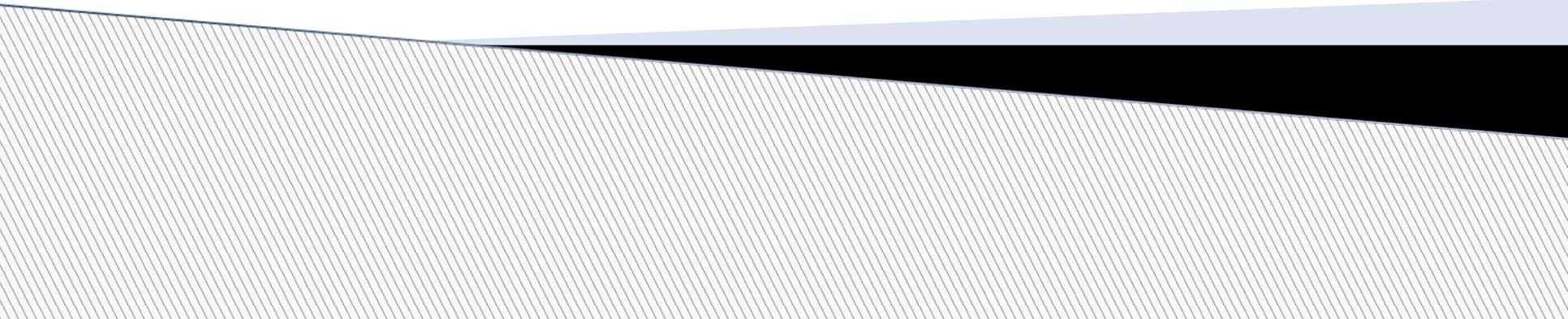
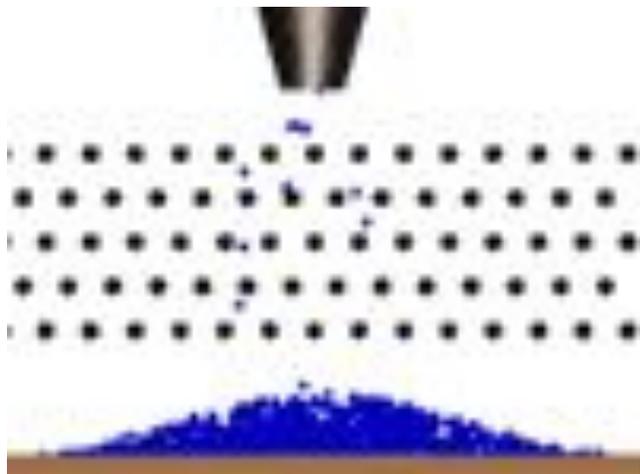


Распределение Максвелла



Джеймс Клерк Максвелл

1859 год

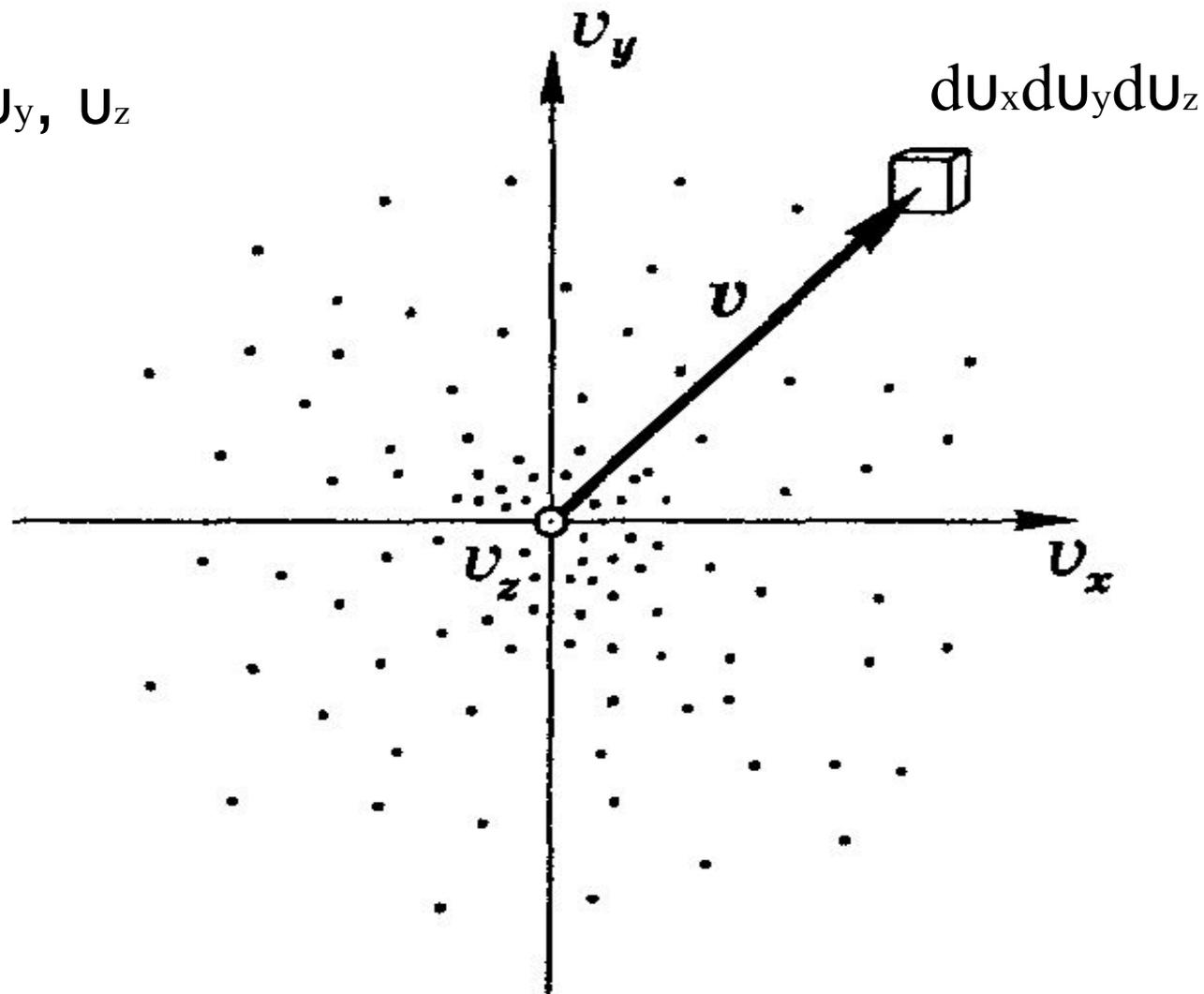


13 июня 1831 - 5 ноября 1879

Эдинбург, Шотландия

Пространство скоростей

U_x, U_y, U_z



$$dP(v_x, v_y, v_z) = \frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{N} = f(v) dv_x dv_y dv_z,$$

$f(v)$ — объемная плотность вероятности

Вероятность того, что молекула будет иметь проекции в интервале $(v_x, v_x + dv_x)$

$$dP(v_x) = \frac{dN(v_x)}{N} = \varphi(v_x) dv_x,$$

Вероятности того, что молекула имеет проекции скорости в интервалах

$$(v_x, v_x + dv_x), (v_y, v_y + dv_y), (v_z, v_z + dv_z)$$

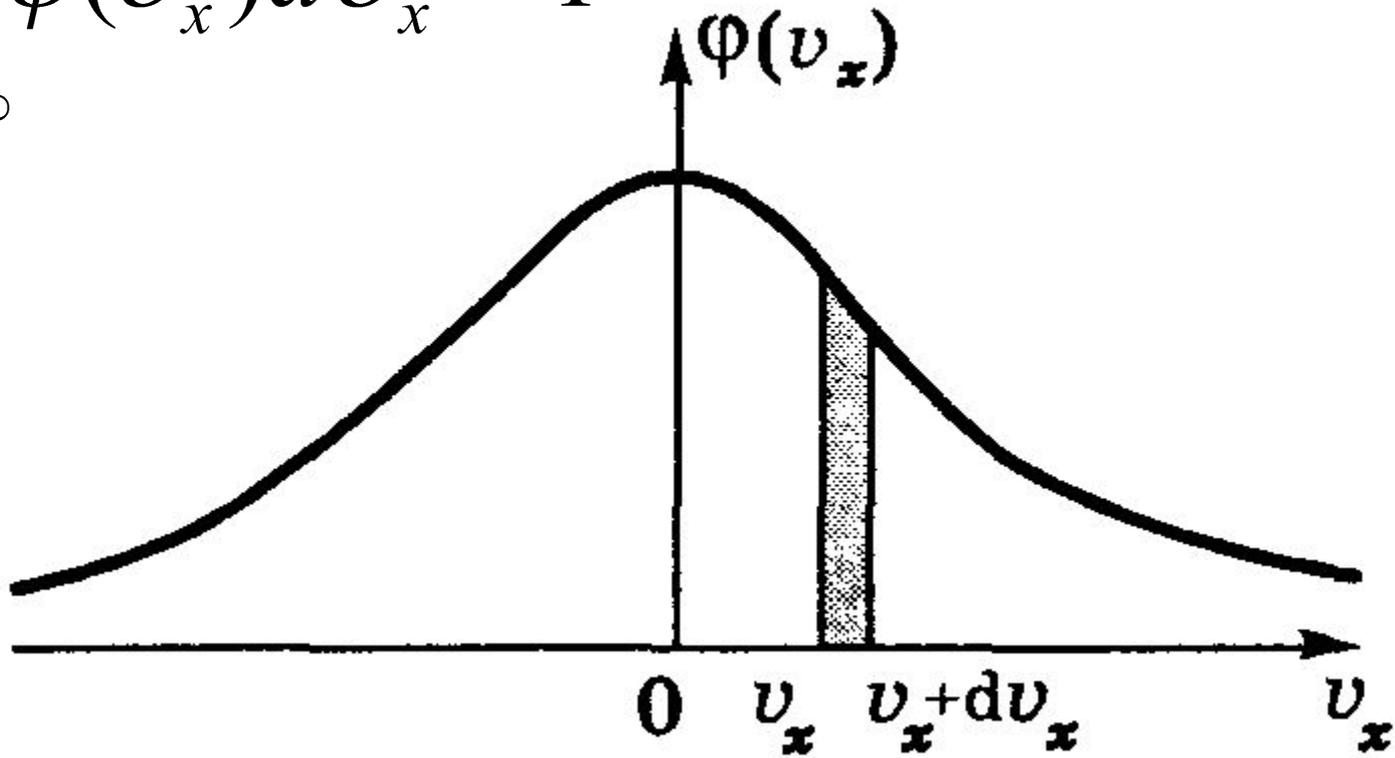
$$\begin{aligned} dP(v_x, v_y, v_z) &= dP(v_x) dP(v_y) dP(v_z) = \\ &= \varphi(v_x) \varphi(v_y) \varphi(v_z) dv_x dv_y dv_z \end{aligned}$$

$$f(\boldsymbol{v}) = \varphi(v_x) \cdot \varphi(v_y) \cdot \varphi(v_z)$$

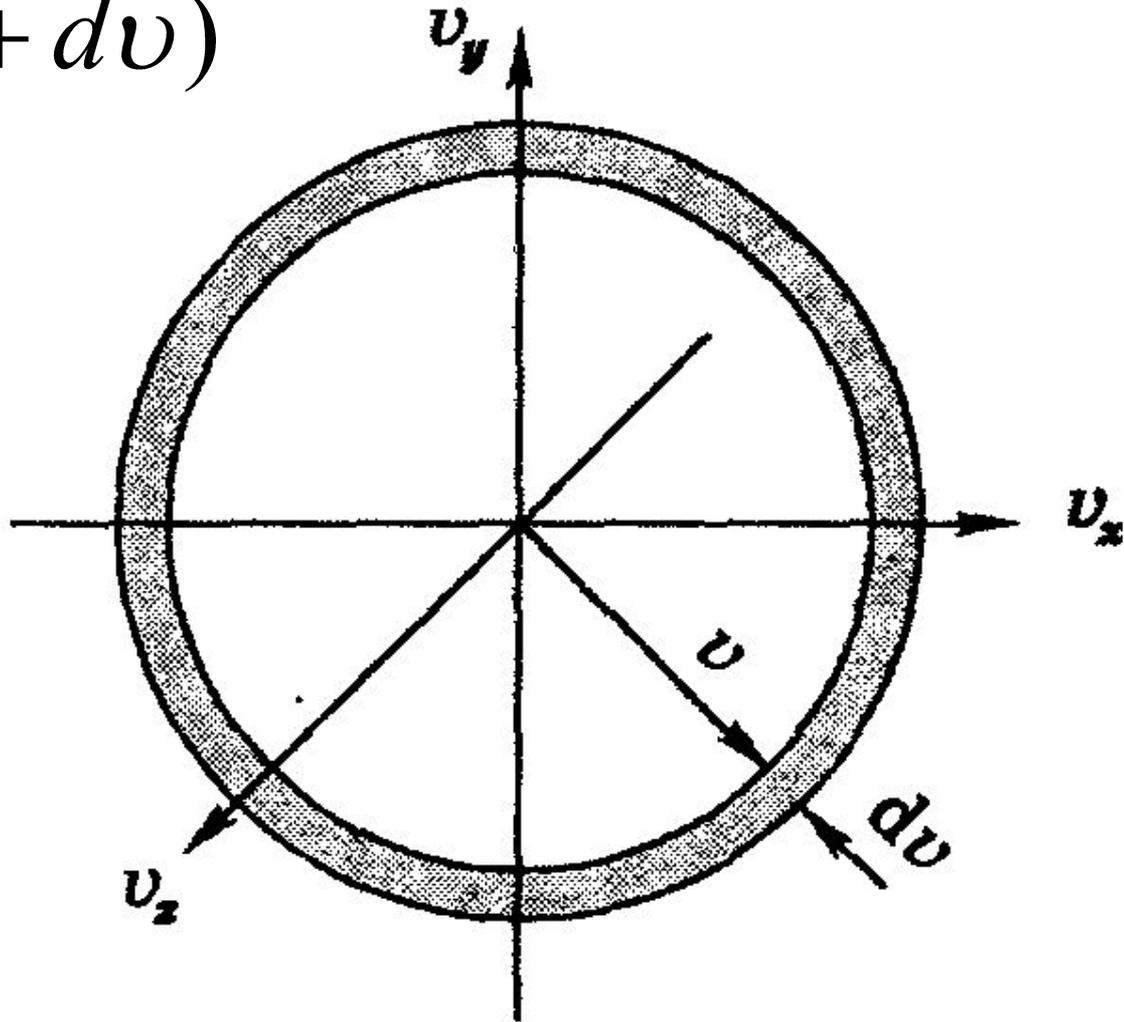
$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT} \right)$$

$$f(\boldsymbol{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(v_x) dv_x = 1$$



$(v, v + dv)$

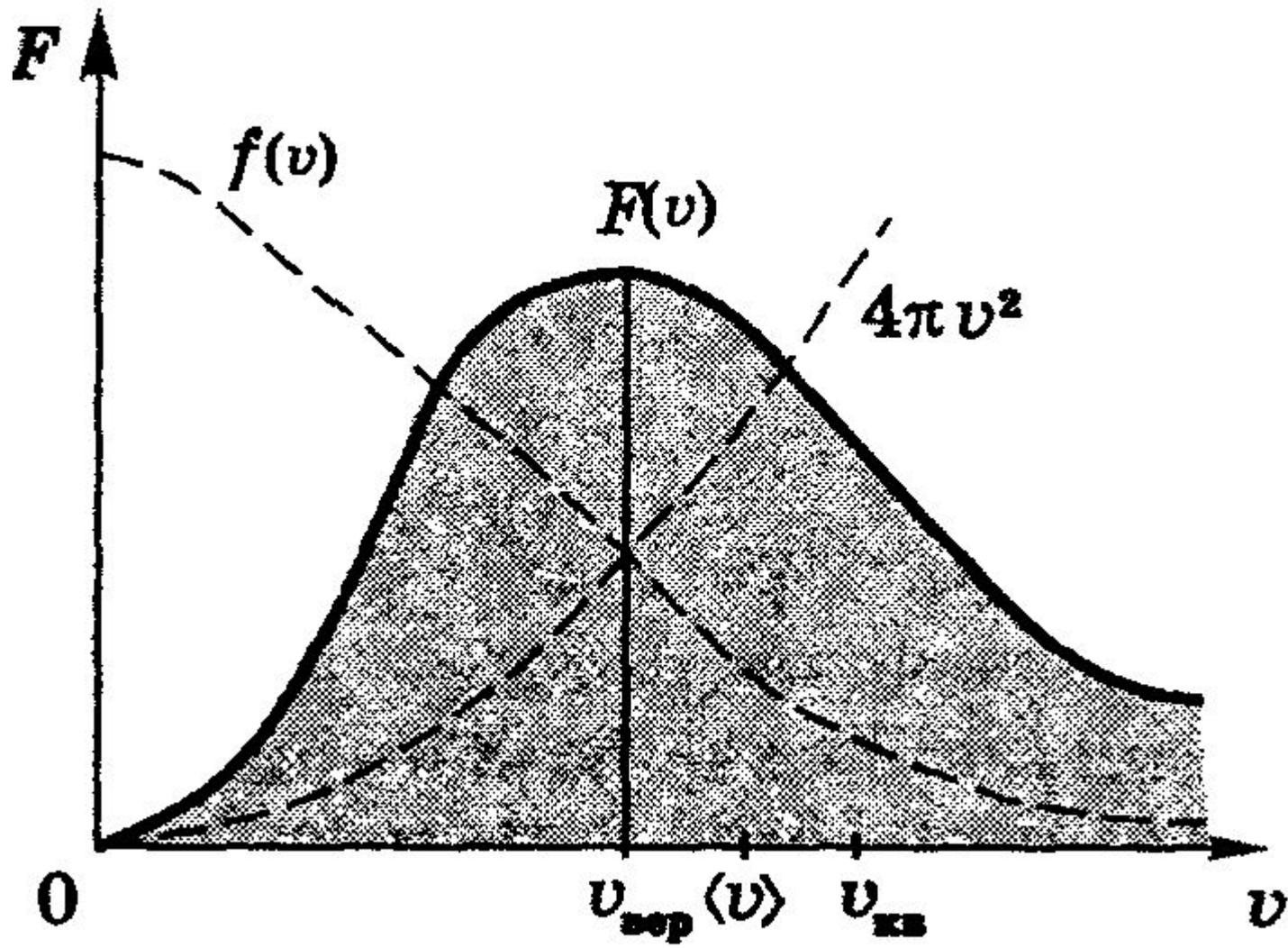


$$dP = f(v) \cdot 4\pi v^2 dv$$

$$F(\nu) = 4\pi\nu^2 f(\nu)$$

$$F(\nu) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \nu^2 \exp\left(-\frac{m\nu^2}{2kT} \right)$$

$$\int_0^{\infty} F(\nu) d\nu = 1$$



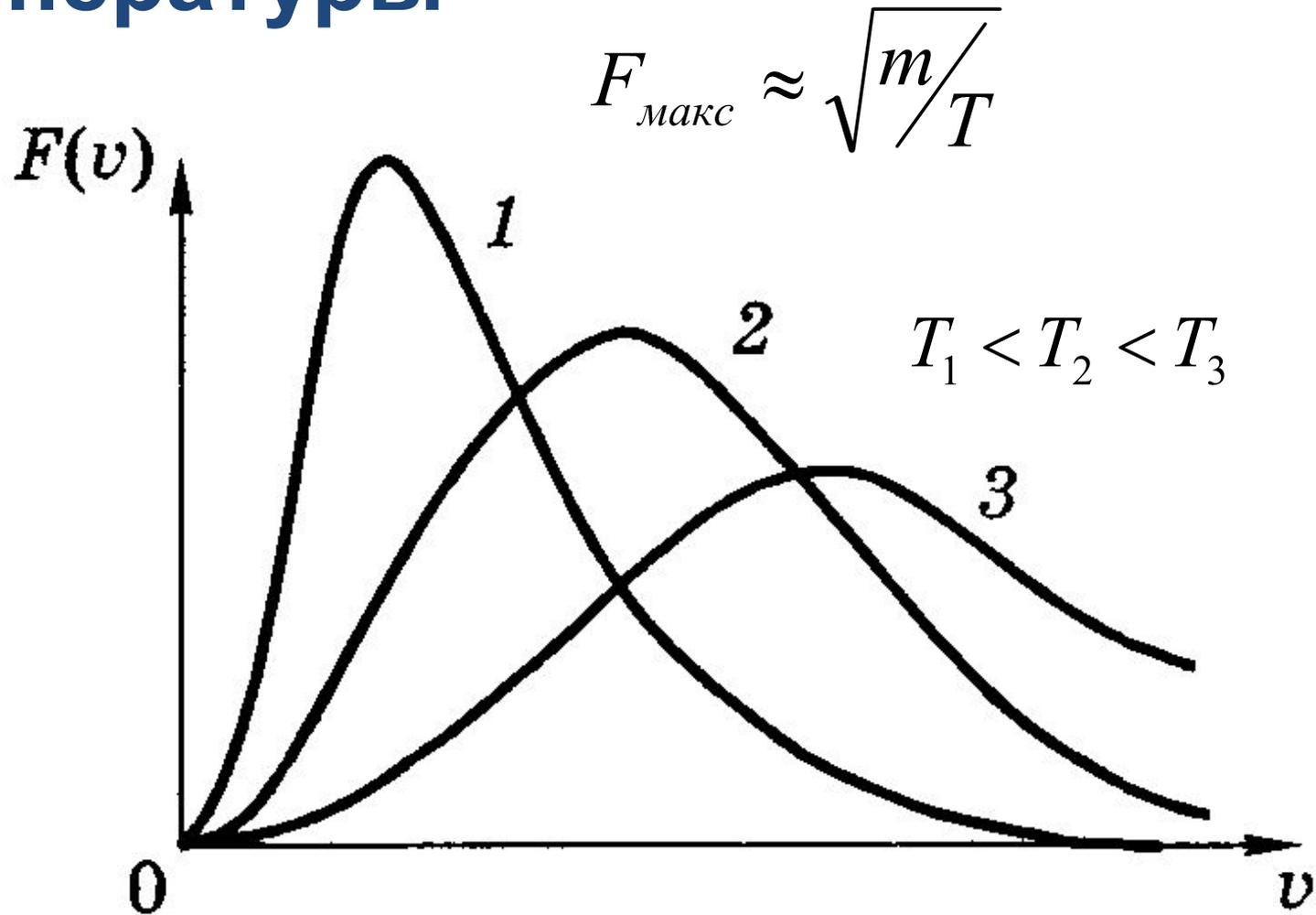
Характерные скорости

$$v_{\text{вер}} = \sqrt{2 \frac{kT}{m}} = \sqrt{2 \frac{RT}{M}}$$

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} v F(v) dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$$

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{3 \frac{kT}{m}} = \sqrt{3 \frac{RT}{M}}$$

Зависимость распределения от температуры



Формула Максвелла в приведенном виде

$$u = \frac{v}{v_{\text{вер}}}$$

$$F(u) = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \right) u^2 \exp(-u^2)$$

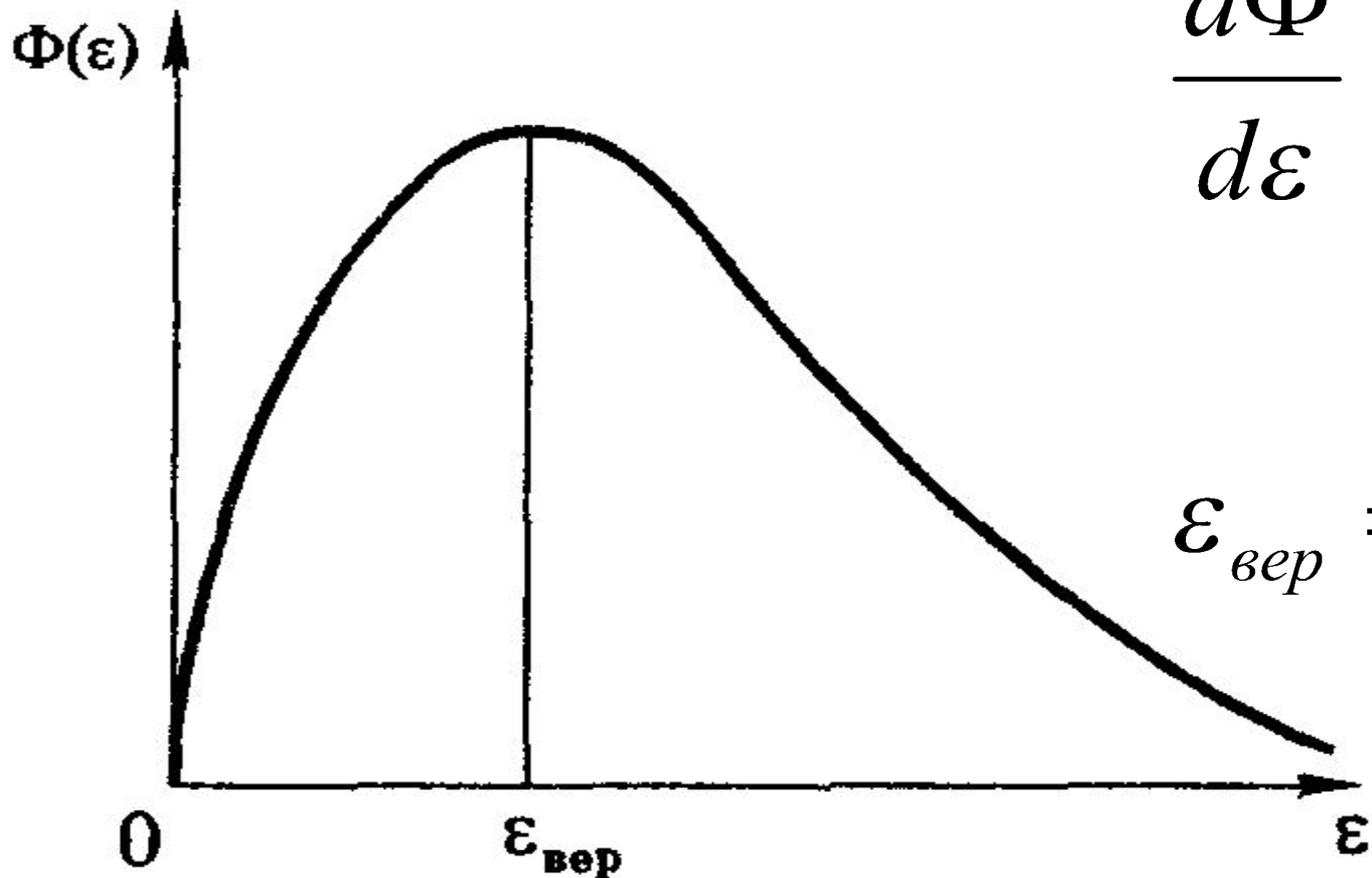
Распределение по энергиям молекул

$$\Phi(\varepsilon)d\varepsilon = F(v)dv \qquad \Phi(\varepsilon) = F(v) \frac{dv}{d\varepsilon} \approx \frac{\varepsilon e^{-\varepsilon/kT}}{\sqrt{\varepsilon}}$$

или

$$\frac{d\varepsilon}{dv} = mv \approx \sqrt{\varepsilon} \qquad \Phi(\varepsilon) = A\sqrt{\varepsilon} e^{-\varepsilon/kT}$$

$$A = \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) (kT)^{-3/2}$$



$$\frac{d\Phi}{d\epsilon} = 0$$

$$\epsilon_{\text{вер}} = kT/2$$

Тест. Вопрос 1

Следуя Максвеллу в распределении используется пространство

- 1.** плотностей;
- 2.** скоростей;
- 3.** объемов.

Тест. Вопрос 2

Площадь под графиком функции распределения
равна

1. 0;

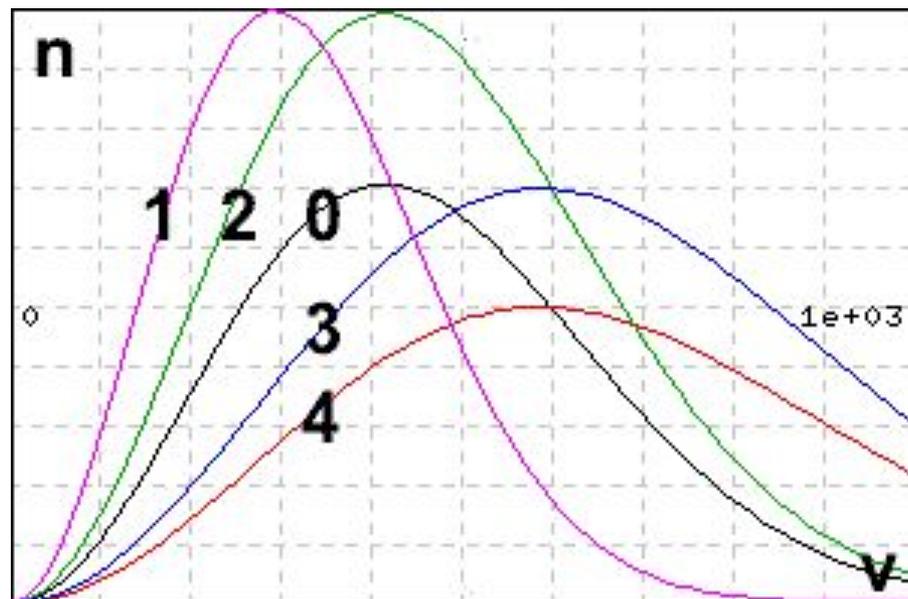
2. 1;

3. π .

Тест. Вопрос 3

Кривая 0 соответствует распределению Максвелла молекул воздуха по модулю скорости при $T=300$ К. Какая из кривых соответствует распределению Максвелла этих же молекул при $T=600$ К?

1. Кривая 1 (фиолетовая);
2. Кривая 2 (зелёная);
3. Кривая 3 (синяя);
4. Кривая 4 (красная).



Тест. Вопрос 4

В чем особенность такого вида распределения Максвелла $F(u) = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}}\right)u^2 \exp(-u^2)$

- 1.** Оно не зависит от температуры;
- 2.** Оно не зависит от рода газа;
- 3.** Оба варианта верны.