Часть 2

Основы теории теплообмена

<u>Занятие 9</u>
Распространение теплоты в однородных материалах. Теплопроводность однослойной и многослойной плоских стенок. Теплопроводность цилиндрической стенки

Теплопроводность

дифференциальное уравнение теплопроводности

$$\frac{dt}{d\tau} = a\frac{d^2t}{dx^2}$$

связь между изменениями температуры в пространстве и во времени

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$$ **- коэффициент температуропроводности**

физический параметр, характеризующий скорость выравнивания температуры в неравномерно нагретом теле

$$\frac{dt}{d\tau} = 0$$

- стационарное температурное поле

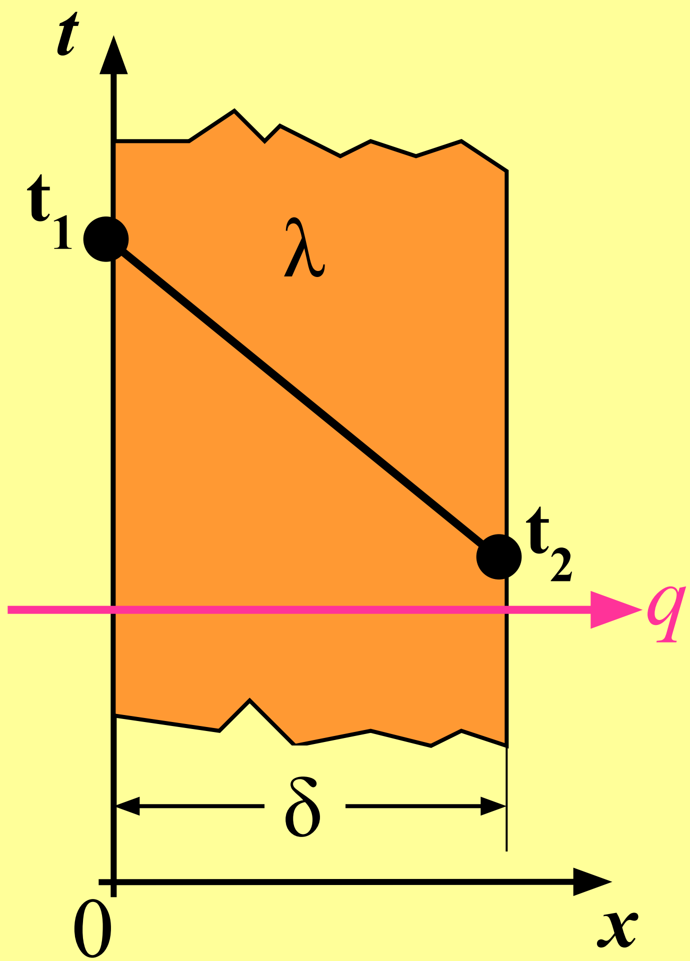
Для одномерного стационарного поля:

$$\frac{d^2t}{dx^2} = 0$$

Для получения частного решения требуется определить условия однозначности:

- **Геометрия тела**
- ***c*, ρ, λ**
- **распределение *T* в начальный момент времени**
- **граничные условия**

1. Распространение теплоты в однослойной плоской стенке



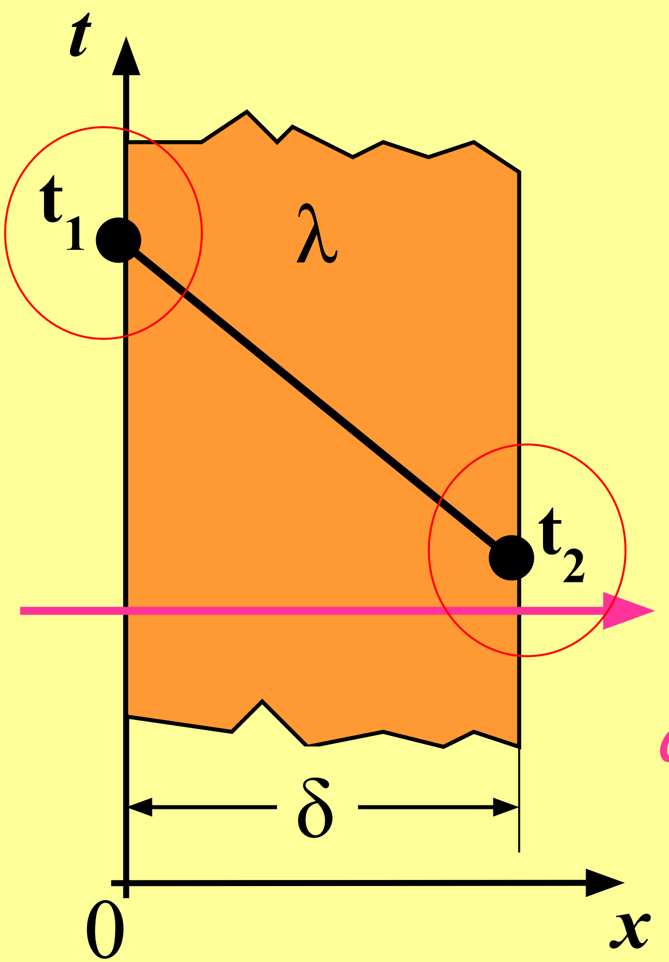
$$\frac{d^2t}{dx^2} = 0$$

После интегрирования:

$$\frac{dt}{dx} = C_1$$

$$t = C_1 x + C_2$$

Где постоянные определяются исходя из граничных условий:



$$x = 0, t = t_1$$

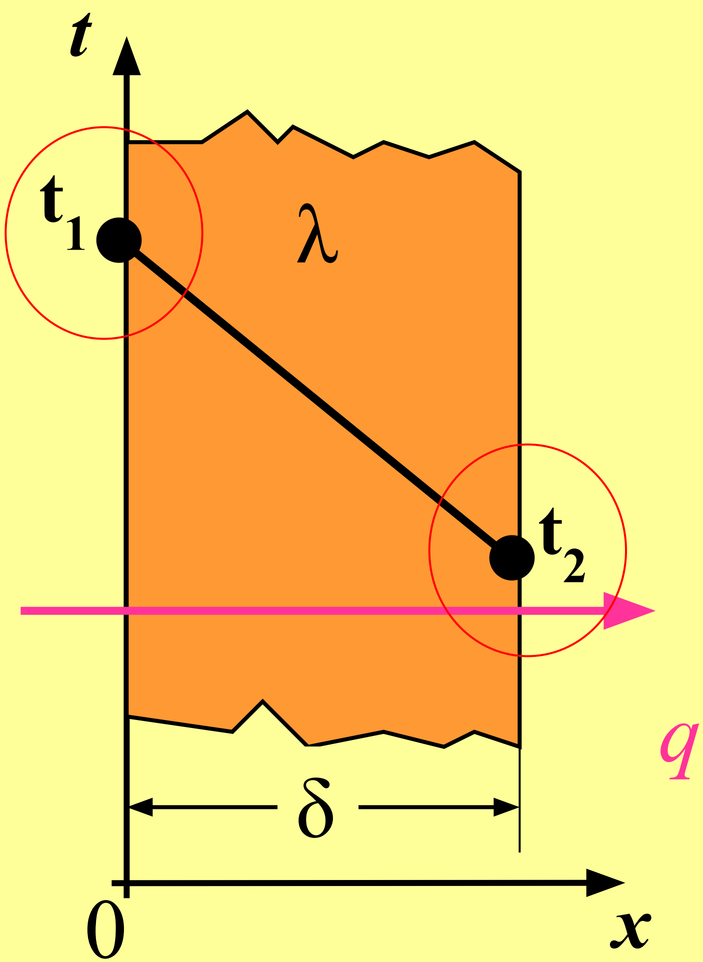
$$x = \delta, t = t_2$$

Получаем уравнение:

$$\boxed{t = \frac{t_1 - t_2}{\delta} + t_1}$$

Тепловой поток определяется из закона Фурье:

$$\boxed{q = -\lambda \frac{dt}{dx}}$$



$$dt = -\frac{\lambda}{q}dx$$

После интегрирования:

$$t = -\frac{q}{\lambda}x + C$$

Используя граничные условия:

$$x = 0, t = t_1$$

$$x = \delta, t = t_2$$

Значение теплового потока:

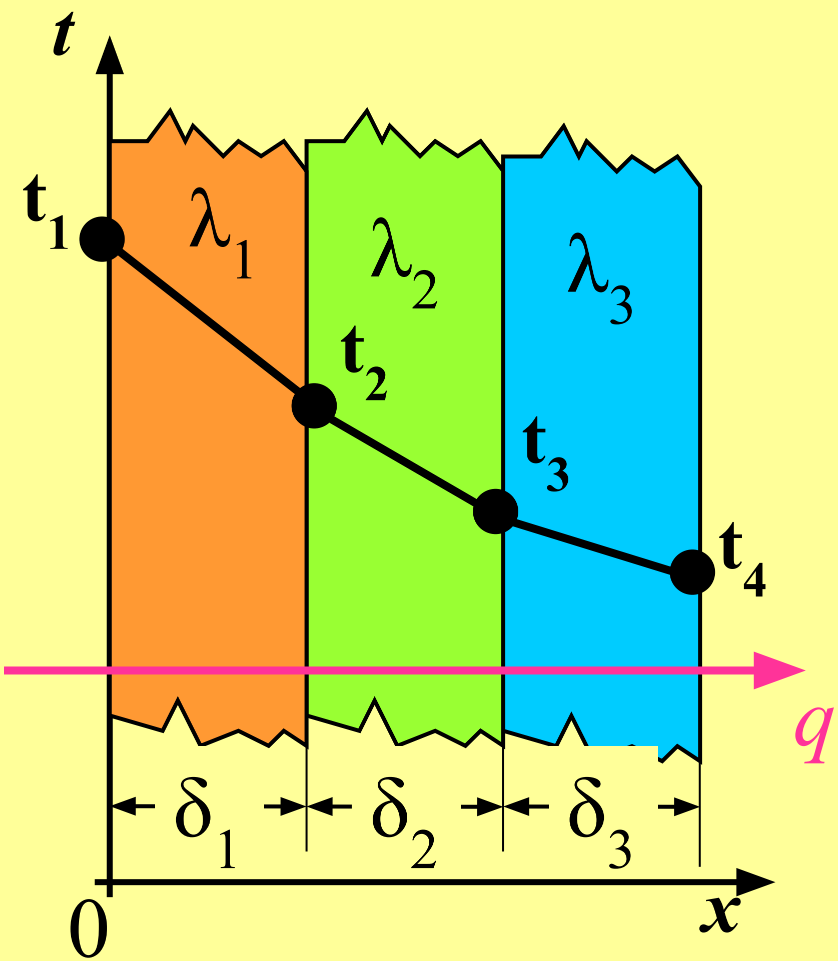
$$q = \frac{(t_1 - t_2)}{\delta}\lambda = \frac{(t_1 - t_2)}{\frac{\delta}{\lambda}} = \frac{(t_1 - t_2)}{R_\lambda}$$

$$\boxed{q = \frac{(t_1 - t_2)}{R_\lambda}}$$

$$\boxed{R_\lambda = \frac{\delta}{\lambda}}$$

Термическое сопротивление теплопроводности

2. Распространение теплоты в многослойной плоской стенке



Значение теплового потока:

$$q_1 = \frac{(t_1 - t_2)}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}}$$

$$q_2 = \frac{(t_2 - t_3)}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}}$$

$$q_3 = \frac{(t_3 - t_4)}{\frac{\delta_3}{\lambda_3}}$$

Выразим изменения температур:

$$t_1 - t_2 = q_1 \frac{\lambda_1}{\delta_1}$$

$$t_2 - t_1 = q_2 \frac{\lambda_2}{\delta_2}$$

$$t_2 - t_3 = q_3 \frac{\lambda_3}{\delta_3}$$

В стационарном режиме:

$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

Тогда, приравнивая левые и правые части:

$$t_1 - t_4 = q\left(\frac{\lambda_1}{\delta_1} + \frac{\lambda_2}{\delta_2} + \frac{\lambda_3}{\delta_3}\right)$$

Значение теплового потока:

$$\boxed{q = \frac{t_1 - t_4}{\left(\dfrac{\lambda_1}{\delta_1} + \dfrac{\lambda_2}{\delta_2} + \dfrac{\lambda_3}{\delta_3}\right)}}$$

Температура на границе слоев:

$$\boxed{t_2 = t_1 - qR_{\lambda_1}}$$

$$\boxed{t_3 = t_1 - q\left(R_{\lambda_1} + R_{\lambda_2}\right)}$$

В общем виде:

Значение теплового потока:

$$\boxed{q = \frac{t_1 - t_{n+1}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\delta_i}}}$$

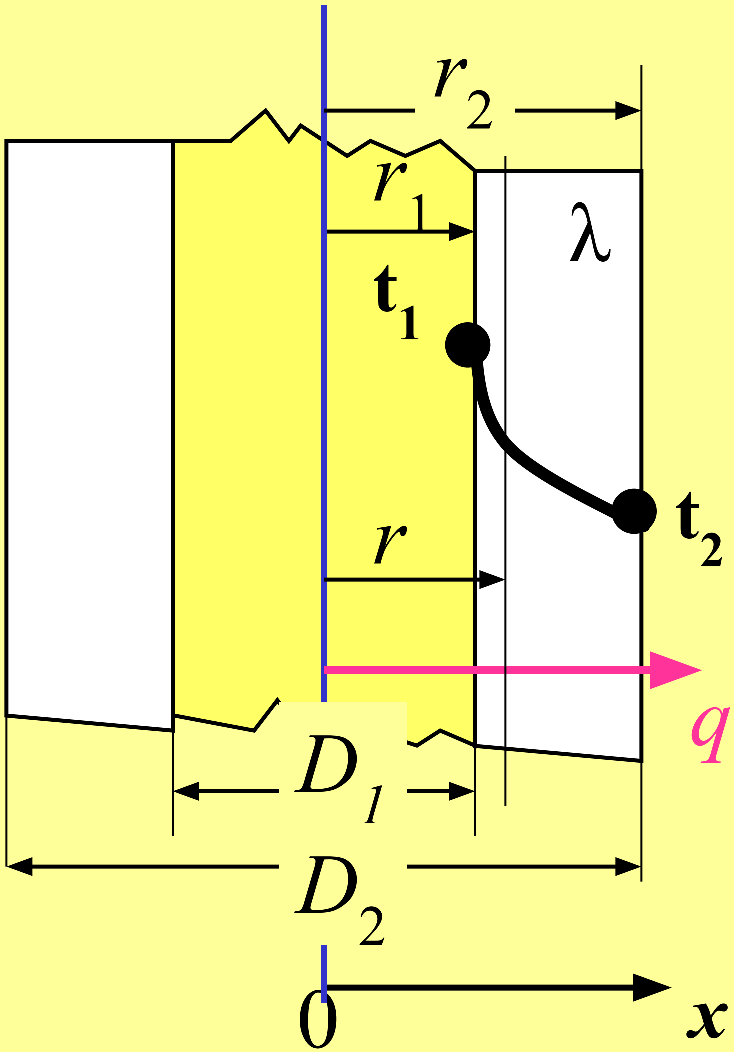
Падение температуры в каждом слое:

$$\boxed{\Delta t_i = q R_{\lambda_i}}$$

Температура на границе слоев:

$$\boxed{t_n = t_1 - q \sum_{i=1}^{n} R_{\lambda_i}}$$

3. Распространение теплоты в однослойной цилиндрической стенке



Температура изменяется только вдоль радиуса:

$$\boxed{q = -\lambda \frac{dt}{dr}}$$

Для трубы длиной *l*:

$$F = 2\pi r l$$

$$Q = -2\pi r l \lambda \frac{dt}{dr}$$

Разделяем переменные и интегрируем:

$$dt = -\frac{Q}{2\pi r l \lambda} dr$$

$$\int_{t_1}^{t_2} dt = -\frac{Q}{2\pi l \lambda} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{Q}{\lambda \cdot 2\pi l} \ln \frac{D_2}{D_1}$$

Значение теплового потока:

$$\boxed{Q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\lambda \cdot 2\pi l} \ln \frac{D_2}{D_1}}}$$

Термическое сопротивление:

$$\boxed{R_\lambda = \frac{1}{\lambda \cdot 2\pi l} \ln \frac{D_2}{D_1}}$$

$$\boxed{R_\lambda = \frac{\delta}{\lambda F}}$$

$$\boxed{F = f\left(0{,}5\left(d_1 + d_2\right)\right)}$$

4. Многослойная цилиндрическая стенка

Значение теплового потока:

$$Q = \frac{2\pi l\left(t_1 - t_{n+1}\right)}{\frac{1}{\lambda_1}\ln\frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\lambda_2}\ln\frac{d_3}{d_2} + \ldots + \frac{1}{\lambda_n}\ln\frac{d_{n+1}}{d_n}}$$

Термическое сопротивление:

$$R_{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda_i \cdot 2\pi l}\ln\frac{d_{i+1}}{d_i}$$

Температура на границе слоев:

$$t_n = t_1 - Q\sum_{i=1}^{n} R_{\lambda_i}$$