

Раздел 2. Технические средства информационных технологий

Лекция 4

Арифметические основы ПК

Вопросы

- 1. Системы счисления.**
- 2. Перевод чисел в различные системы счисления.**
- 3. Арифметические операции в позиционных системах счисления.**
- 4. Представление целых чисел в ПК.**
- 5. Арифметические действия в ПК над целыми числами.**
- 6. Представление в ПК вещественных чисел.**
- 7. Выполнение арифметических действий в ПК над нормализованными числами.**

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 2 \\
 \hline
 1 \quad 37 \mid 2 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 18 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad 0 \quad 9 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1 \quad 4 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad 0 \quad 2 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 \quad 1 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1 \mid 2 \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

An arrow points from the circled '1' at the bottom to the first remainder '1' on the left side of the first division step.

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 8 \\
 \hline
 3 \quad 9 \mid 8 \\
 \hline
 \quad 1 \quad 1 \mid 8 \\
 \hline
 \quad \quad 1 \mid 8 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

An arrow points from the circled '1' at the bottom to the first remainder '3' on the left side of the first division step.

$$\begin{array}{r}
 75 \mid 16 \\
 \hline
 (B_{16}) \quad 11 \mid 16 \\
 \hline
 \quad \quad 4 \mid 16 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

An arrow points from the circled '4' at the bottom to the first remainder '11' on the left side of the first division step.

Напоминание: первый остаток 11_{10} в этом примере записывается шестнадцатеричной цифрой B_{16} .

0,	x 36
	2
0	x 72
	2
1	x 44
	2
0	x 88
	2
1	x 76
	2
1	52

Ответ: $0,36_{10} = 0,01011_2$
с предельной абсолютной погрешностью $(2^{-6})/2 = 2^{-7}$.

0,	x 36
	8
2	x 88
	8
7	x 04
	8
0	32

Ответ: $0,36_{10} = 0,270_8$ с предельной абсолютной погрешностью $(8^{-4})/2 = 2^{-13}$.

0,	36
	16
5	76
	16
(C ₁₆) 12	16

Ответ: $0,36_{10} = 0,5C_{16}$ с предельной абсолютной погрешностью $(16^{-3})/2 = 2^{-13}$.

Разряды 3 2 1 0 -1
Число **1 0 1 1**, $1_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1}$;

Разряды 2 1 0 -1 -2
Число **2 7 6, 5** $2_8 = 2*8^2 + 7*8^1 + 6*8^0 + 5*8^{-1} + 2*8^{-2}$;

$$537, 1_8 = 101 \ 011 \ 111, 001_2 ; 1A3, F_{16} = 1 \ 1010 \ 0011, 1111_2$$



5 3 7 1 1 A 3 F

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccccc} 10 & 101 & 001, & 101 & 110_2 & = 251,56_8 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 2 & 5 & 1 & 5 & 6 & \end{array}$$

$$10101001,10111_2 = \begin{array}{cccccc} 1010 & 1001, & 1011 & 1000_2 & = A9,B8_{16} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ A & 9 & B & 8 & \end{array}$$

Разряды 3 2 1 0 -1
Число 1 0 1 1, 1₂ = 1*2³+1*2¹+1*2⁰+1*2⁻¹ = 11,5₁₀.

Разряды 2 1 0 -1
Число 2 7 6, 5₈ = 2*8²+7*8¹+6*8⁰+5*8⁻¹ = 190,625₁₀.

Разряды 2 1 0
Число 1 F 3₁₆ = 1*16²+15*16¹+3*16⁰ = 499₁₀.

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
1	$10 \rightarrow 2$ $\begin{array}{r} 46 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 23 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 11 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 2} \\ 0 \end{array}$ $\begin{array}{r} 2 \overline{) 2} \\ 1 \end{array}$ <p>Ответ: 101110_2</p>	5	$2 \rightarrow 10$ $\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 \ 0 \\ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0_2 = 2^5 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = \\ = 46_{10} \end{array}$ <p>Ответ: 46_{10}</p>
	<p>Ответ: 101110_2</p>	6	$2 \rightarrow 16$ $101110_2 = 10 \underbrace{1110}_2 = 2E_{16}$ <p>Ответ: $2E_{16}$</p>
	<p>Ответ: 101110_2</p>	7	$8 \rightarrow 2$ $56_8 = \underbrace{101}_2 \underbrace{110}_2$ <p>Ответ: 101110_2</p>
2	$10 \rightarrow 8$ $\begin{array}{r} 46 \overline{) 8} \\ 6 \end{array}$ $\begin{array}{r} 5 \end{array}$ <p>Ответ: 56_8</p>	8	$8 \rightarrow 10$ $\begin{array}{r} 1 \ 0 \\ 5 \ 6_8 = 5 \cdot 8^1 + 6 \cdot 8^0 = 40 + 6 = \\ = 46_{10} \end{array}$ <p>Ответ: 46_{10}</p>
	<p>Ответ: 56_8</p>	9	$8 \rightarrow 16$ $5 \ 6_8 = \underbrace{101}_2 \underbrace{110}_2 = 10 \underbrace{1110}_2 = 2E_{16}$ <p>Ответ: $2E_{16}$</p>

№ п./п	Перевод	№ п./п	Перевод
3	$10 \rightarrow 16$ $\begin{array}{r} 46 \quad \quad 16 \\ \hline 14 \quad \quad 2 \\ \hline \end{array}$  Ответ: $2E_{16}$	10	$16 \rightarrow 2$ $2E_{16} = 0010 \ 1110_2 = 101110_2$ Ответ: 101110_2
		11	$16 \rightarrow 8$ $2E_{16} = 10 \ 1110_2 = 101 \ 110_2 = 56_8$ Ответ: 56_8
4	$2 \rightarrow 8$ $101110_2 = \underbrace{101}_5 \ \underbrace{110}_6 = 56_8$ Ответ: 56_8	12	$16 \rightarrow 10$ $2E_{16} = 2 \cdot 16^1 + E \cdot 16^0 = 32 + 14 = 46_{10}$ Ответ: 46_{10}

+	0 1
0	0 1
1	1 10

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 \hline
 6 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 1111 \\
 \hline
 0110 \\
 \hline
 10101
 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 17 \\
 \hline
 6 \\
 \hline
 25
 \end{array}$$

$7+6=13=8+5$
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + F \\
 \hline
 6 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

$15+6=21=16+5$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 25
 \end{array}$$

$5+7+3=15=10+5$
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 11+1 \quad 1 \\
 + 1111 \\
 111 \\
 11 \\
 \hline
 11001
 \end{array}$$

$1+1+1=3=2+1$
 $1+1+1+1=4=2 \times 2+0$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$

$$\begin{array}{r}
 2 \\
 + 17 \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 31
 \end{array}$$

$7+7+3=17=2 \times 8+1$
 $2+1=3$

$$\begin{array}{r}
 + \\
 F \\
 7 \\
 3 \\
 \hline
 19
 \end{array}$$

$15+7+3=25=16+9$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 141,50 \\
 \hline
 59,75 \\
 \hline
 201,25
 \end{array}$$

$0+5=5$
 $5+7=12=10+2$
 $1+9+1=11=10+1$
 $4+5+1=10=10+0$
 $1+1=2$

$$\begin{array}{r}
 11111111 \\
 + 10001101,1 \\
 \hline
 111011,11 \\
 \hline
 11001001,01
 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 215,4 \\
 \hline
 73,6 \\
 \hline
 311,2
 \end{array}$$

$4+6=10=8+2$
 $5+3+1=9=8+1$
 $1+7+1=9=8+1$
 $2+1=3$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 8D,8 \\
 \hline
 3B,C \\
 \hline
 C9,4
 \end{array}$$

$8+12=20=16+4$
 $13+11+1=25=16+9$
 $8+3+1=12=C_{16}$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 - 10 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 \boxed{2-1=1}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 - 10 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 7 \\
 \hline
 \boxed{8-1=7}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \text{Заемы} \\
 - 10 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 F \\
 \hline
 \boxed{16-1=15=F_{16}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 - 100 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 11 \\
 \hline
 \boxed{\begin{array}{l} 2-1=1 \\ 1-0-1 \end{array}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 - 100 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 77 \\
 \hline
 \boxed{\begin{array}{l} 8-1=7 \\ 7-0=7 \end{array}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad \text{Заемы} \\
 - 100 \\
 \hline
 1 \\
 \hline
 FF \\
 \hline
 \boxed{\begin{array}{l} 16-1=15=F_{16} \\ 1+1=2 \end{array}}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 - \quad 201,25 \\
 \quad 59,75 \\
 \hline
 141,50
 \end{array}$$

$5-5=0$
 $10+2-7-5$
 $10-9=1$
 $9-5=4$
 $2-1=1$

$$\begin{array}{r}
 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \text{Заемы} \\
 - \quad 11001001,01 \\
 \quad 00111011,11 \\
 \hline
 100001101,10
 \end{array}$$

$1-0=1$
 $0-0=0$
 $1-1=0$
 $1-1=0$
 $2-1=1$

$1-1=0$
 $2-1=1$
 $1-1=0$
 $1-0=1$

$$\begin{array}{r}
 1\ 1\ 1 \\
 -\ 3\ 1\ 1, 2 \\
 \hline
 \ 7\ 3, 6 \\
 \hline
 2\ 1\ 5, 4 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{8+2-6=4} \\
 \boxed{8-3=5} \\
 \boxed{8-7=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1\ 1 \\
 -\ C\ 9, 4 \\
 \hline
 \ 3\ B, C \\
 \hline
 8\ D, 8 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{16+4-12=8} \\
 \boxed{16+8-11=13=D_{16}} \\
 \boxed{12-1-3=8}
 \end{array}
 \end{array}$$

*	0	1
0	0	0
1	0	1

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 101 \\ 110 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 11110 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 5 \\ 6 \\ \hline 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 115 \\ 51 \\ \hline 115 \\ 575 \\ \hline 5865 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1110011 \\ 110011 \\ \hline 1110011 \\ 1110011 \\ 1110011 \\ \hline 1011011101001 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 163 \\ 63 \\ \hline 531 \\ 1262 \\ \hline 13351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} - & 30 & 6 \\ & 30 & 5 \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} - & 11110 & 110 \\ & 110 & 101 \\ \hline & 110 & \\ & 110 & \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} - & 36 & 6 \\ & 36 & 5 \\ \hline & 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{5865} \mid \underline{115} \\
 \underline{575} \quad \mid 51 \\
 \hline
 115 \\
 - 115 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \underline{1011011101001} \mid \underline{1110011} \\
 \underline{1110011} \quad \mid 110011 \\
 \hline
 1000100 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 10101100 \\
 - 1110011 \\
 \hline
 \underline{1110011} \\
 \underline{1110011} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 35 & 14 \\
 \hline
 28 & 2.5 \\
 \hline
 70 & \\
 - 70 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 100011 & 1110 \\
 \hline
 1110 & 10,1 \\
 \hline
 1110 & \\
 - 1110 & \\
 \hline
 0 &
 \end{array}$$

Число $1_{10} = 1_2$

0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа "+"

Число $127_{10} = 1111111_2$

0	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа "+"

Прямой код числа - 1

1	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа "-"

Прямой код числа - 127

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Знак числа "-"

Число: -1

Код модуля числа: 0 0000001

Обратный код числа: 1 1111110

1	1	1	1	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Число: -127

Код модуля числа: 0 1111111

Обратный код числа: 1 0000000

1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Дополнительный код числа - 1

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Дополнительный код числа - 127

1	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 3 \\ 7 \\ \hline 10 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 00000011 \\ 00000111 \\ \hline 00001010 \end{array}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 3 \\ -10 \\ \hline -7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 00000011 \\ 11110101 \\ \hline 11110000 \end{array}$$

Обратный код числа -10

Обратный код числа -7

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 10 \\ - 3 \\ \hline 7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 0001010 \\ + 1111100 \\ \hline 0000110 \\ \xrightarrow{+1} \\ \hline 0000111 \end{array}$$

Обратный код числа -3

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + -3 \\ - 7 \\ \hline -10 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 1111100 \\ + 1111000 \\ \hline 1110100 \\ \xrightarrow{+1} \\ \hline 1110101 \end{array}$$

Обратный код числа -3
Обратный код числа -7
Обратный код числа -10

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 65 \\ + 97 \\ \hline 162 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 01000001 \\ + 01100001 \\ \hline 10100010 \end{array} \text{ Переполнение}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + -63 \\ + -95 \\ \hline 158 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 11000000 \text{ Обратный код числа } -63 \\ + 10100000 \text{ Обратный код числа } -95 \\ \hline 01100000 \text{ Переполнение} \\ \rightarrow +1 \end{array}$$

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 3 \\ -10 \\ \hline -7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 0\ 0000011 \\ 1\ 1110110 \\ \hline 1\ 1111001 \end{array}$$

Дополнительный код числа -10
Дополнительный код числа -7

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + 10 \\ -3 \\ \hline 7 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + 0\ 0001010 \\ 1\ 1111101 \\ \hline 0\ 0000111 \end{array}$$

Дополнительный код числа -3
→ перенос отбрасывается

Десятичная запись

$$\begin{array}{r} + \quad -3 \\ \quad -7 \\ \hline \quad -10 \end{array}$$

Двоичные коды

$$\begin{array}{r} + \quad 1\ 111101 \\ \quad 1\ 111001 \\ \hline 1\ 1110110 \end{array}$$

Дополнительный код числа -3
Дополнительный код числа -7
Дополнительный код числа -10

→ перенос отбрасывается

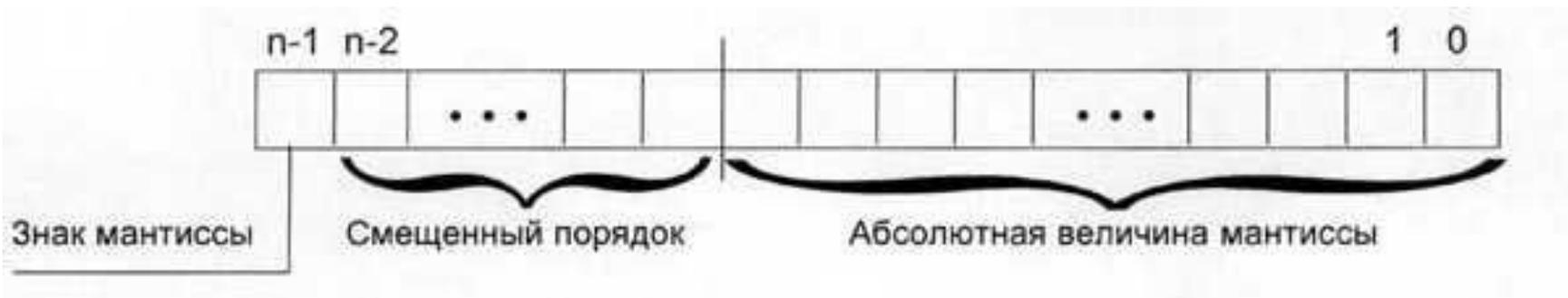
Накапливающий сумматор

$$\begin{array}{r} + 000000000000 \\ + \quad \quad 110011 \\ \hline + \quad \quad 110011 \\ \quad \quad 110011 \\ \hline + \quad \quad 11111111 \\ \quad \quad 110011 \\ \hline + \quad 1010010111 \\ \quad 110011 \\ \hline 100011110111 \end{array}$$

Множитель

$$\begin{array}{r} 101101 \\ 101100 \\ 101000 \\ 100000 \\ 000000 \end{array}$$

Сдвиг на две позиции влево
Сдвиг на одну позицию влево
Сдвиг на две позиции влево



$$\begin{array}{r}
 + \quad 0.00010111 * 2^{10} \\
 \quad 0.11011 \quad * 2^{10} \\
 \hline
 \quad 0.11101111 * 2^{10}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 - \quad 0.10101 \quad * 2^{10} \\
 \quad 0.011101 * 2^{10} \\
 \hline
 \quad 0.001101 * 2^{10}
 \end{array}$$

Сложение чисел в форме с фиксированной запятой

1. Перевести слагаемые в двоичную систему счисления.
2. Разрядность.
3. Перевести слагаемые в выбранный код.
4. Произвести поразрядное сложение кодов, начиная с младшего разряда, включая знаковый.
5. Если последняя единица переноса выходит за пределы знакового разряда, то:
 - в дополнительном коде ее следует отбросить;
 - в обратном коде следует прибавить ее к младшему разряду суммы;
6. Проверить полученный результат на переполнение разрядной сетки. Перевести результат в прямой код.

Сложение в обратном коде

$A = 17,5$	$B = -21,75$	$m = 5,$	$\kappa = 2$
$A_{(2)} = +10001,1$		$[A]_{\text{OK}} = 0.10001,10$	
$B_{(2)} = -10101,11$		<u>$[B]_{\text{ПК}} = 1.01010,00$</u>	
$[A]_{\text{ПК}} = 0.10001,10$		$[A + B]_{\text{OK}} = 1.11011,10$	
	5 2	$[A + B]_{\text{ПК}} = 1.00100,01$	
$[B]_{\text{ПК}} = 1.10101,11$		$[A + B]_{(2)} = -100,01$	
		$[A + B]_{(10)} = -4,25$	

Сложение в дополнительном коде

$A = -10,5$	$B = -6,5$	$m = 4,$	$k = 1$
$A_{(2)} = -1010,1$		$A_{\text{дк}} = 1.0101,1$	
$B_{(2)} = -0110,1$		<u>$B_{\text{дк}} = 1.1001,1$</u>	
$[A]_{\text{пк}} = 1.1010,1$		$[A + B]_{\text{дк}} = 1\ 0.1111,0$ отбросить	
$[B]_{\text{пк}} = 1.0110,1$			
$[A]_{\text{ок}} = 1.0101,0$			
$[B]_{\text{ок}} = 1.1001,0$			
		$[[A + B]_{\text{дк}}]_{\text{ок}} = 0.0000,1$	
		$[A + B]_{\text{пк}} = 0.0001,0$	(+1)
$(A + B)_{(2)} = +1$		$(A + B)_{(10)} = +1$	Результат не равен - 17

Правильный результат

$$A = -10,5$$

$$B = -6,5$$

$$A_{(2)} = -1010,1; \quad B_{(2)} = -0110,1$$

$$[A]_{\text{ПК}} = 1.01010,1$$

$$[A]_{\text{ДК}} = 1.10101,1$$

$$[B]_{\text{ПК}} = 1.00110,1$$

+

$$[A]_{\text{ОК}} = 1.10101,0$$

$$\underline{[B]_{\text{ДК}} = 1.1001,1}$$

$$[B]_{\text{ОК}} = 1.11001,0$$

$$1 \ 1.01111,0$$

отбросить

$$[A + B]_{\text{ДК}} = 1.01111,0$$

$$[[A + B]_{\text{ДК}}]_{\text{ОК}} = 1.10001,0 \quad (+1)$$

$$(A + B)_{(2)} = -10001 \Rightarrow (A + B)_{(10)} = -17$$

Сложение чисел в форме с плавающей запятой (нормальная форма)

1. Записать слагаемые в прямом коде.
2. Нормализовать числа
- 3.. Уравнять порядки.
4. Перевести мантиссы в выбранный код.
5. Сложить коды мантисс по ранее указанным правилам.
6. Перевести код суммы в прямой код.
7. Нормализовать результат.

Пример

$$X = 0,1101 \times 10^{110}; Y = 0,1011 \times 10^{010}$$

Порядок числа $Y(010_{(2)} - 2_{(10)})$ ниже порядка числа

$X(110_{(2)} - 6_{(10)})$ на 4 единицы. Для уравнивания порядков

повысим меньший до равенства большему:

$$Y = 0,00001011 \times 10^{110}$$

$$X = -0,000101 \times 10^{001}; Y = 1010,0 \times 10^{100}$$

Нормализуем числа:

$$X = -0,101 \times 10^{-010}; X_{\text{нр}} = 1,101 \times 10^{1,010}$$

$$Y = 0,101 \times 10^{1000}$$

Запись в учебной ячейке ЭВМ



знак числа

мантисса

знак порядка

порядок

-1,1010

Таблица 2.3. Диапазоны представления беззнаковых целых чисел

Название	Длина, байт	Диапазон чисел (от 0 до $2^N - 1$)	
byte, unsigned char	1	$0 \dots 2^8 - 1$	0...255
word, unsigned int	2	$0 \dots 2^{16} - 1$	0...65 535
unsigned long	4	$0 \dots 2^{32} - 1$	0...4 294 967 295

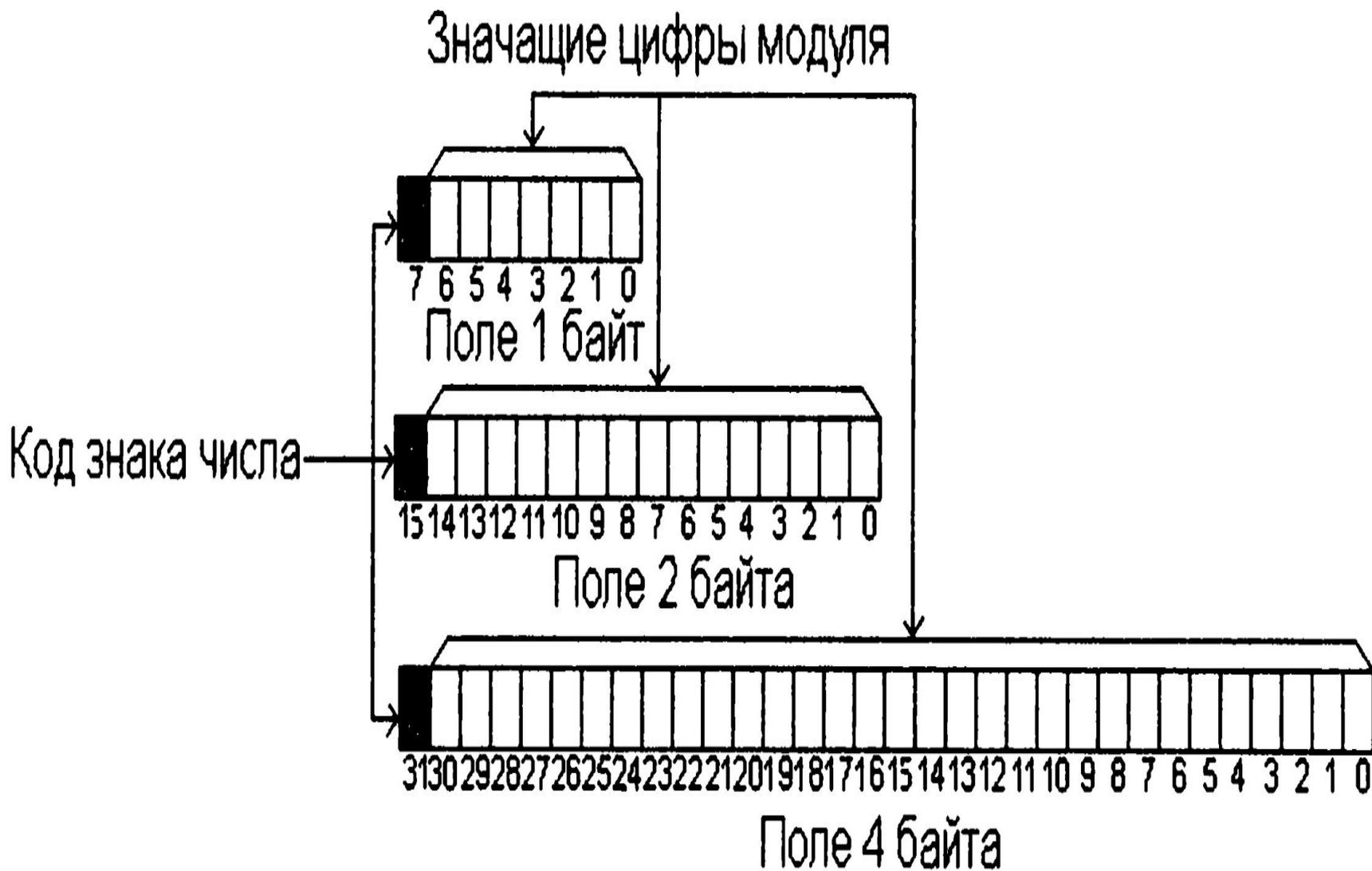


Рис. 2.4. Разрядная сетка системы кодирования со знаком

$+7 \rightarrow 0111_2$	$0 \rightarrow 0000_2$
$+6 \rightarrow 0110_2$	$-1 \rightarrow 1111_2$
$+5 \rightarrow 0101_2$	$-2 \rightarrow 1110_2$
$+4 \rightarrow 0100_2$	$-3 \rightarrow 1101_2$
$+3 \rightarrow 0011_2$	$-4 \rightarrow 1100_2$
$+2 \rightarrow 0010_2$	$-5 \rightarrow 1011_2$
$+1 \rightarrow 0001_2$	$-6 \rightarrow 1010_2$
$0 \rightarrow 0000_2$	$-7 \rightarrow 1001_2$
	$-8 \rightarrow 1000_2$

Рис. 2.5. Получение дополнительных кодов

Таблица 2.4. Диапазоны представления знаковых целых чисел

Название	Длина, байт	Диапазон (от -2^{N-1} до $2^{N-1} - 1$)
Shortint	1	$-2^7 \dots 2^7 - 1$ -128 ... 127
Integer	2	$-2^{15} \dots 2^{15} - 1$ -32 768 ... 32 767
Longint	4	$-2^{31} \dots 2^{31} - 1$ -2 147 483 648 ... 2 147 483 647

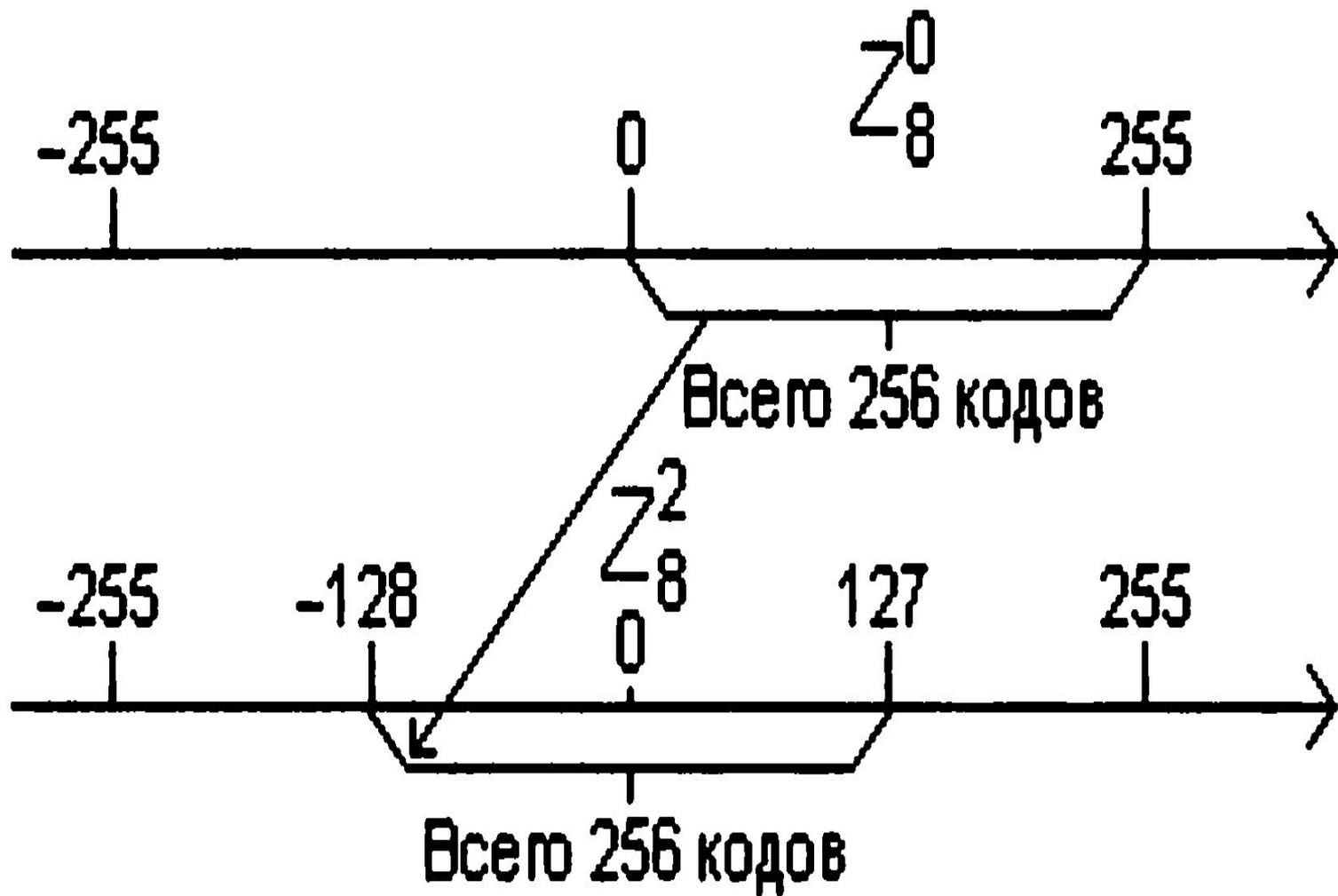


Рис. 2.6. Сравнение диапазонов беззнакового и знакового кодирования в однобайтном поле

Коды числа $+77_{10}$ в стандартных полях

Поле 1 байт	$0100\ 1101_2$ или	$4D_{16}$
Поле 2 байта	$0000\ 0000\ 0100\ 1101_2$ или	$00\ 4D_{16}$
Поле 4 байта	$0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100\ 1101_2$ или	$00\ 00\ 00\ 4D_{16}$

Коды числа -77_{10} в стандартных полях

Поле 1 байт	$1011\ 0011_2$ или	$B3_{16}$
Поле 2 байта	$1111\ 1111\ 1011\ 0011_2$ или	$FF\ B3_{16}$
Поле 4 байта	$1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1011\ 0011_2$ или	$FF\ FF\ FF\ B3_{16}$

Рис. 2.7. Размножение знака при переходе к полям большей длины

$\begin{array}{r} + 1,6 \cdot 10^{-4} \\ + 1,2 \cdot 10^{-4} \\ \hline 2,8 \cdot 10^{-4} \end{array}$	$\begin{array}{r} + 1,6 \cdot 10^{-4} \\ + 1,5 \cdot 10^{-5} \rightarrow \\ + 0,15 \cdot 10^{-4} \\ \hline 1,75 \cdot 10^{-4} \end{array}$	$\begin{array}{r} + 1,6 \cdot 10^{-4} \\ + 1,5 \cdot 10^{-3} \rightarrow \\ + 15,0 \cdot 10^{-4} \\ \hline 16,6 \cdot 10^{-4} \rightarrow 1,66 \cdot 10^{-3} \end{array}$
a	б	в

Рис. 2.8. Примеры выполнения операций над нормализованными числами

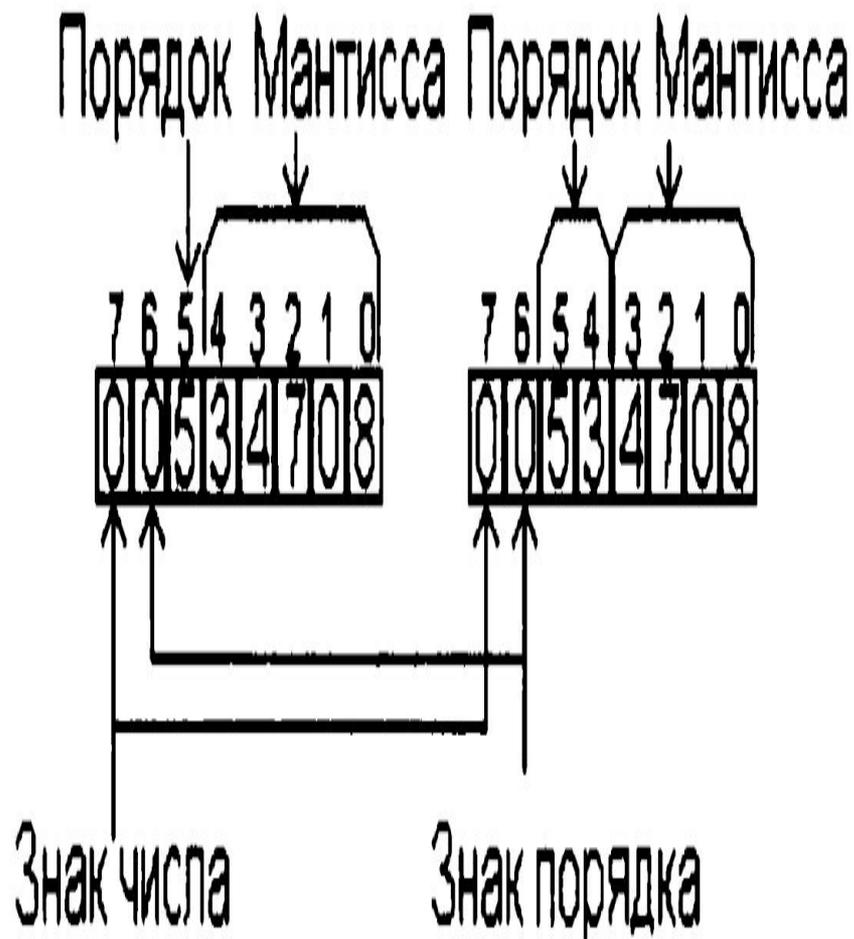


Рис. 2.9. Возможные разрядные сетки учебной ячейки из восьми десятичных разрядов

7 6 5 4 3 2 1 0
 0 0 5 3 4 7 0 8

$$+3,4708 \cdot 10^{+5}$$

7 6 5 4 3 2 1 0
 0 1 5 3 4 7 0 8

$$+3,4708 \cdot 10^{-5}$$

7 6 5 4 3 2 1 0
 1 0 5 3 4 7 0 8

$$-3,4708 \cdot 10^{+5}$$

7 6 5 4 3 2 1 0
 1 1 5 3 4 7 0 8

$$-3,4708 \cdot 10^{-5}$$

Рис. 2.10. Примеры кодирования чисел в учебной ячейке

109999999

119100000

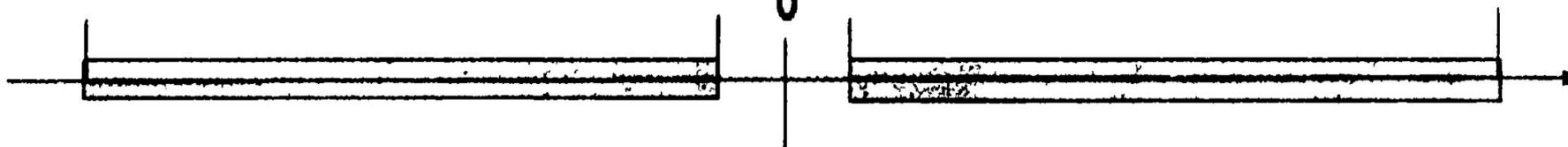
019100000

009999999

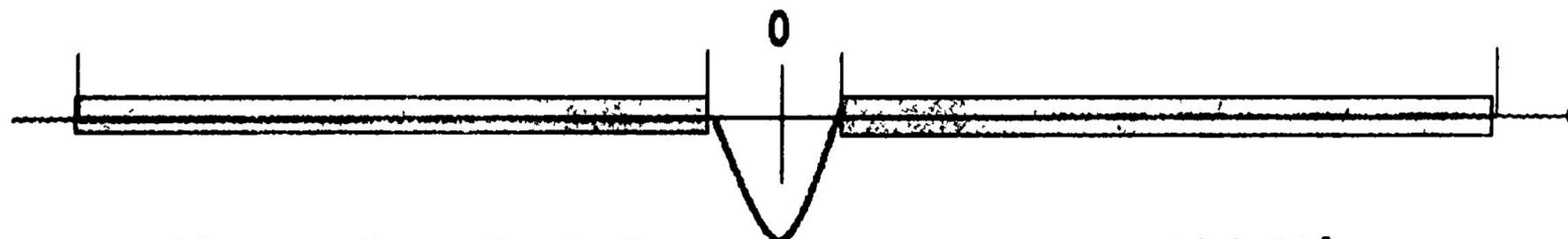
$$-9,9999 \cdot 10^{+9}$$

$$-1,0 \cdot 10^{-9} \quad +1,0 \cdot 10^{-9}$$

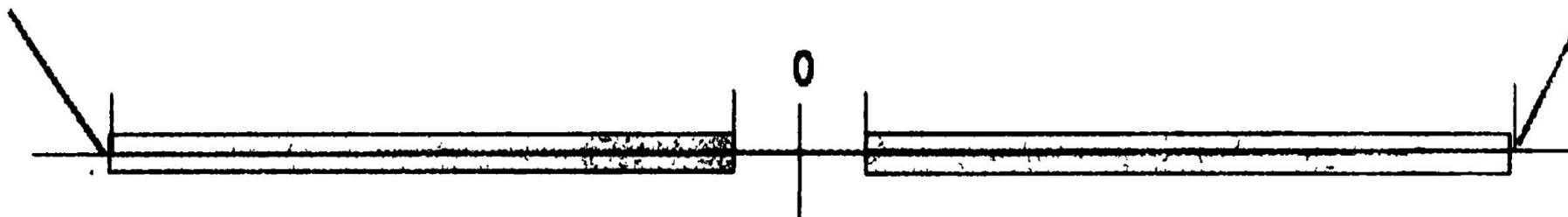
$$+9,9999 \cdot 10^{+9}$$



$$1,0 \cdot 10^{-9} \leq |X| \leq 9,9999 \cdot 10^{+9} \text{ и } 0$$



Машинный нуль (**underflow** — исчезновение порядка) $|x| < 10^{-9}$



Переполнение (**overflow** — переполнение порядка) $|x| > 9,9999 \cdot 10^{+9}$

Рис. 2.11. Диапазоны представления чисел в формате с плавающей точкой в учебной ячейке

Таблица 2.5. Диапазоны и точности представления чисел в стандарте IEEE 754

Название	Длина (порядок, мантисса)	Min*	Min	Max	Точность
Real	32 (8, 23)	$1,4 \cdot 10^{-45}$	$1,17 \cdot 10^{-38}$	$3,4 \cdot 10^{+38}$	7-8
Double	64 (11, 52)	$5,0 \cdot 10^{-324}$	$2,2 \cdot 10^{-308}$	$1,8 \cdot 10^{+308}$	15-16
Extended	80 (15, 64)	$3,6 \cdot 10^{-4951}$	$3,4 \cdot 10^{-4932}$	$1,2 \cdot 10^{+4932}$	19-20

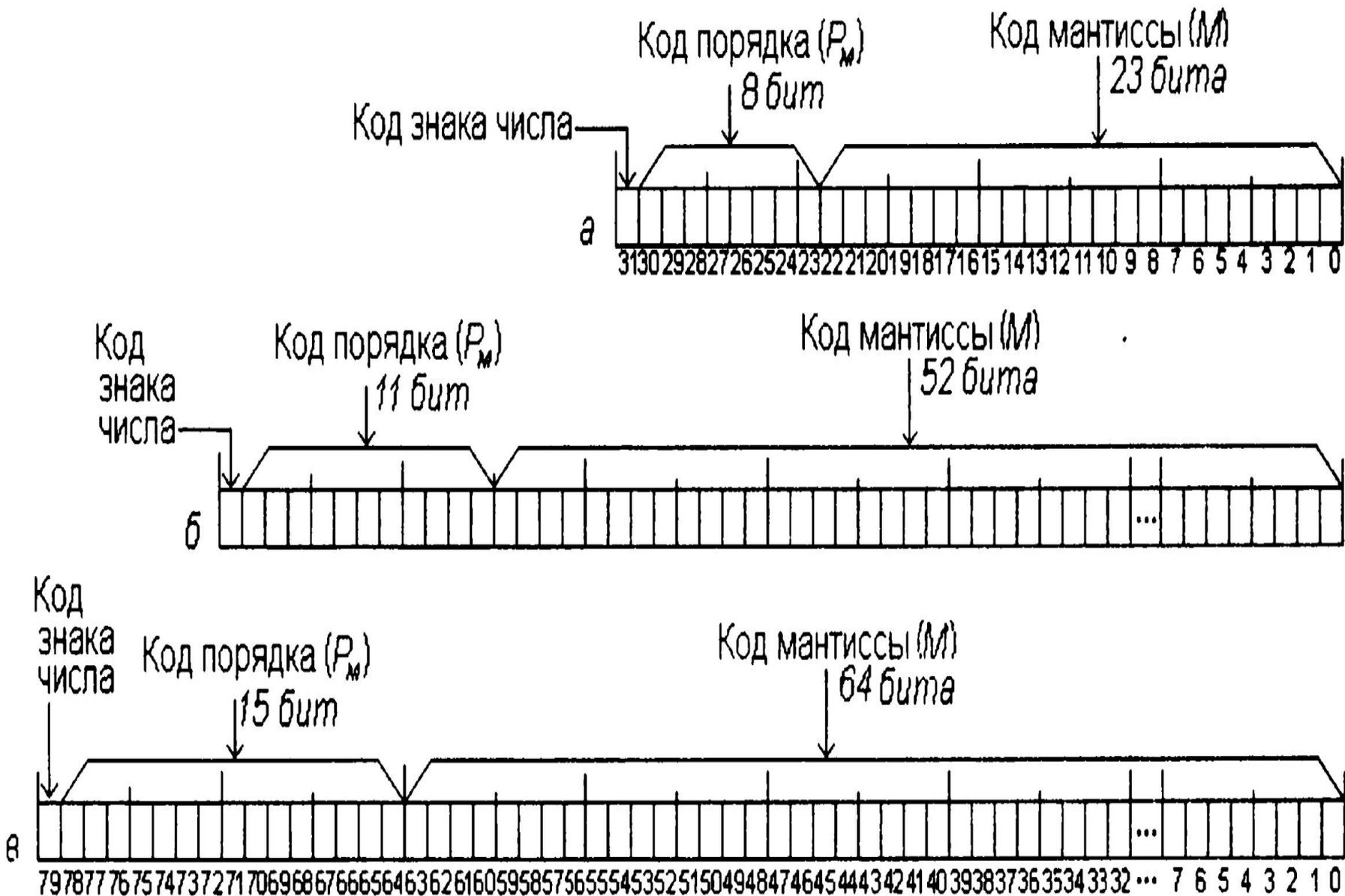


Рис. 2.12. Разрядные сетки стандарта IEEE 754 для формата с плавающей точкой

Получение кода числа в формате с плавающей точкой. Чтобы получить машинный код числа в формате с плавающей точкой, следует:

- 1) перевести модуль числа из десятичной системы счисления в двоичную;
- 2) нормализовать число;
- 3) сформировать знаковый бит;
- 4) выделить истинный порядок P_n ;
- 5) получить код машинного порядка $P_m = P_n + K$;
- 6) для четырех- и восьмибайтовых полей получить код мантиисы M , отбрасывая бит целой части, для десятибайтового поля этот бит не отбрасывается;
- 7) записать код знака, код порядка P_m и код мантиисы M в отведенные для них позиции разрядной сетки.

Получение числа по его коду в формате с плавающей точкой. Чтобы определить значение числа, для которого задан его машинный код в формате с плавающей точкой, нужно:

- 1) получить запись кода в двоичной системе счисления;
- 2) выделить код знака и определить знак числа;
- 3) выделить код машинного порядка P_m ;
- 4) по формуле $P_n = P_m - K$ получить истинный порядок P_n ;
- 5) выделить код мантииссы M и для четырех- и восьмибайтовых полей получить мантииссу, дописывая бит целой части; для десятибайтового поля мантиисса совпадает со своим кодом;
- 6) получить запись числа в нормализованной форме в двоичной системе счисления;
- 7) при необходимости денормализовать число, затем перевести его в десятичную систему счисления и сформировать нужный знак.

Таблица 2.6. Специальные значения стандарта IEEE 754

Специальное значение	Признак
Денормализованное число	Любой знак, нулевой код машинного порядка $000...00_2$ и любой ненулевой код мантиссы
Нуль	Любой знак, нулевой код машинного порядка $000...00_2$ и нулевой код мантиссы
Бесконечность	Любой знак, код порядка из одних единиц $111...11_2$ и нулевой код мантиссы
Нечисло, NAN	Любой знак, код порядка из одних единиц $111...11_2$ и любой ненулевой код мантиссы
Неопределенность	Код знака «минус», код порядка из одних единиц $111...11_2$, первая цифра дробной части мантиссы единица, остальные нули $1,1000...00_2$

Таблица 2.7. Мягкое исчезновение порядка

Код числа	000000001100...0	000000001000...0	000000000100...0	000000000010...0
Код порядка	00000001	000000001	00000000	00000000
Порядок	00000001	000000001	00000001	00000001
Код мантиссы	1000000...0000000	0000000...0000000	1000000...0000000	0100000...0000000
Неявный бит	1	1	0	0
Мантисса	1,1	1,0	0,1	0,01
Значение	$1,1 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 1,3 \cdot 10^{-38}$	$1,0 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 1,2 \cdot 10^{-38}$	$0,1 \cdot 2^{-126} \approx$ $\approx 5,9 \cdot 10^{-39}$	$0,1 \cdot 2^{-127} \approx$ $\approx 7,32 \cdot 10^{-40}$

Таблица 2.1. Фрагмент кодовой таблицы

Символ	Двоичный код						
А	10000000	И	10001000	Р	10010000	Ш	10011000
Б	10000001	Й	10001001	С	10010001	Щ	10011001
В	10000010	К	10001010	Т	10010010	Ъ	10011010
Г	10000011	Л	10001011	У	10010011	Ы	10011011
Д	10000100	М	10001100	Ф	10010100	Ь	10011100
Е	10000101	Н	10001101	Х	10010101	Э	10011101
Ж	10000110	О	10001110	Ц	10010110	Ю	10011110
З	10000111	П	10001111	Ч	10010111	Я	10011111

Таблица 2.2. Машинный код текста «КОМПЬЮТЕР»

1	2	3	4	5	6	7	8	9
К	О	М	П	Ь	Ю	Т	Е	Р
10001010	10001110	10001100	10001111	10011100	10001110	10010010	10000101	10010000

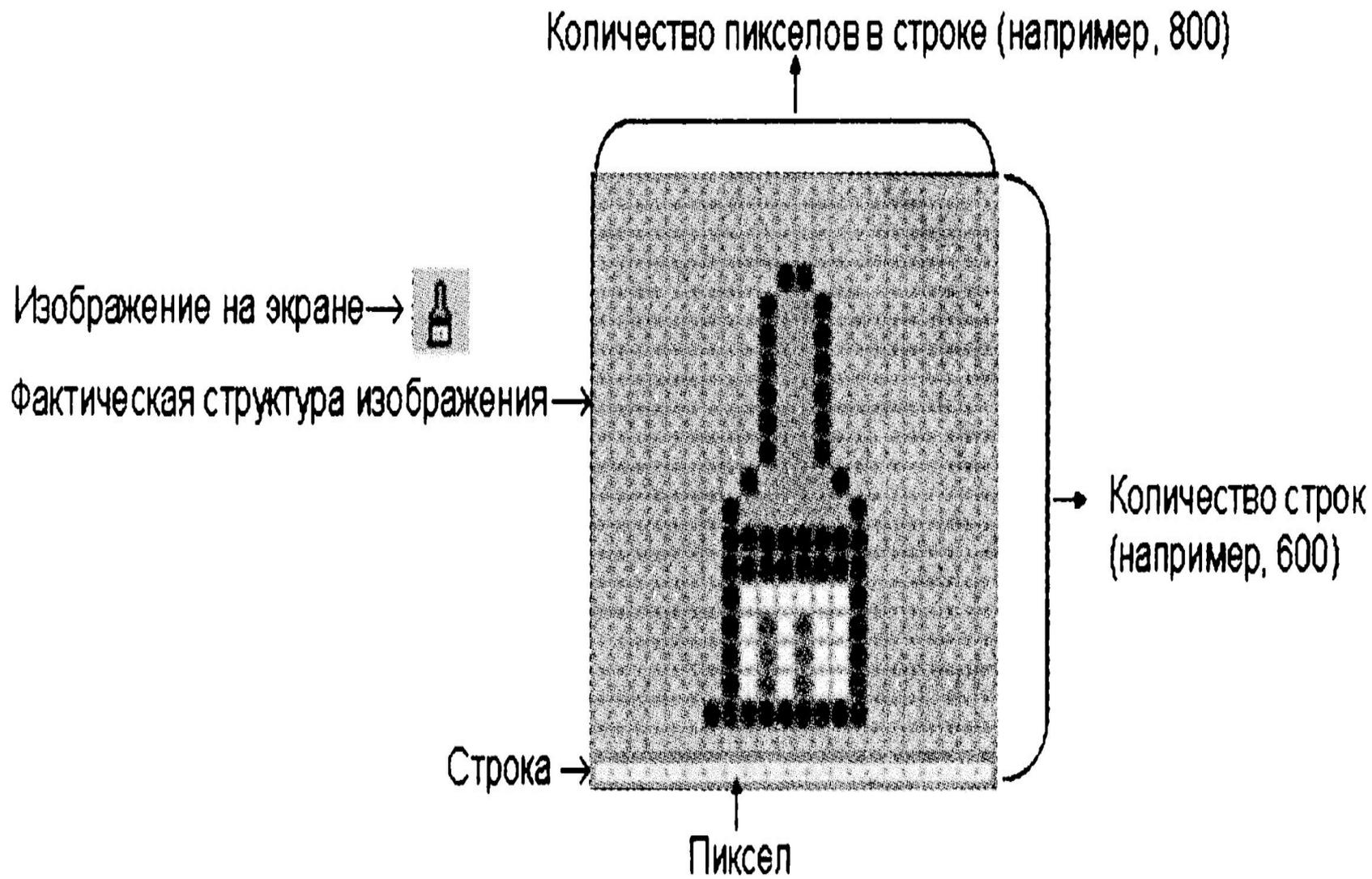


Рис 2.1. Структура растрового изображения

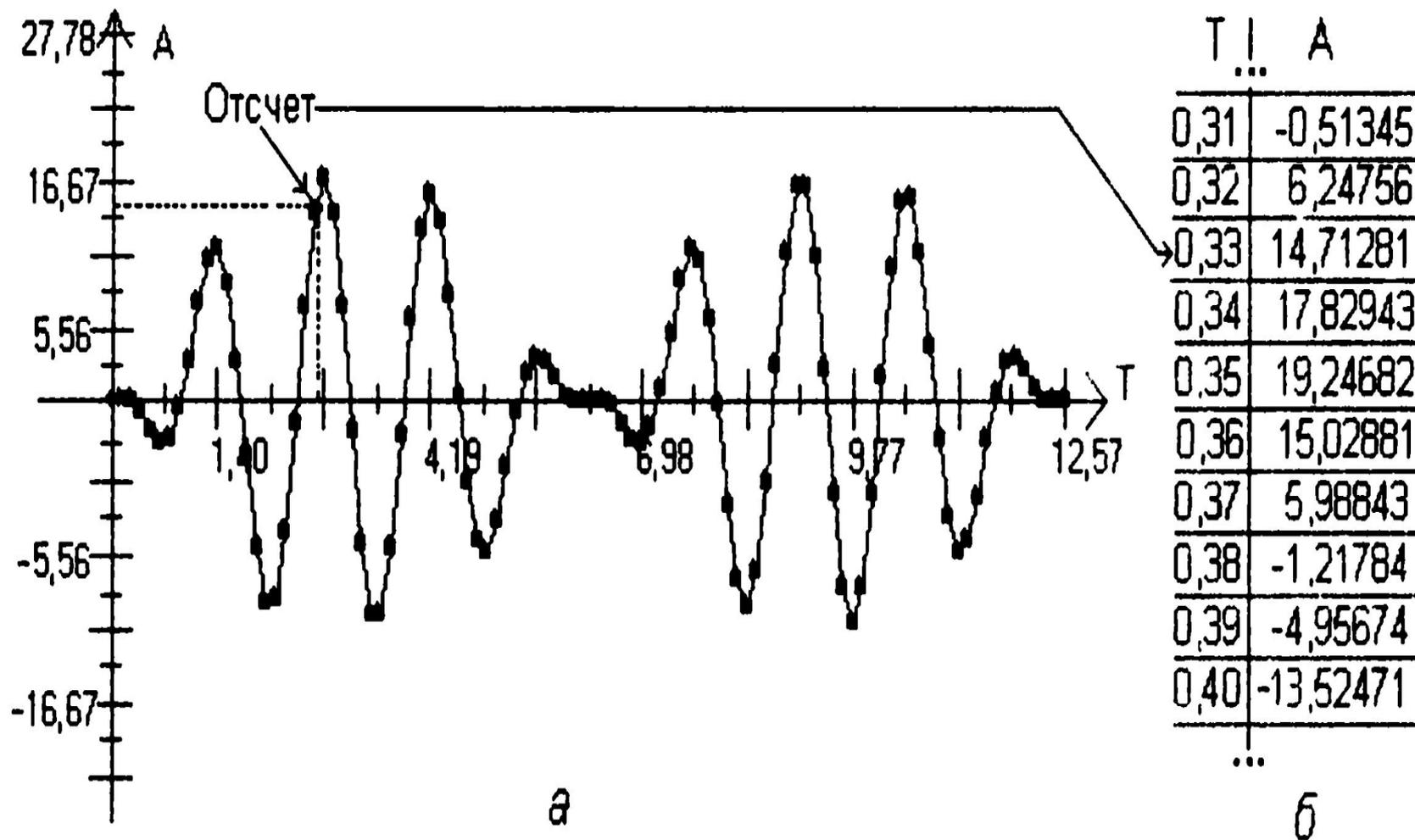


Рис. 2.13. Переход от аналоговой (непрерывной) формы сигнала (а) к цифровой (дискретной) (б)

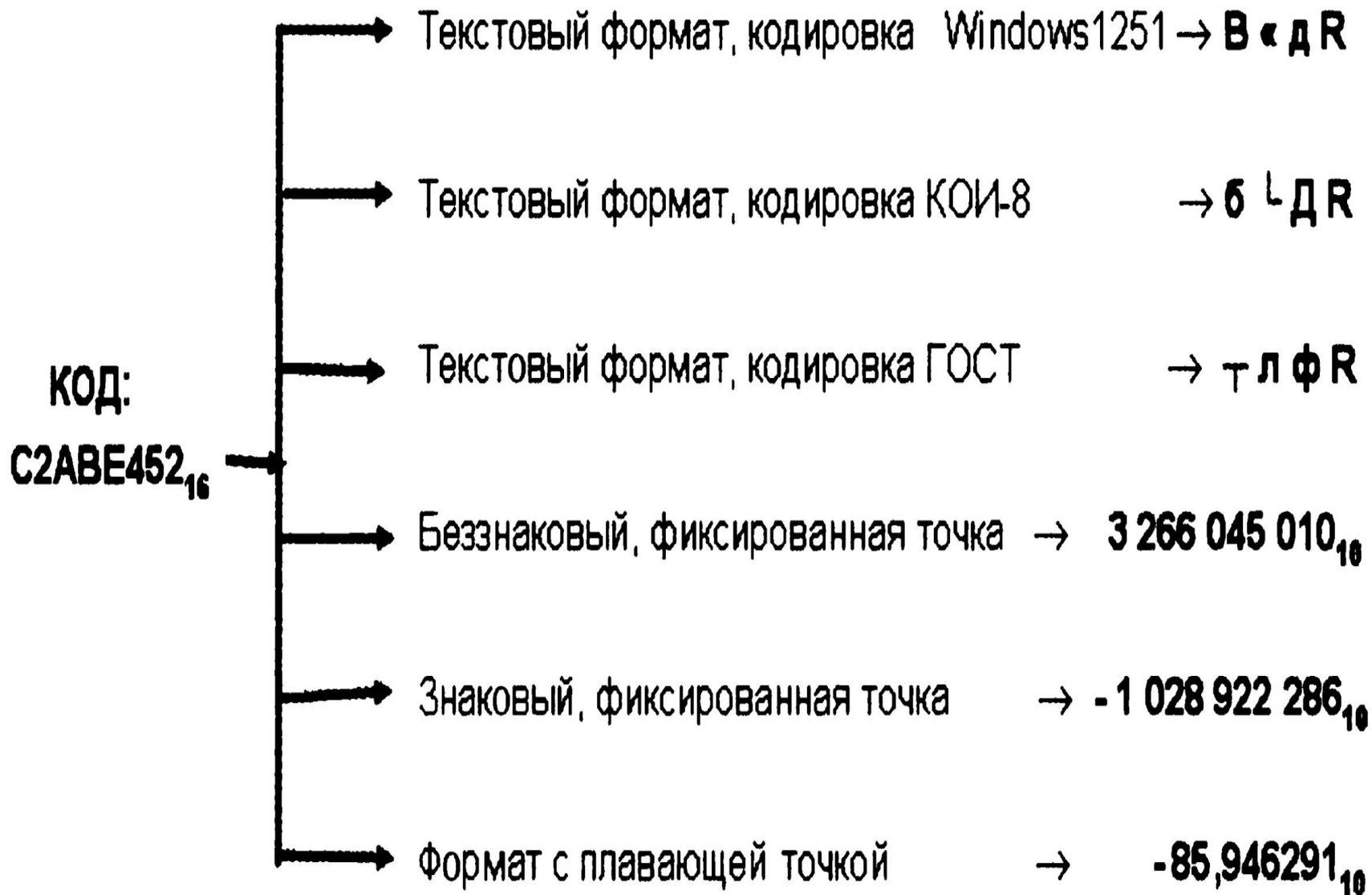


Рис. 2.14. Возможные интерпретации одного и того же двоичного кода

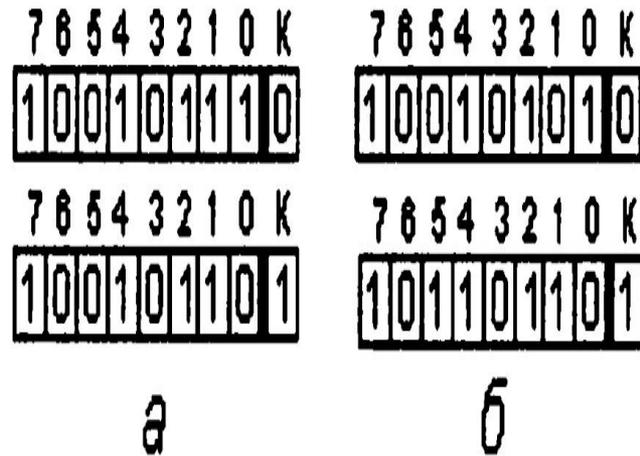


Рис. 2.15. Байты с контрольными битами: а — без ошибок; б — содержащие ошибку

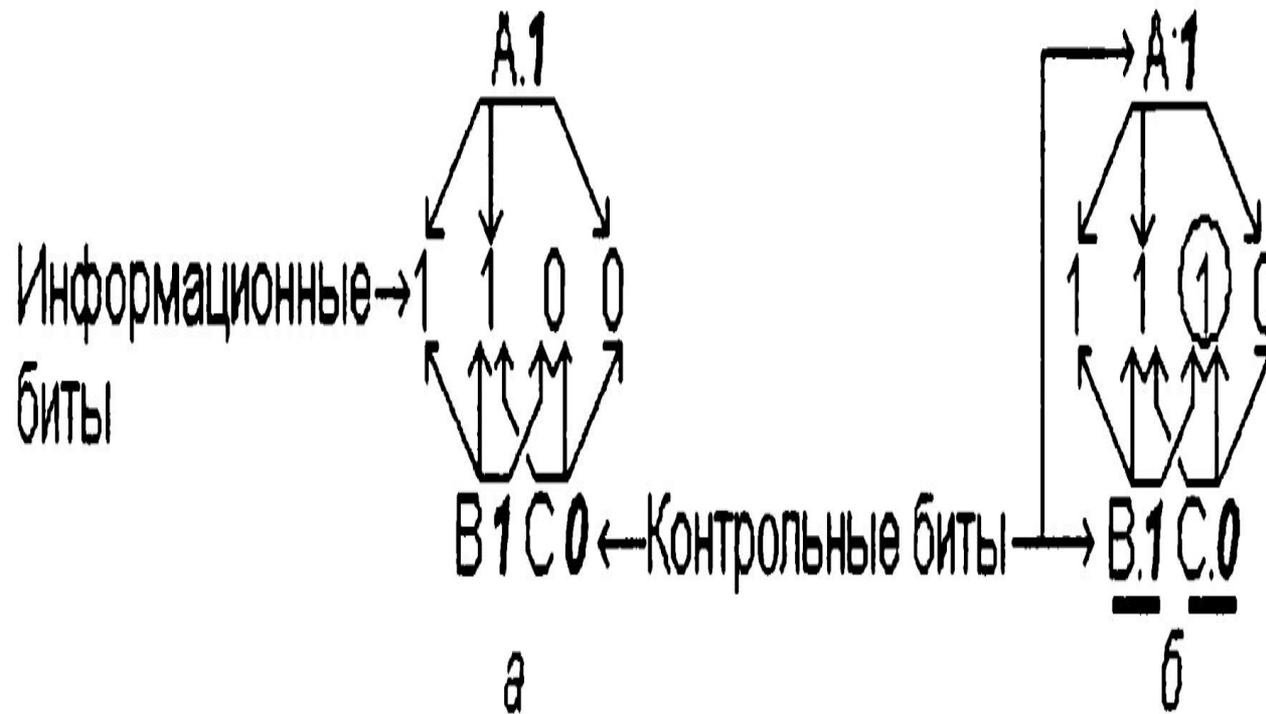


Рис. 2:16. Исправление ошибочного бита: а — код без ошибки; б — с единичной ошибкой

Алгоритм построения кодов по Хеммингу

1. Контрольные биты вставляются в исходный код и нумеруются совместно с информационными битами слева направо начиная с 1.
2. Контрольные биты располагаются в позициях с номерами $n = 2^k$, $k = 0, 1, 2, 3...$ объединенного кода, то есть в позициях с номерами $n = 1, 2, 4, 8, 16...$
3. Для каждого контрольного разряда с номером n весь код делится на группы, состоящие из $2n$ битов.
4. Контрольный бит с номером n контролирует в группе первые n подряд расположенных битов кода (для первой группы, включая контрольный) с пропуском следующих n битов.
5. В каждой группе контрольный бит формируется так, чтобы общее количество единиц в ней было нечетным.

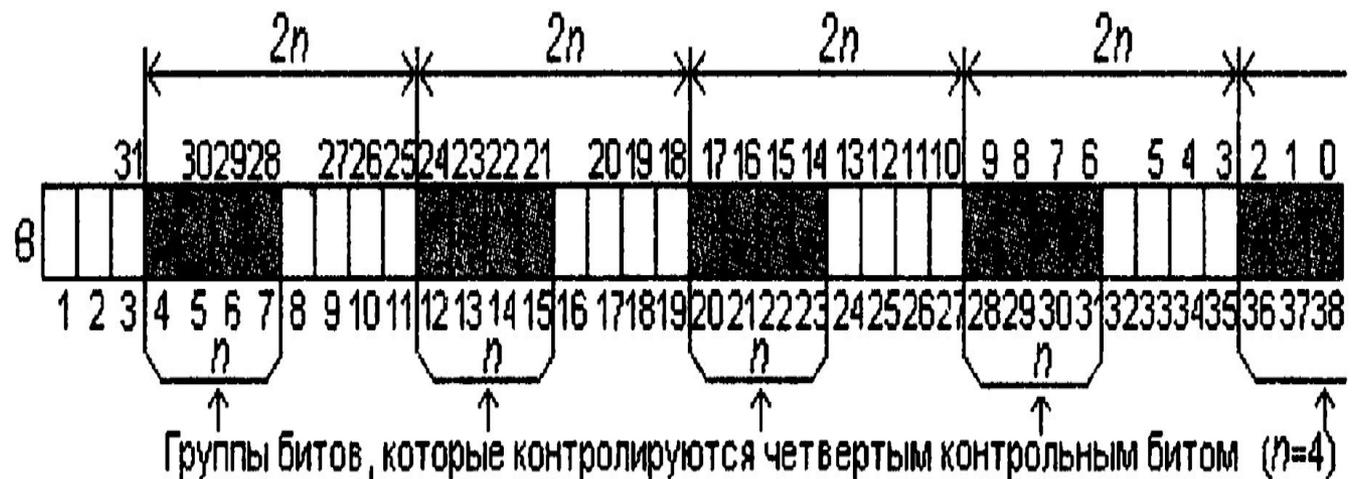
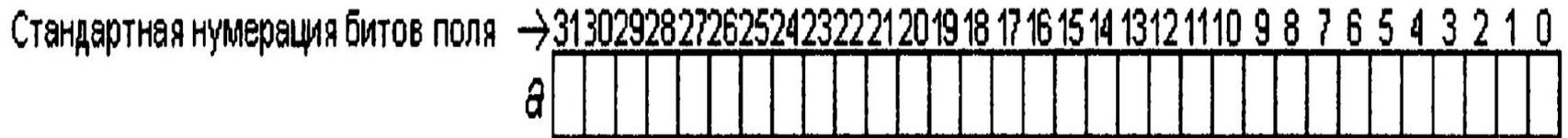
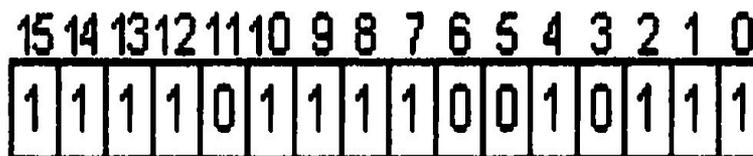


Рис. 2.17. Схема построения кода Хемминга

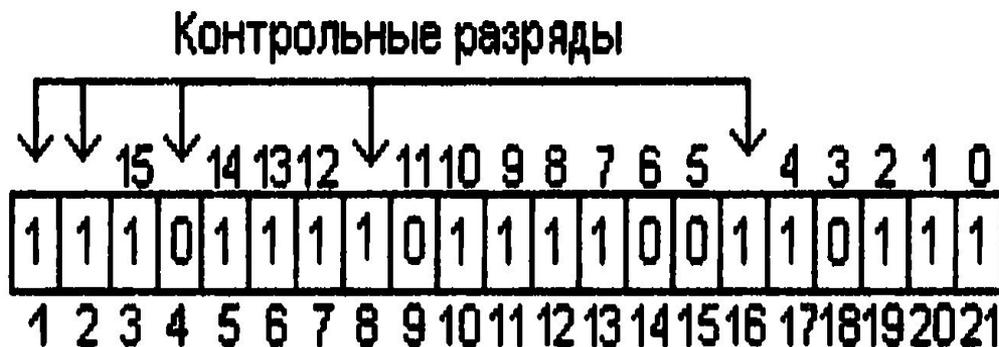
Таблица 2.8. Закрепление информационных битов за контрольными

Контрольный бит	Контролируемые биты
1	1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29...
2	2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 26, 27...
4	4, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 15, 20, 21, 22, 23, 28, 29, 30, 31...
8	8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31...

а Исходный код



б Код Хемминга



в Код с ошибкой



Рис. 2.18. Определение номера ошибочного бита

Таблица 2.9. Формирование значения контрольного бита

Контрольный бит	Контролируемые биты	Количество единиц	Значение бита
1	1 3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 ? 1 1 1 0 1 1 0 1 1 1	8	1
2	2 3 6 7 10 11 14 15 18 19 ? 1 1 1 1 1 0 0 0 1	6	1
4	4 5 6 7 12 13 14 15 20 21 ? 1 1 1 1 1 0 0 1 1	7	0
8	8 9 10 11 12 13 14 15 ? 0 1 1 1 1 0 0	4	1
16	16 17 18 19 20 21 ? 1 0 1 1 1	4	1

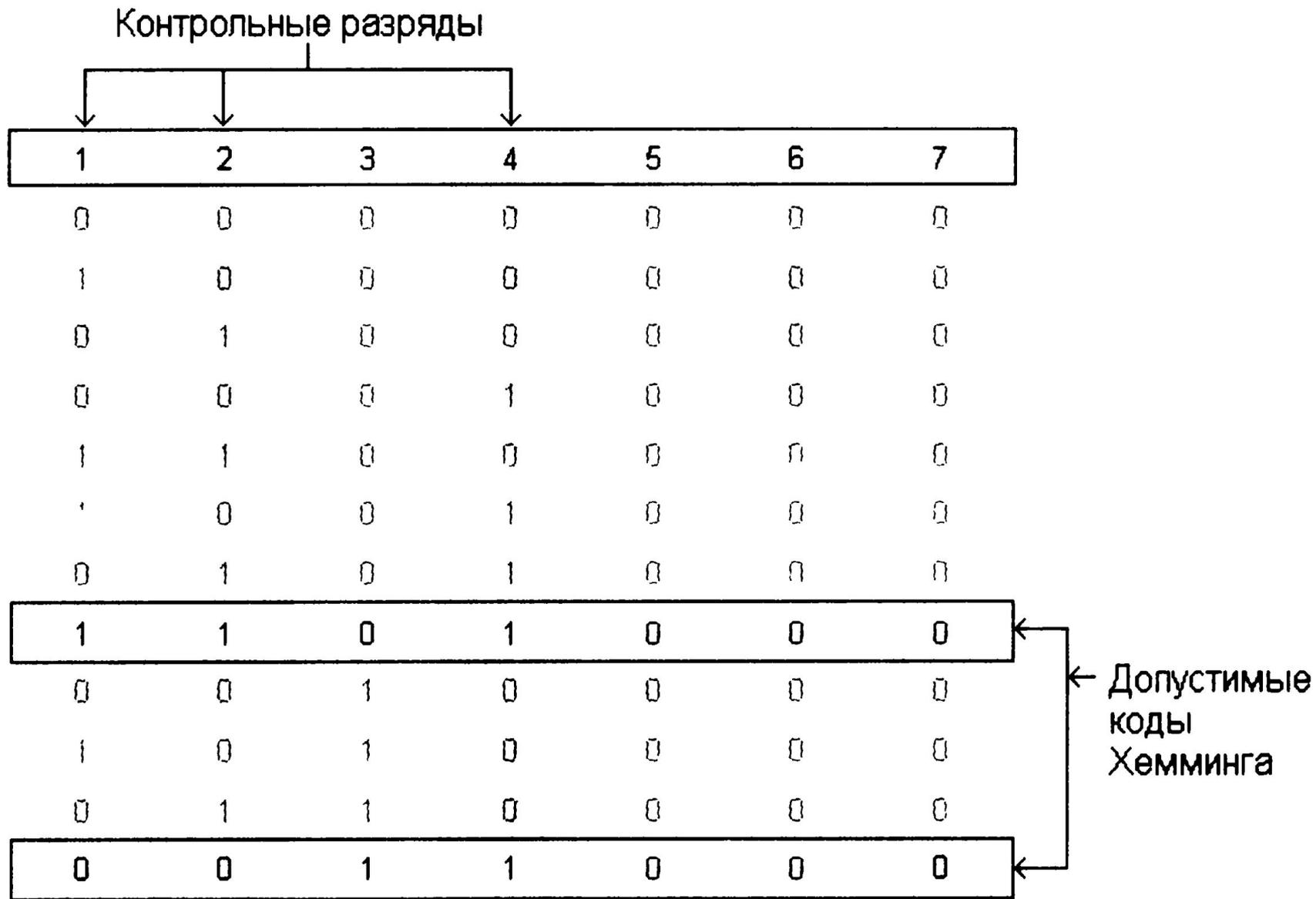


Рис. 2.19. Допустимые коды Хемминга

Таблица 2.10. Разрядность кодов Хемминга для исправления одиночной ошибки

m	k	$n = m + k$	L
8	4	12	1,5
16	5	21	1,31
32	6	38	1,19
64	7	71	1,11
128	8	136	1,06
256	9	265	1,04
512	10	522	1,02