



Математическая логика



ОСНОВНЫЕ ТАВТОЛОГИИ

$$1. \quad | = A \rightarrow (B \rightarrow A)$$

$$2. \quad | = (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$3. \quad | = A \rightarrow (B \rightarrow A \& B)$$

$$4A. \quad | = A \& B \rightarrow A$$

$$4Б. \quad | = A \& B \rightarrow B$$

$$5A. \quad | = A \rightarrow A \vee B$$

$$5Б. \quad | = B \rightarrow A \vee B$$

$$6. \quad | = (A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$$

$$7. \quad | = (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B) \rightarrow \neg A$$

$$8. \quad \neg \neg A \rightarrow A$$

ПРАВИЛО ВЫВОДА (MODUS PONENS):

$$\frac{A \quad A \rightarrow B}{B} \quad (\text{MP}).$$

ОПР.

ВЫВОДОМ НАЗЫВАЕТСЯ КОНЕЧНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ФОРМУЛ, КАЖДАЯ ИЗ КОТОРЫХ ЯВЛЯЕТСЯ АКСИОМОЙ ИЛИ ПОЛУЧАЕТСЯ ИЗ НЕКОТОРЫХ ПРЕДЫДУЩИХ ФОРМУЛ ПО ПРАВИЛУ ВЫВОДА.

ОПР.

ФОРМУЛА А НАЗЫВАЕТСЯ ВЫВОДИМОЙ В ИСЧИСЛЕНИИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ ИЛИ ТЕОРЕМОЙ ИСЧИСЛЕНИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ (ОБОЗНАЧЕНИЕ $\models A$), ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ ВЫВОД, В КОТОРОМ ПОСЛЕДНЯЯ ФОРМУЛА ЕСТЬ А.

ПРИМЕР: $\models A \rightarrow A$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

- 1) В АКСИОМЕ 2 ВОЗЬМЁМ $B = (A \rightarrow A)$ И $C = A$**
- 2) $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$**
- 3) $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ (1 АКСИОМА)**
- 4) $(A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)$ (2,3 МР)**
- 5) $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ (1 АКСИОМА)**
- 6) $A \rightarrow A$ (4,5 МР)**

ВЫВОДИМОСТЬ ИЗ ГИПОТЕЗ

ОПР.

ПУСТЬ Γ — НЕКОТОРОЕ МНОЖЕСТВО ФОРМУЛ, НАЗЫВАЕМЫХ ГИПОТЕЗАМИ. ВЫВОДОМ ИЗ Γ НАЗЫВАЕТСЯ КОНЕЧНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ФОРМУЛ, КАЖДАЯ ИЗ КОТОРЫХ ЛИБО ПРИНАДЛЕЖИТ МНОЖЕСТВУ Γ , ЛИБО ЯВЛЯЕТСЯ АКСИОМОЙ, ЛИБО ПОЛУЧАЕТСЯ ИЗ ПРЕДЫДУЩИХ ФОРМУЛ ПО ПРАВИЛУ ВЫВОДА.

ОПР.

ФОРМУЛА A НАЗЫВАЕТСЯ ВЫВОДИМОЙ ИЗ МНОЖЕСТВА ФОРМУЛ Γ (ОБОЗНАЧЕНИЕ $\Gamma \vdash A$), ЕСЛИ СУЩЕСТВУЕТ ВЫВОД ИЗ Γ , В КОТОРОМ ПОСЛЕДНЯЯ ФОРМУЛА ЕСТЬ A .

ПРАВИЛА ВВЕДЕНИЯ И УДАЛЕНИЯ

	Введение	Удаление
\rightarrow	$\Gamma, A \models B; \Gamma \models A \rightarrow B$ (теорема о дедукции)	$A, A \rightarrow B \models B$ правило т.р.
$\&$	$A, B \models A \& B$	$A \& B \models A$ $A \& B \models B$
\vee	$A \models A \vee B$ $B \models A \vee B$	$\Gamma, A \models C; \Gamma, B \models C;$ $\Gamma, A \vee B \models C$
\neg	$\Gamma, A \models B; \Gamma, A \models \neg B;$ $\Gamma \models \neg A \& B$ приводит к нелепому	$\neg \neg A \models A$, снятие 2-го отрицания $A, \neg A \models B$, слабое удаление

ТЕОРЕМА О ДЕДУКЦИИ ДЛЯ ИСЧИСЛЕНИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

ЕСЛИ $\Gamma \cup \{A\} \vdash B$, ТО $\Gamma \vdash (A \rightarrow B)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ИНДУКЦИЯ ПО ДЛИНЕ ВЫВОДА ФОРМУЛЫ B ИЗ МНОЖЕСТВА ГИПОТЕЗ $\Gamma \cup \{A\}$. ЕСЛИ B ЯВЛЯЕТСЯ АКСИОМОЙ ИЛИ ПРИНАДЛЕЖИТ Γ , ТО:

B

$B \rightarrow (A \rightarrow B)$ (1)

$A \rightarrow B$ (MP)

ЕСЛИ $B = A$, ТО ИСПОЛЬЗУЕМ ВЫВОД

$A \rightarrow A$.

ПУСТЬ B ПОЛУЧЕНА ИЗ C И $C \rightarrow B$ ПО MODUS PONENS. ИМЕЕМ $\Gamma \vdash (A \rightarrow C)$ И $\Gamma \vdash (A \rightarrow (C \rightarrow B))$ ПО ПРЕДПОЛОЖЕНИЮ ИНДУКЦИИ. СОЕДИНЯЕМ ЭТИ ДВА ВЫВОДА И ДОСТРАИВАЕМ ТАК:

$(A \rightarrow (C \rightarrow B)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B))$ (2)

$(A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (MP)

$A \rightarrow B$ (MP)

ИСПОЛЬЗУЯ ПРИВЕДЕННЫЕ ВЫШЕ АКСИОМЫ И
ТЕОРЕМЫ ПРИВЕДЕМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА
СЛЕДУЮЩИХ ВЫСКАЗЫВАНИЙ:

$$9) A \rightarrow A$$

$$10) (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C)(A \rightarrow C))$$

$$11) (A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)) \quad A \sim B = (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$12) ((A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B))$$

$$13) (A \wedge (B \wedge C) \sim (A \wedge B) \wedge C$$

$$14) (A \vee (B \vee C) \sim (A \vee B) \vee C$$

$$15) ((A \wedge B) \sim (B \wedge A)$$

$$16) ((A \vee B) \sim (B \vee A)$$

$$17) (A \wedge (B \vee C) \sim (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

$$18) (A \vee (B \wedge C) \sim (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

$$19) (\neg (A \vee B) \sim (\neg A \wedge \neg B)$$

$$20) \neg (A \wedge B) \sim (\neg A \vee \neg B)$$

$$21) \neg (A \rightarrow B) \sim (\neg A \vee B)$$

$$22) \neg \neg A \sim A$$

$$23) A \vee \neg A$$

$$24) \neg(A \& \neg A)$$

$$25) (A \rightarrow B) \sim (\neg A \wedge B)$$

$$26) (A \vee B) \sim (\neg (\neg A \wedge \neg B))$$

$$27) (A \wedge B) \sim \neg (\neg A \vee \neg B)$$

$$28) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \sim (B \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$29) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \sim ((A \& B) \rightarrow C)$$

ЗАКОН ТОЖДЕСТВА

$$9) \vdash A \rightarrow A$$

1. $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ СХ. 1;

2. $(A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A))$, ГДЕ $B = A \rightarrow A$, $C = A$, СХ.

АКС. 2;

3. $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)$

ПОЛУЧЕНО ИЗ 1 И 2;

4. $A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$ СХ. АКС. 1;

5. $A \rightarrow A$ ИЗ 3 И 4 ПОЛУЧИЛИ 5;

$$10) (A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C)(A \rightarrow C))$$

ЕСЛИ ДОКАЖЕМ ЧТО СУЩЕСТВУЮТ :

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \vdash C$$

$$A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$$

$$A \rightarrow B \vdash (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

ТО ПРИМЕНИВ ИЗ ТАБЛИЦЫ ВВЕДЕНИЕ
ИМПЛИКАЦИИ (\rightarrow) 3 РАЗА , (СВЕРХУ ВНИЗ)
ПОЛУЧИМ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

- 1) A – ГИПОТЕЗА
- 2) $A \rightarrow B$ – ГИПОТЕЗА
- 3) ПРИМЕНЯЯ К ПУНКТАМ 1 И 2 ПРАВИЛО ВЫВОДА
(1,2 МР) ПОЛУЧИМ B
- 4) $B \rightarrow C$ (ГИПОТЕЗА)
- 5) C (3,4 МР)

$$11) A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

ТРЕБУЕТСЯ ДОКАЗАТЬ $A \vdash (\neg A \rightarrow B)$

1) $A, \neg A \vdash B$ (СЛАБОЕ
УДАЛЕНИЕ \neg)

2) $A \vdash (\neg A \rightarrow B)$ (ВВ. \rightarrow)

3) $A \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$ (ВВ. \rightarrow)

$A \sim B: (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow$

$\vdash A \& (B \& C) \sim (A \& B) \& C$ **A)**

1) $\vdash A \& (B \& C) \rightarrow (A \& B) \& C$

2) $\vdash (A \& B) \& C \rightarrow A \& (B \& C)$

ДОКАЖЕМ 1-ОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ:

ПУСТЬ $A \& (B \& C) \vdash (A \& B) \& C$ ТОГДА

1) $A \& (B \& C) \vdash A$ (УДАЛЕНИЕ &)

2) $A \& (B \& C) \vdash B \& C$ (УДАЛЕНИЕ &)

3) $B \& C \vdash B$ (УДАЛЕНИЕ &)

4) $B \& C \vdash C$ (УДАЛЕНИЕ &)

5) $A \& (B \& C) \vdash B$ (СЕЧЕНИЕ 2,3)

6) $A \& (B \& C) \vdash A \& B$ (СЕЧЕНИЕ 1,3) $A, B \vdash A \& C$

7) $A \& (B \& C) \vdash C$ (СЕЧЕНИЕ 2,4)

8) $A \& B, C \vdash (A \& B) \& C$ (ВВ. &)

9) $A \& (B \& C) \vdash (A \& B) \& C$ (СЕЧЕНИЕ)

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО 2-ОГО УТВЕРЖДЕНИЯ ПОЛУЧАЕМ В 8-

ОМ ПУНКТЕ

12) $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$

1) $A, A \rightarrow B, \neg B \vdash B$ (УДАЛЕНИЕ \rightarrow , MP)

2) $A, A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg B$ (УДАЛЕНИЕ \rightarrow , MP)

3) $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$

4) $A \rightarrow B \vdash (\neg B \rightarrow \neg A)$ (ВВ. \rightarrow)

5) $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ (ВВ. \rightarrow)

13) $A \& (B \& C) \sim (A \& B) \& C$

1 ЧАСТЬ : $\vdash A \& (B \& C) \rightarrow (A \& B) \& C$

2 ЧАСТЬ : $\vdash (A \& B) \& C \rightarrow A \& (B \& C)$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО 1 ЧАСТИ:

1. $A \& (B \& C) \vdash A$ (& УД.)

2. $A \& (B \& C) \vdash B$ (& УД.)

3. $B \& C \vdash B$ (& УД.)

4. $B \& C \vdash C$ (& УД.)

5. $A \& (B \& C) \vdash B$ (2, 3 СЕЧЕНИЕ)

6. $A \& (B \& C) \vdash A \& B$ (1, 5 И А, В $\vdash A \& B$ – СЕЧЕНИЕ)

7. $A \& (B \& C) \vdash C$ (2, 4 – СЕЧЕНИЕ)

8. $A \& (B \& C) \vdash (A \& B) \& C$ (7, 6 – СЕЧЕНИЕ)

9. $\vdash A \& (B \& C) \rightarrow (A \& B) \& C$ (ВВ. \rightarrow)

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО 2 ЧАСТИ: АНАЛОГИЧНО ПЕРВОЙ

14) $A \vee (B \vee C) \sim (A \vee B) \vee C$

$\vee C$

A) $\vdash A \vee (B \vee C) \rightarrow (A \vee B) \vee C$

Б) $\vdash (A \vee B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$

$A \vee (B \vee C) \vdash (A \vee B) \vee C$

1) $A \vdash A \vee B$ (BB. \vee)

2) $A \vee B \vdash (A \vee B) \vee C$ (BB. \vee)

3) $A \vdash (A \vee B) \vee C$ (СЕЧЕНИЕ 1,2)

4) $B \vdash A \vee B$ (BB. \vee)

5) $B \vdash (A \vee B) \vee C$ (2,4 СЕЧЕНИЕ)

6) $C \vdash (A \vee B) \vee C$ (BB. \vee)

7) $B \vee C \vdash (A \vee B) \vee C$ (УДАЛЕНИЕ \vee)

8) $A \vee (B \vee C) \vdash (A \vee B) \vee C$ (УДАЛЕНИЕ \vee)

9) ВВЕДЕНИЕ \rightarrow

10) $A \vee (B \vee C) \vdash (A \vee B) \vee C$ (СЕЧЕНИЕ)

15) $(A \& B) \sim (B \& A)$

$\vdash ((A \& B) \rightarrow (B \& A) \& \vdash (B \& A) \rightarrow (A \& B))$

A) $\vdash (A \& B) \rightarrow (B \& A)$

Б) $\vdash (B \& A) \rightarrow (A \& B)$

$(A \& B) \vdash (B \& A)$

$A \& B \vdash A$ ($\vee \Delta$. $\&$)

2) $A \& B \vdash B$ ($\vee \Delta$. $\&$)

3) $B, A \vdash B \& A$ (BB . $\&$)

4) $A \& B \vdash B \& A$ (1, 2, 3 – T.7)

16) $(A \vee B) \sim (B \vee A)$

$\vdash (A \vee B \rightarrow B \vee A) \& (B \vee A \rightarrow A \vee B)$

A) $\vdash A \vee B \rightarrow B \vee A$

Б) $\vdash B \vee A \rightarrow A \vee B$

$A \vee B \vdash B \vee A$

1) $A \vdash B \vee A$ (BB. \vee)

2) $B \vdash B \vee A$ (BB. \vee)

3) $A \vee B \vdash B \vee A$ (1 & 2, $\vee\Delta$. \vee)

17) $A \& (B \vee C) \sim (A \& B) \vee (A \& C)$

A) $A \& (B \vee C) \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

Б) $(A \& B) \vee (A \& C) \vdash A \& (B \vee C)$

ДОКАЖЕМ ЧАСТЬ А:

1) $A, B \vdash A \& B$

2) $A \& B \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

3) $A, B \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

4) $A, C \vdash A \& C$

5) $A \& C \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

6) $A, C \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

7) $A, B \vee C \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

8) $A \& (B \vee C) \vdash A$

9) $A \& (B \vee C) \vdash (B \vee C)$

10) $A \& (B \vee C) \vdash (A \& B) \vee (A \& C)$

ДОКАЖЕМ ЧАСТЬ Б ПО СЛЕДУЮЩЕЙ СХЕМЕ:

$(A \& B) \vee (A \& C) \vdash A$ (*)

$(A \& B) \vee (A \& C) \vdash B \vee C$ (**)

$A, B \vee C \vdash A \& (B \vee C)$ (ВВ.&) ДАЛЕЕ ПРИМЕНЯЕМ Т.7.

ДОКАЖЕМ(*):

1) $A \& B \vdash A$

2) $A \& C \vdash A$

3) $(A \& B) \vee (A \& C) \vdash A$

(**):

4) $A \& B \vdash B$

5) $B \vdash B \vee C$

6) $A \& B \vdash B \vee C$

7) $A \& B \vdash C$

8) $C \vdash B \vee C$

9) $A \& C \vdash B \vee C$

10) $(A \& B) \vee (A \& C) \vdash B \vee C$

11) $A, B \vee C \vdash A \& (B \vee C)$

12) $(A \& B) \vee (A \& C) \vdash A \& (B \vee C)$

18) $A \vee (B \& C) \sim (A \vee B) \& (A \vee C)$

$$A) \vdash A \vee (B \& C) \rightarrow (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$B) \vdash (A \vee B) \& (A \vee C) \rightarrow A \vee (B \& C)$$

ДОКАЖЕМ ПО СХЕМЕ, КАК В ПРЕДЫДУЩЕМ СЛУЧАЕ:

$$A \vee (B \& C) \vdash A \vee B (*)$$

$$A \vee (B \& C) \vdash A \vee C (**)$$

$$A \vee B, A \vee C \vdash (A \vee B) \& (A \vee C) (***) (BV. \&)$$

ДОКАЖЕМ(*):

$$1) A \vdash A \vee B$$

$$2) B \& C \vdash B$$

$$3) B \vdash A \vee B$$

$$4) B \& C \vdash A \vee B$$

$$5) A \vee (B \& C) \vdash A \vee B$$

(**):

$$6) A \vdash A \vee C$$

$$7) B \& C \vdash C$$

$$8) C \vdash A \vee C$$

$$9) B \& C \vdash A \vee C$$

$$10) A \vee (B \& C) \vdash A \vee C$$

$$11) A \vee B, A \vee C \vdash (A \vee B) \& (A \vee C)$$

$$12) A \vee (B \& C) \vdash (A \vee B) \& (A \vee C)$$

ДОКАЖЕМ ЧАСТЬ Б: $\vdash (A \vee B) \& (A \vee C) \rightarrow A \vee (B \& C)$

1) $A \vdash A \vee (B \& C)$

2) $B, C \vdash B \& C$

3) $B \& C \vdash A \vee (B \& C)$

4) $B, C \vdash A \vee (B \& C)$

5) $A \vee B, C \vdash A \vee (B \& C)$

6) $A \vee B, A \vee C \vdash A \vee (B \& C)$

7) $(A \vee B) \& (A \vee C) \vdash A \vee C$

8) $(A \vee B) \& (A \vee C) \vdash A \vee B$

9) $(A \vee B) \& (A \vee C) \vdash A \vee (B \& C)$

19) $\neg(A \vee B) \sim (\neg A \& \neg B)$

A) $\vdash \neg(A \vee B) \rightarrow (\neg A \& \neg B)$

Б) $\vdash (\neg A \& \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$

ДОКАЖЕМ ЧАСТЬ А:

1) $\neg(A \vee B), A \vdash A \vee B$

2) $\neg(A \vee B), A \vdash \neg(A \vee B)$

3) $\neg(A \vee B) \vdash \neg A$

4) $\neg(A \vee B), B \vdash A \vee B$

5) $\neg(A \vee B), B \vdash \neg(A \vee B)$

6) $\neg(A \vee B) \vdash \neg B$

7) $\neg A, \neg B \vdash \neg A \& \neg B$

8) 3,6,7 T.7 \rightarrow 9

9) $\neg(A \vee B) \vdash \neg A \& \neg B$

ЧАСТЬ Б:

1) $\neg A \& \neg B, A \vdash A$

2) $\neg A \& \neg B, A \vdash \neg A$

2.1) $A, \neg A \vdash \neg(A \vee B)$

3) $\neg A \& \neg B, A \vdash \neg(A \vee B)$

4) $\neg A \& \neg B, B \vdash B$

5) $\neg A \& \neg B, B \vdash \neg B$

6) $\neg A \& \neg B, B \vdash \neg(A \vee B)$

7) $\neg A \& \neg B, (A \vee B) \vdash \neg(A \vee B)$

8) $\neg A \& \neg B, (A \vee B) \vdash A \vee B$

9) $\neg A \& \neg B \vdash \neg(A \vee B)$

20) $\neg (A \& B) \sim (\neg A \vee \neg B)$

B)

A) $\vdash \neg (A \& B) \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$

Б) $\vdash (\neg A \vee \neg B) \rightarrow \neg (A \& B)$

ДОКАЖЕМ ЧАСТЬ А:

1) $\neg (A \& B), A, B \vdash \neg (A \& B)$

2) $\neg (A \& B), A, B \vdash A \& B$

3) $\neg (A \& B), B \vdash \neg A$

4) $\neg A \vdash \neg A \vee \neg B$

B

5) $\neg (A \& B), B \vdash \neg A \vee \neg B$

$\neg B$

6) $\neg (A \& B), \neg B \vdash \neg A \vee \neg B$

7) $\neg (A \& B), B \vee \neg B \vdash \neg A \vee \neg B$

$\neg (A \& B)$

8) $B \vdash \neg B$

9) $\neg (A \& B) \vdash \neg A \vee \neg B$

ЧАСТЬ Б:

1) $\neg A \vdash A \& B$

2) $\neg A, A \& B \vdash A$

3) $\neg A \vdash \neg (A \& B)$

4) $\neg B, (A \& B) \vdash$

5) $\neg B, (A \& B) \vdash$

6) $\neg B \vdash \neg (A \& B)$

7) $(\neg A \vee \neg B) \vdash$

22) $\vdash = \neg\neg A \sim A$

I. $\vdash = \neg\neg A \sim A$

II. $\vdash = A \sim \neg\neg A$

ЧАСТЬ I

1. $\neg\neg A \vdash = A$ (УДАЛЕНИЕ \neg)

2. $\vdash = \neg\neg A \sim A$ (ВВЕДЕНИЕ \neg)

ЧАСТЬ II

1. $A, \neg A \vdash = A$ (СВОЙСТВО
ВЫВОДИМОСТИ)

2. $A, \neg A \vdash = \neg A$ (ВВЕДЕНИЕ \neg ,
ПРИВЕДЕНИЕ К НЕЛЕПОСТИ)

3. $A \vdash = \neg\neg A$ (ВВЕДЕНИЕ \neg)

4. $\vdash = A \sim \neg\neg A$ (ВВЕДЕНИЕ \neg)

23)

$A \vee \neg A$

1. $\neg A, \neg (A \vee \neg A) \mid \Rightarrow \neg A \vee A$ (ВВЕДЕНИЕ \vee)
2. $\neg A, \neg (A \vee \neg A) \mid \Rightarrow \neg(A \vee \neg A)$ (СВОЙСТВО ВЫВОДИМОСТИ)
3. $\neg (A \vee \neg A) \mid \Rightarrow \neg\neg A$ (ВВЕДЕНИЕ \neg)
4. $\neg\neg A \mid \Rightarrow A$ (АКСИОМА №8)
5. $\neg(A \vee \neg A) \mid \Rightarrow A$ (СЕЧЕНИЕ (3,4))
- 5.1 $A \sim A \vee \neg A$
6. $\neg(A \vee \neg A) \mid \Rightarrow A \vee \neg A$
7. $\neg (A \vee \neg A) \mid \Rightarrow \neg (A \vee \neg A)$
8. $\mid \Rightarrow \neg\neg (A \vee \neg A)$ (ВВЕДЕНИЕ \neg)
- ? АКСИОМА
9. $\mid \Rightarrow A \vee \neg A$

$$24) \quad | = \neg (A \& \neg A)$$

$$1. \quad | = \neg (A \& \neg A) \sim \neg A \vee \neg A$$

$$2. \quad | = A \vee \neg A \text{ (ΠΟ ΦΟΡΜΥΛΕ} \\ \text{N}_o\text{23)}$$

$$3. \quad | = \neg (A \& \neg A)$$

$$25) \quad | \models (A \rightarrow B) \sim \neg A \vee B$$

$$I. A \rightarrow B \mid \models \neg A \vee B$$

$$II. \neg A \vee B \mid \models A \rightarrow B$$

ЧАСТЬ I

$$1. A, A \rightarrow B \mid \models B$$

$$1.1 B \mid \models \neg A \vee B$$

$$2. A \rightarrow B, A \mid \models \neg A \vee B \text{ (СЕЧЕНИЕ (1, 1.1))}$$

$$3. \neg A \mid \models \neg A \vee B$$

$$4. A \rightarrow B, A \vee \neg A \mid \models \neg A \vee B \text{ (УДАЛЕНИЕ } \vee \text{ (2,3))}$$

$$5. \mid \models A \vee \neg A \text{ (ПО ФОРМУЛЕ №23)}$$

$$6. A \rightarrow B \mid \models \neg A \vee B$$