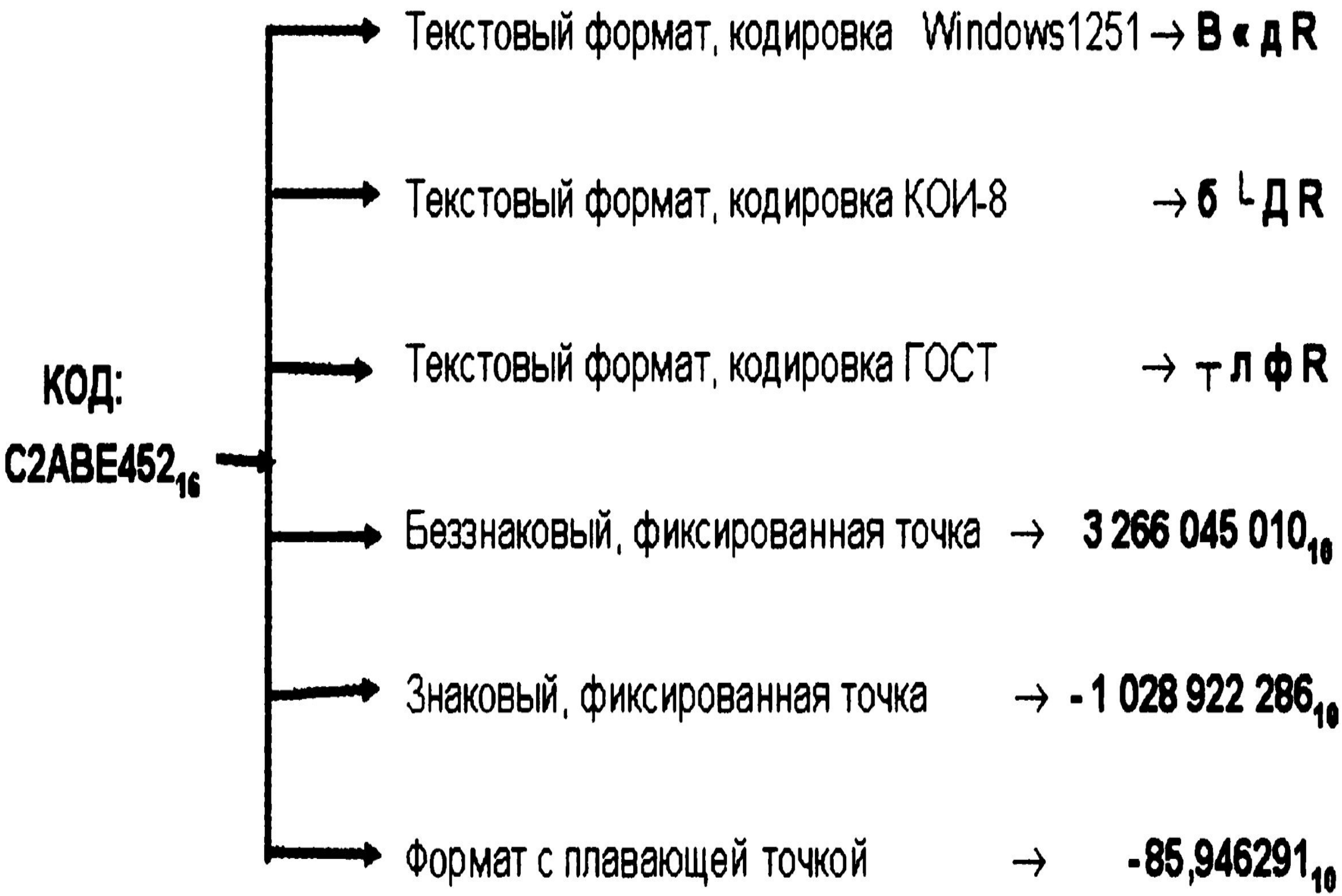


Рис. 2.14. Возможные интерпретации одного и того же двоичного кода

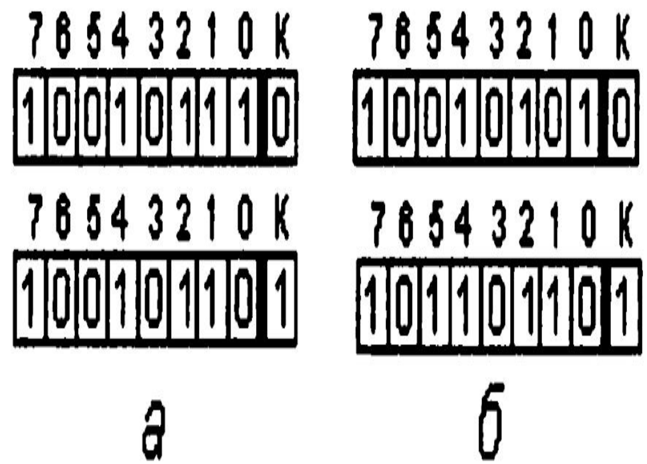


Рис. 2.15. Байты с контрольными битами: *а* — без ошибок; *б* — содержащие ошибку

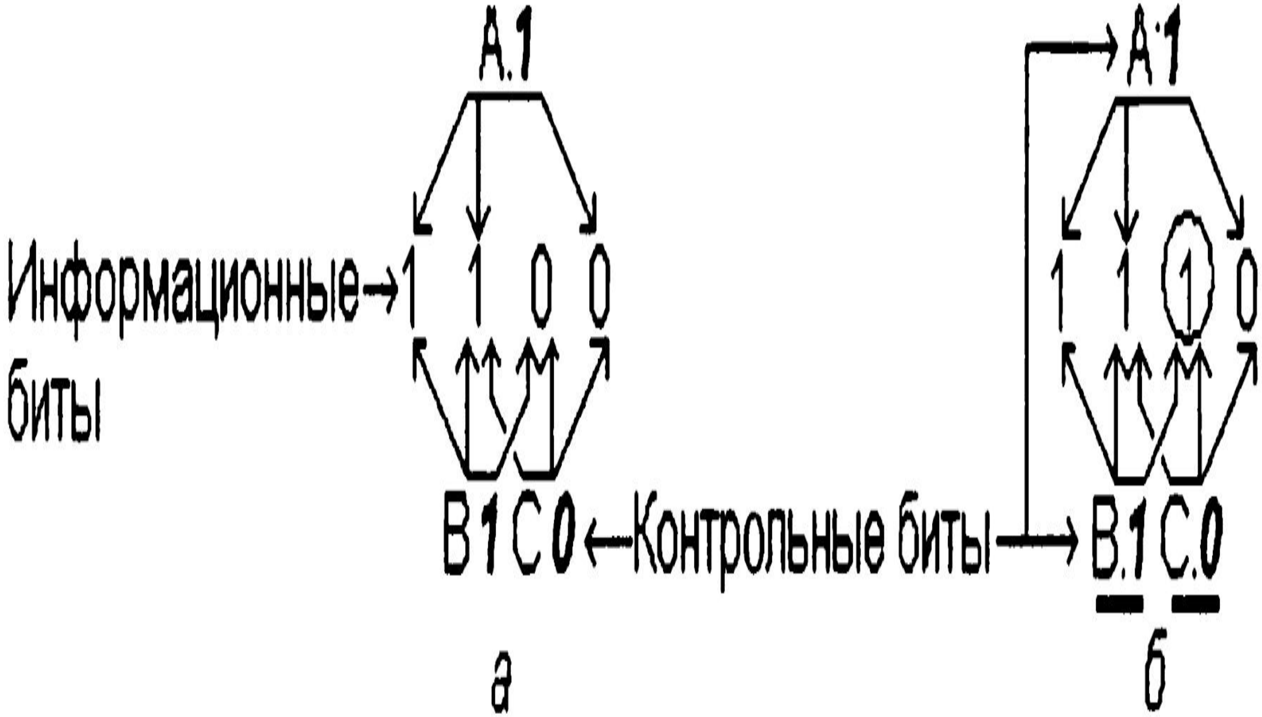


Рис. 2.16. Исправление ошибочного бита: *а* — код без ошибки; *б* — с единичной ошибкой

Алгоритм построения кодов по Хеммингу

1. Контрольные биты вставляются в исходный код и нумеруются совместно с информационными битами слева направо начиная с 1.
2. Контрольные биты располагаются в позициях с номерами $n = 2k$, $k = 0, 1, 2, 3...$ объединенного кода, то есть в позициях с номерами $n = 1, 2, 4, 8, 16…$
3. Для каждого контрольного разряда с номером n весь код делится на группы, состоящие из $2n$ битов.
4. Контрольный бит с номером n контролирует в группе первые n подряд расположенных битов кода (для первой группы, включая контрольный) с пропуском следующих n битов.
5. В каждой группе контрольный бит формируется так, чтобы общее количество единиц в ней было нечетным.

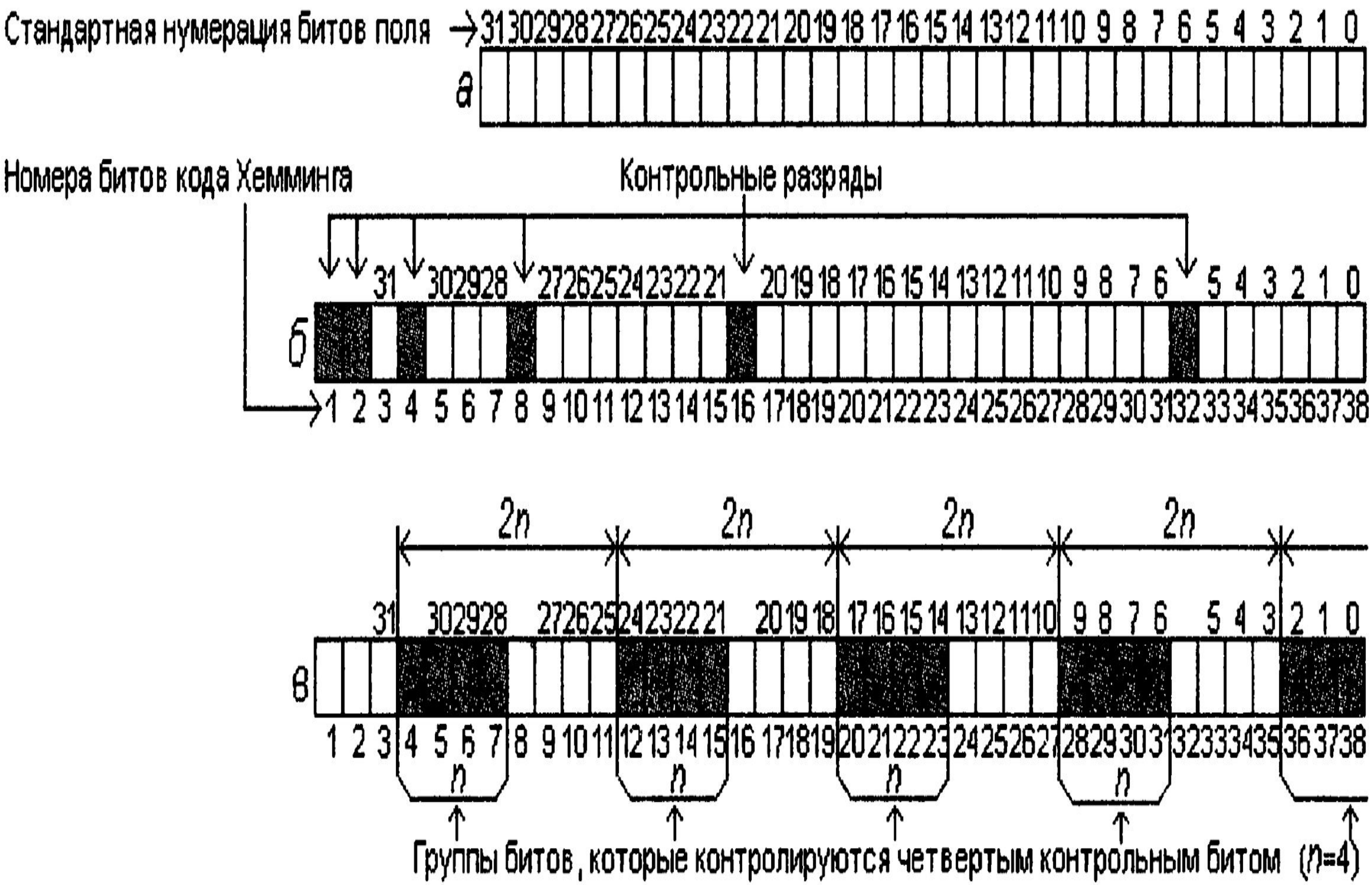


Рис. 2.17. Схема построения кода Хемминга

Таблица 2.8. Закрепление информационных битов за контрольными

Контрольный бит	Контролируемые биты
1	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29...
2	2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27...
4	4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 28, 29, 30, 31...
8	8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31...

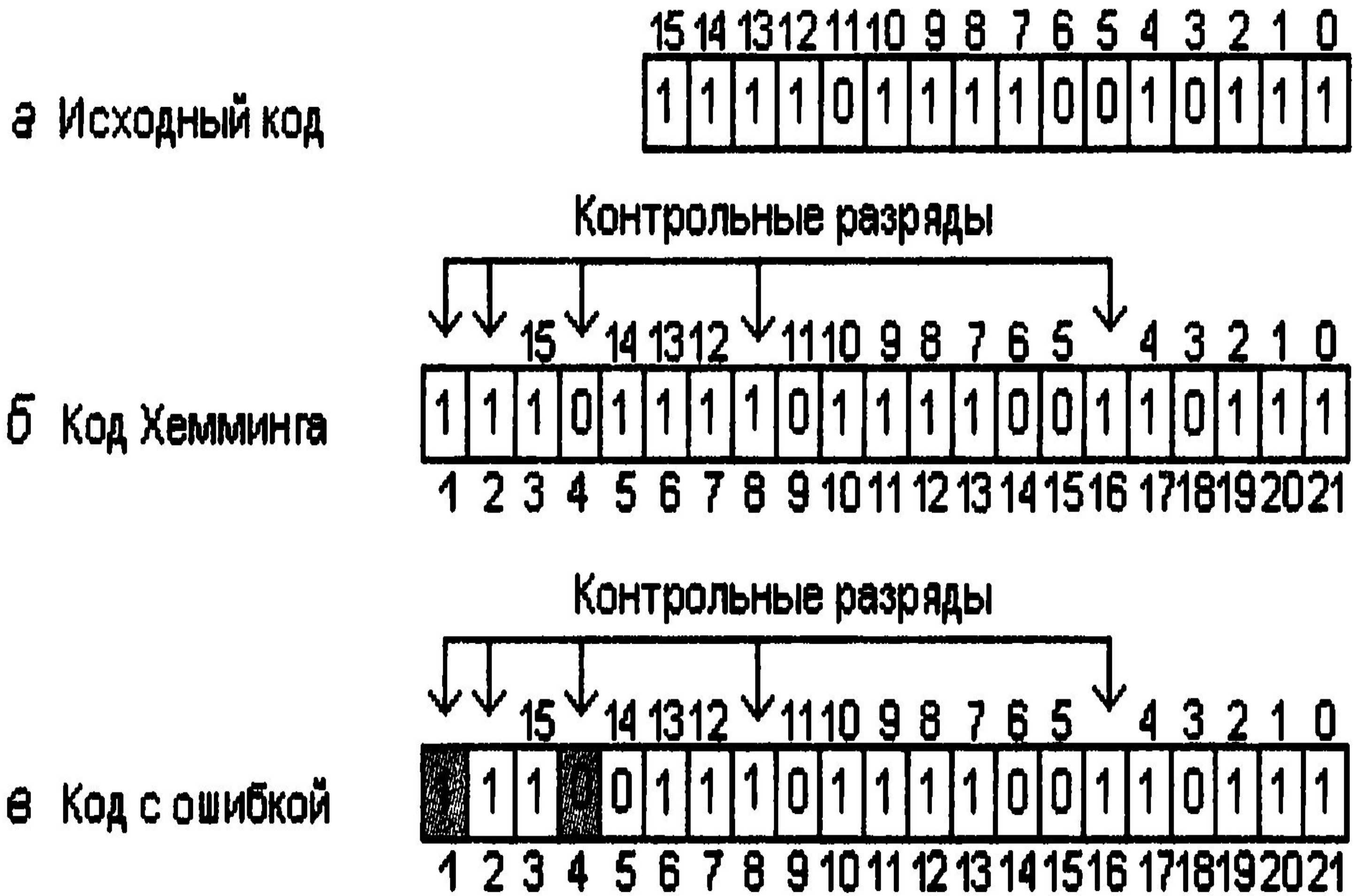


Рис. 2.18. Определение номера ошибочного бита

Таблица 2.9. Формирование значения контрольного бита

Контрольный бит	Контролируемые биты	Количество единиц	Значение бита
1	1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 ? 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1	8	1
2	2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 ? 1 1 1 1 1 0 0 0 1	6	1
4	4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 ? 1 1 1 1 1 0 0 1 1	7	0
8	8 9 10 11 12 13 14 15 ? 0 1 1 1 1 0 0	4	1
16	16 17 18 19 20 21 ? 1 0 1 1 1	4	1

Контрольные разряды

1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
1	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**
0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	**0**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**

Допустимые коды Хемминга

Рис. 2.19. Допустимые коды Хемминга

Таблица 2.10. Разрядность кодов Хемминга для исправления одиночной ошибки

m	k	$n = m + k$	L
8	4	12	1,5
16	5	21	1,31
32	6	38	1,19
64	7	71	1,11
128	8	136	1,06
256	9	265	1,04
512	10	522	1,02