

**Саратовский государственный технический университет  
имени Гагарина Ю.А.**

**Использование метода ЛАЧХ для синтеза  
регуляторов манипулятора с гибким стержнем.**

Выполнил Скалов Б. Ю

Руководитель работы: к.т.н., доц. Смарунь А.Б.

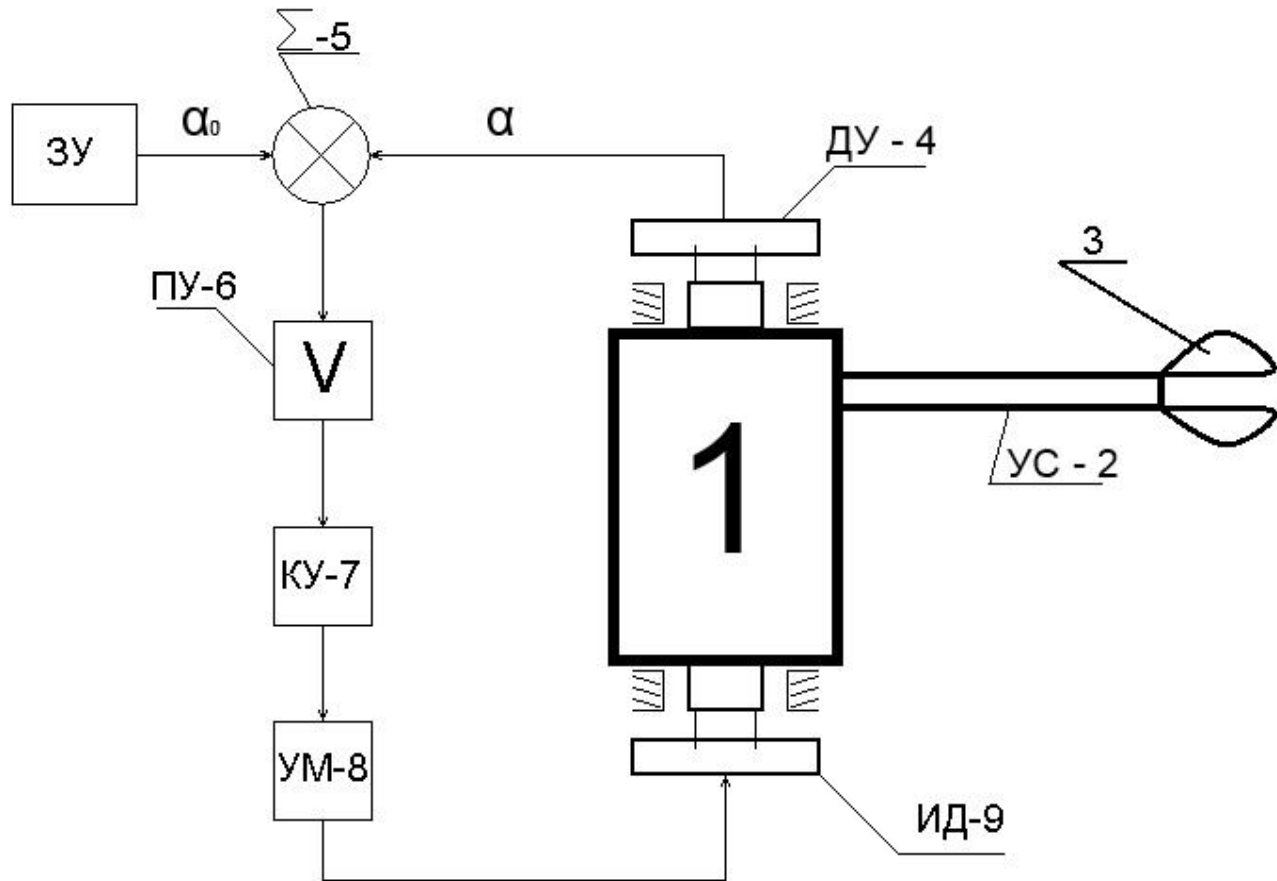
# Актуальность работы

- Манипулятор с рабочим органом в виде вязкоупругого стержня – сложная комбинированная система, состоящая из сосредоточенных и распределенных элементов. Для синтеза регулятора таких систем используются методы параметрической оптимизации, которые сложны и не наглядны.
- Является актуальным использовать для синтеза регулятора таких систем хорошо известный инженерам и наглядный метод логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик.

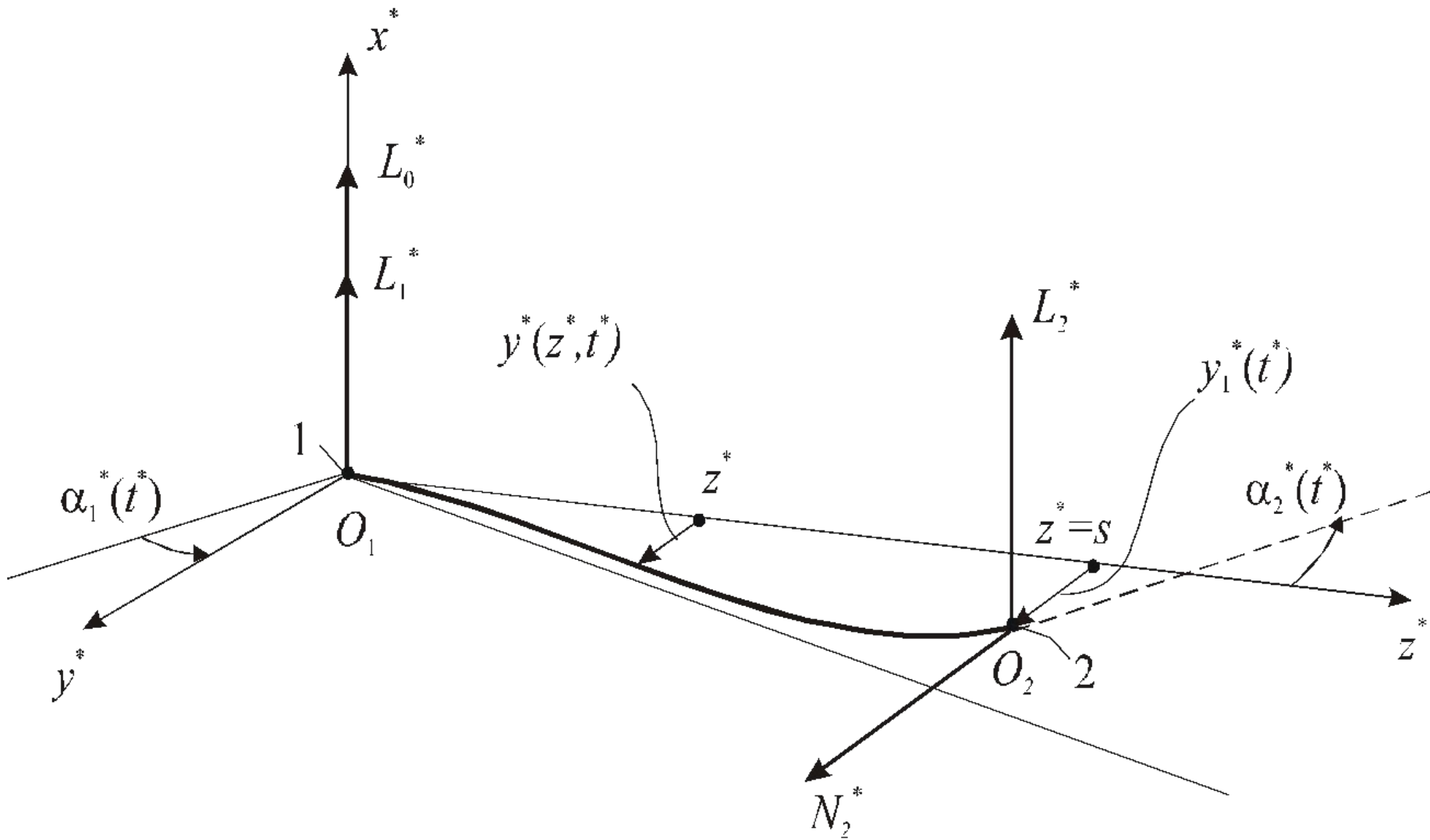
# Цель работы

- Целью работы является исследование возможности применения метода логарифмических амплитудно-частотных характеристик для синтеза регулятора системы управления манипулятором с упругим стержнем.

# Схема системы управления манипулятором



# Схема движения манипулятора



# Уравнения движения манипулятора в размерной форме

Уравнение углового движения абсолютно жесткого вала

$$J_0^* \ddot{\alpha}_1^* = \alpha_0^* - \Pi \alpha_1^* - k_0^* \alpha_1^* + L_1^*,$$

Уравнение углового движения исполнительного органа манипулятора

$$J_2^* (\ddot{\alpha}_1^* + \ddot{\alpha}_2^*) = L_2^*$$

Уравнение линейного перемещения исполнительного органа

$$m_2^* (\ddot{y}_1^* - s \ddot{\alpha}_1^*) = N_2^*,$$

Уравнение изгиба тонкого стержня

$$\rho(y_1^*(z^*, t^*) - z^* \alpha_1^*) = -EJ(1 + h \frac{D}{Dt^*}) y_1^{*''''}(z^*, t^*), \quad ( )' = \frac{D}{Dz^*}$$

# Уравнения движения манипулятора в размерной форме

Задаем граничные условия

$$z^* = 0: y^*(0, t^*) = 0, y^{*'}(0, t^*) = 0$$

$$z^* = s: y^*(s, t^*) = y_1(t^*), y^{*'}(s, t^*) = -\alpha_2^*(t^*)$$

и прогиб стержня в начальный момент времени  $t^* = 0$ :

$$\alpha_1^*(0) = 0, \varphi_1^*(0) = 0, \alpha_2^*(0) = 0, \varphi_2^*(0) = 0$$

$$y_1(0) = 0, \varphi_1(0) = 0, y^*(z^*, 0) = 0, \varphi^*(z^*, 0) = 0$$

Уравнения связи

$$L_1^* = -EJ \left( 1 + h \frac{D}{Dt^*} \right) y^{*''}(0, t^*), L_2^* = EJ \left( 1 + h \frac{D}{Dt^*} \right) y^{*''}(s, t^*)$$

$$N_2^* = EJ \left( 1 + h \frac{D}{Dt^*} \right) y^{*'''}(s, t^*)$$

# Приведение уравнений к безразмерной форме

Известно , что в гибких стержнях характерные процессы определяются такими параметрами стержней и их материала:

$E$  – модуль Юнга упругости материала;

$J$  – момент инерции поперечного сечения стержня;

$s$  – длина стержня;

$\rho$  – плотность материала стержня.

Их этих параметров можно составить комбинацию имеющую размерность времени

$$T = \left( \rho \frac{s^4}{EJ} \right)^{1/2}$$

Эта комбинация представляет собой характерное время протекающих в стержнях процессов



# Приведение уравнений к безразмерной форме

Имея единый масштаб длины можно ввести безразмерные переменные

$y_1 = y_1^* / \delta$ ,  $y_1$  - безразмерное упругое перемещение конца стержня;  
 $y = y^* / \delta$ ,  $y$  - безразмерный прогиб стержня;  
 $z = z^* / s$ ,  $z$  - безразмерная координата поперечного сечения стержня.

$$\alpha_0 = \alpha_0^* / \left( \frac{\delta}{s} \right), \quad \alpha_1 = \alpha_1^* / \left( \frac{\delta}{s} \right), \quad \alpha_2 = \alpha_2^* / \left( \frac{\delta}{s} \right), \quad \frac{\delta}{s} \ll 1$$

$$J_0 = J_0^* / (\rho s^3), \quad J_2 = J_2^* / (\rho s^3), \quad m_2 = m_2^* / (\rho s), \quad k_0 = k_0^* \frac{EJT}{s},$$

$$L_1 = L_1^* / L, \quad L_2 = L_2^* / L, \quad L = \frac{EJ\delta}{s^2}, \quad N_2 = N_2^* / N, \quad N = \frac{EJ\delta}{s^3}, \quad \gamma = h / T$$

# Уравнения движения манипулятора в безразмерной форме

Обыкновенные дифференциальные уравнения движения абсолютно твердых вала и исполнительного органа.

$$J_0 \ddot{\alpha}_1 + P \alpha_1 + k_0 \alpha_1 - L_1 = \alpha_0, \quad J_2 (\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_2) - L_2 = 0$$

$$\alpha = \alpha_1 - y_1, \quad m_2 (\ddot{y}_1 - \ddot{\alpha}_1) - N_2 = 0$$

Дифференциальное уравнение с частными производными, моделирующее процессы изгиба стержня.

$$y + \left(1 + \gamma \frac{D}{dt}\right) y'''' = z \alpha_1, \quad ( )' = \frac{D}{dz}$$

Граничные условия.

$$z = 0: y(0, t) = 0, \quad y'(0, t) = 0$$

$$z = 1: y(1, t) = y_1(t), \quad y'(1, t) = -\alpha_2$$

Начальные условия.

$$t = 0: \alpha_1(0) = \alpha_1(0) = \alpha_2(0) = \alpha_2(0) = y_1(0) = y_1(0) = y(z, 0) = y(z, 0) = 0$$

Уравнения связи абсолютно твердых вала и исполнительного органа через гибкий стержень.

$$L_1 = - \left(1 + \gamma \frac{D}{dt}\right) y''(0, t), \quad L_2 = \left(1 + \gamma \frac{D}{dt}\right) y''(1, t)$$

$$N_2 = \left(1 + \gamma \frac{D}{dt}\right) y'''(1, t)$$

# Уравнения системы управления манипулятором в изображениях

$$(J_0\lambda^2 + k_0\lambda + \Pi(\lambda)p)\alpha_1(\lambda) - L_1(\lambda) = p\alpha_0(\lambda) \quad J_2\lambda^2(\alpha_1(\lambda) + \alpha_2(\lambda)) - L_2(\lambda) = 0$$

$$m_2\lambda^2(y_1(\lambda) - \alpha_1(\lambda)) - N_2(\lambda) = 0, \quad \alpha(\lambda) = \alpha_1(\lambda) - y_1(\lambda), \quad \Pi(\lambda) = \frac{A(\lambda)}{B(\lambda)}$$

$$y''''(z, \lambda) - k^4 y(z, \lambda) = -k^4 z\alpha_1(\lambda), \quad k^4 = -\frac{\lambda^2}{1 + \gamma\lambda}$$

$$z = 0: y(0, \lambda) = 0, \quad y'(0, \lambda) = 0 \quad z = 1: y(1, \lambda) = y_1(\lambda), \quad y'(1, \lambda) = -a_2(\lambda)$$

$$L_1(\lambda) = -(1 + \gamma\lambda)y''(0, \lambda), \quad L_2(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)y''(1, \lambda) \quad N_2(\lambda) = (1 + \gamma\lambda)y'''(1, \lambda)$$

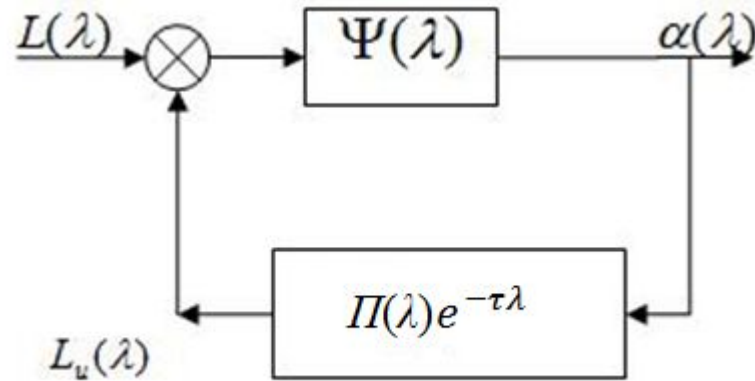
Здесь  $\alpha_0(\lambda)$ ,  $\alpha_1(\lambda)$ ,  $\alpha_2(\lambda)$ ,  $y_1(\lambda)$ ,  $y(z, \lambda)$ ,  $L_1(\lambda)$ ,  $L_2(\lambda)$ ,  $N_2(\lambda)$  – изображения соответствующих оригиналов;  $A(\lambda)$  и  $B(\lambda)$  – многочлены;  $\Pi(\lambda)$  – рациональная дробь;  $\lambda$  – произвольный комплексный параметр.

Выберем характерный прогиб  $\delta$  стержня используя методы теории упругости.

Согласно этой теории в стержне будут отсутствовать пластические деформации, если его характерный прогиб  $\delta$  удовлетворяет условию

$$\delta \leq \frac{s^2}{d} \cdot 10^{-3} [M] \quad ; \quad \text{поэтому принимаем} \quad \delta = \frac{s^2}{d} \cdot 10^{-3} [M] \quad , \text{ где } d \text{ - характерный диаметральный размер поперечного сечения стержня в направлении изгиба.}$$

# Передаточные функции замкнутой и разомкнутой систем стабилизации манипулятора



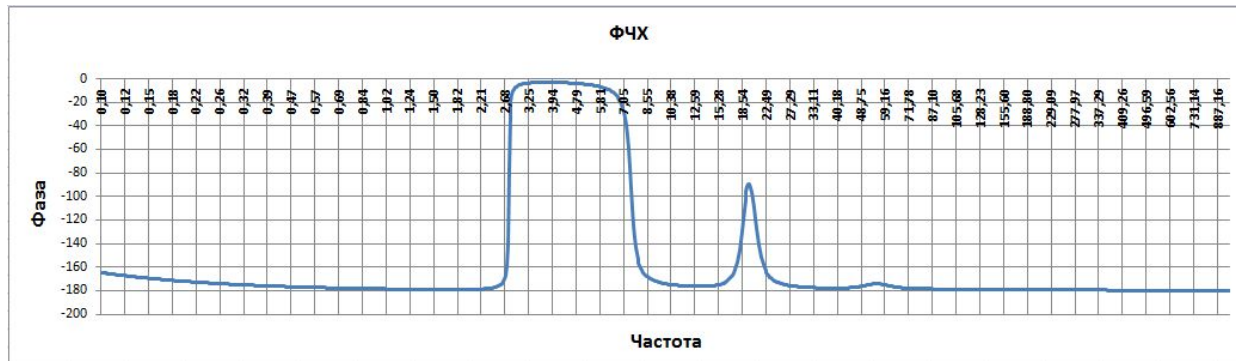
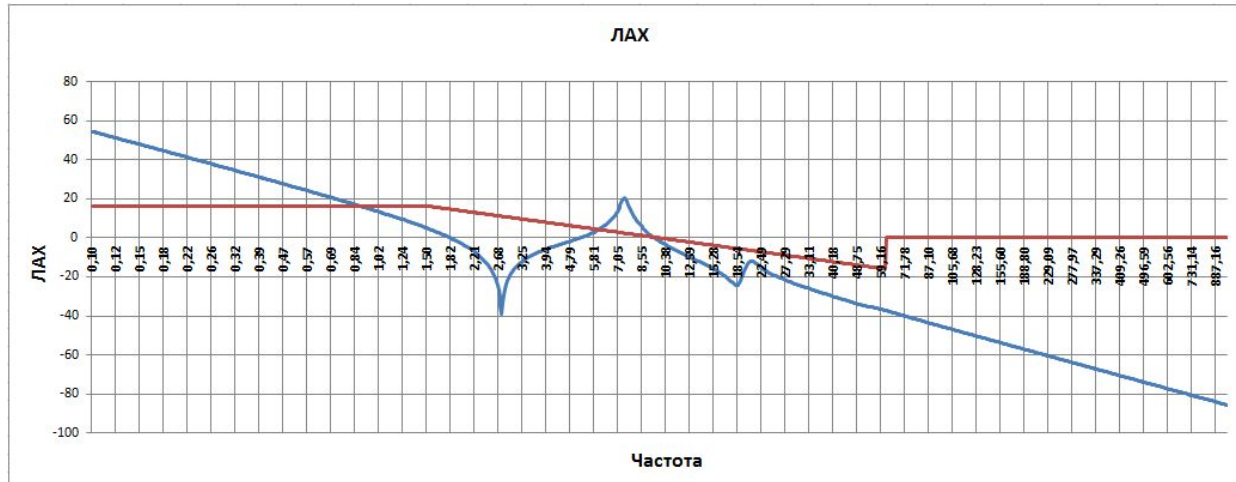
Структурная схема системы стабилизации манипулятора с регулятором самого общего вида

$$\Phi(\lambda) = \frac{\Psi(\lambda)}{1 + \Psi(\lambda)\Pi(\lambda)e^{-\tau\lambda}} = \frac{\alpha(\lambda)}{L(\lambda)} \quad \Psi(\lambda)\Pi(\lambda)e^{-\tau\lambda} = \frac{L_{\mu}(\lambda)}{L(\lambda)}$$

передаточная функция замкнутой системы управления

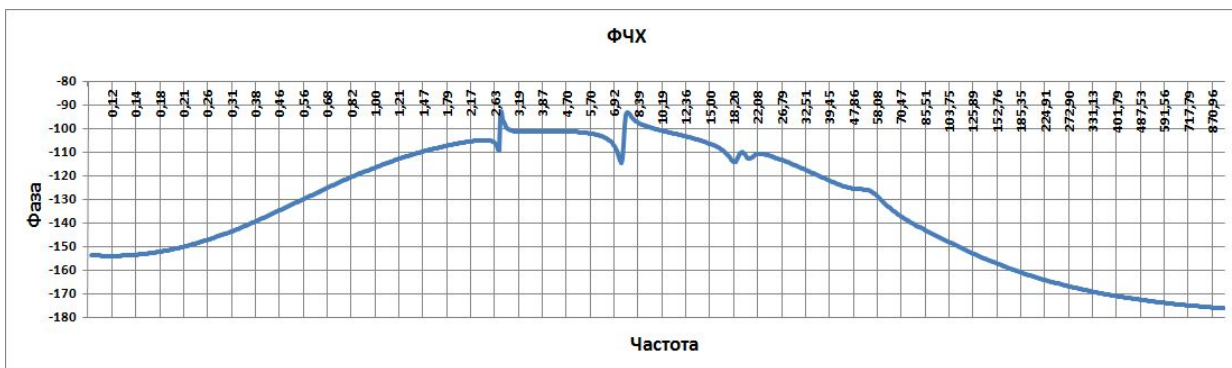
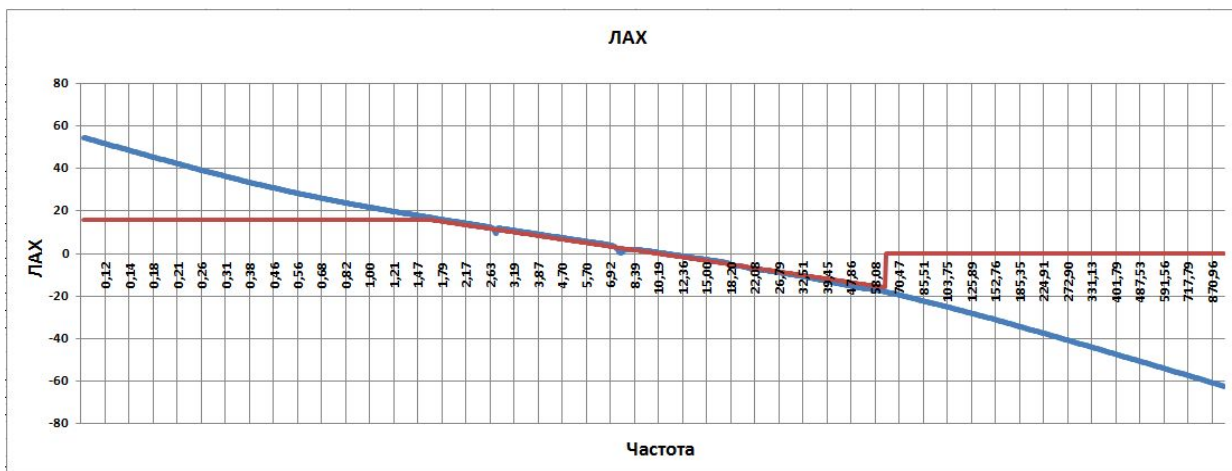
передаточная функция разомкнутой системы управления

# Синтез регулятора для системы управления манипулятором по методу ЛАЧХ



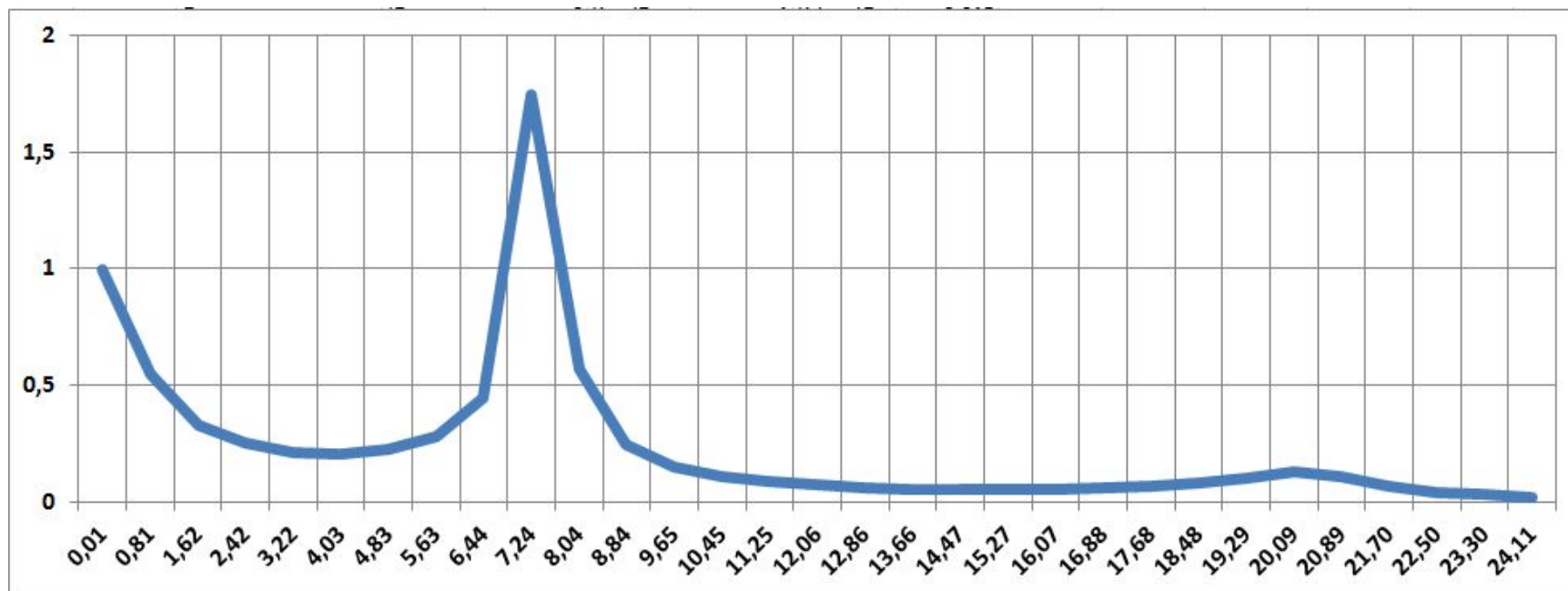
ФЧХ

# ЛАФЧХ системы управления при $T=0.36$



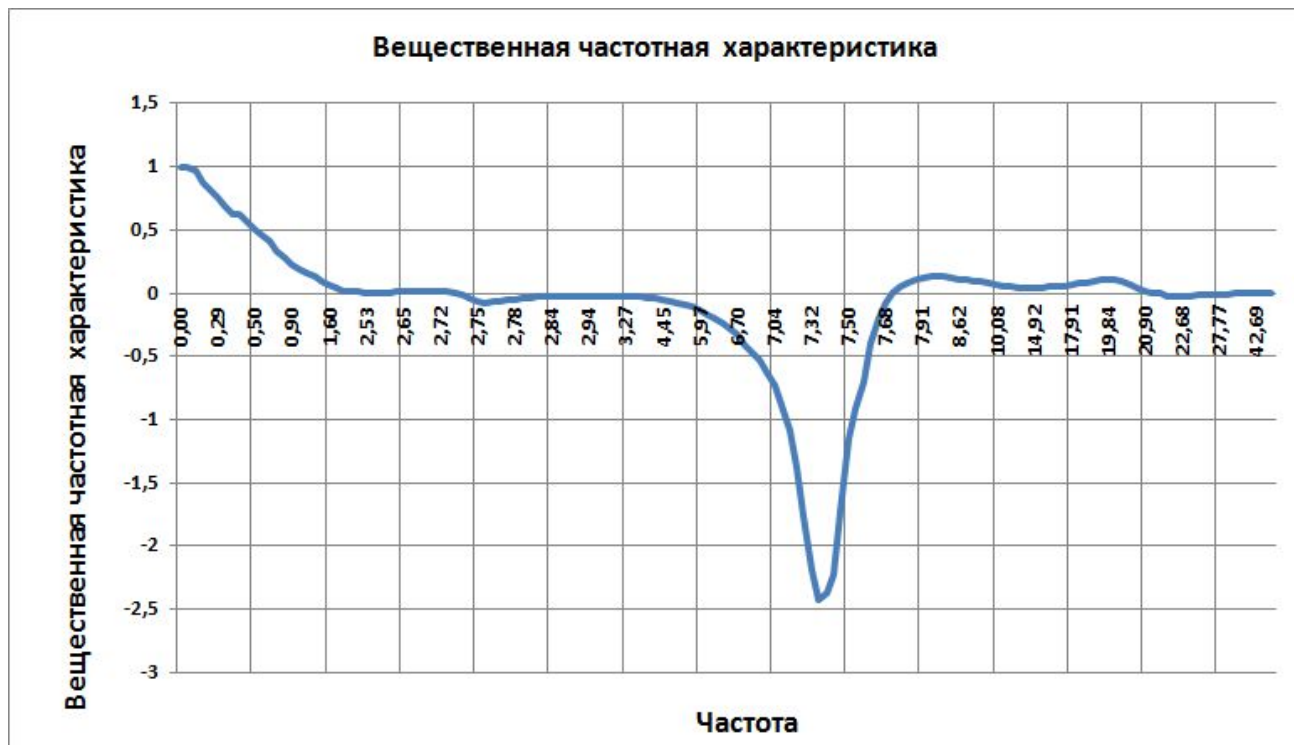
ФЧХ

# Амплитудная частотная характеристика замкнутой системы



АЧХ

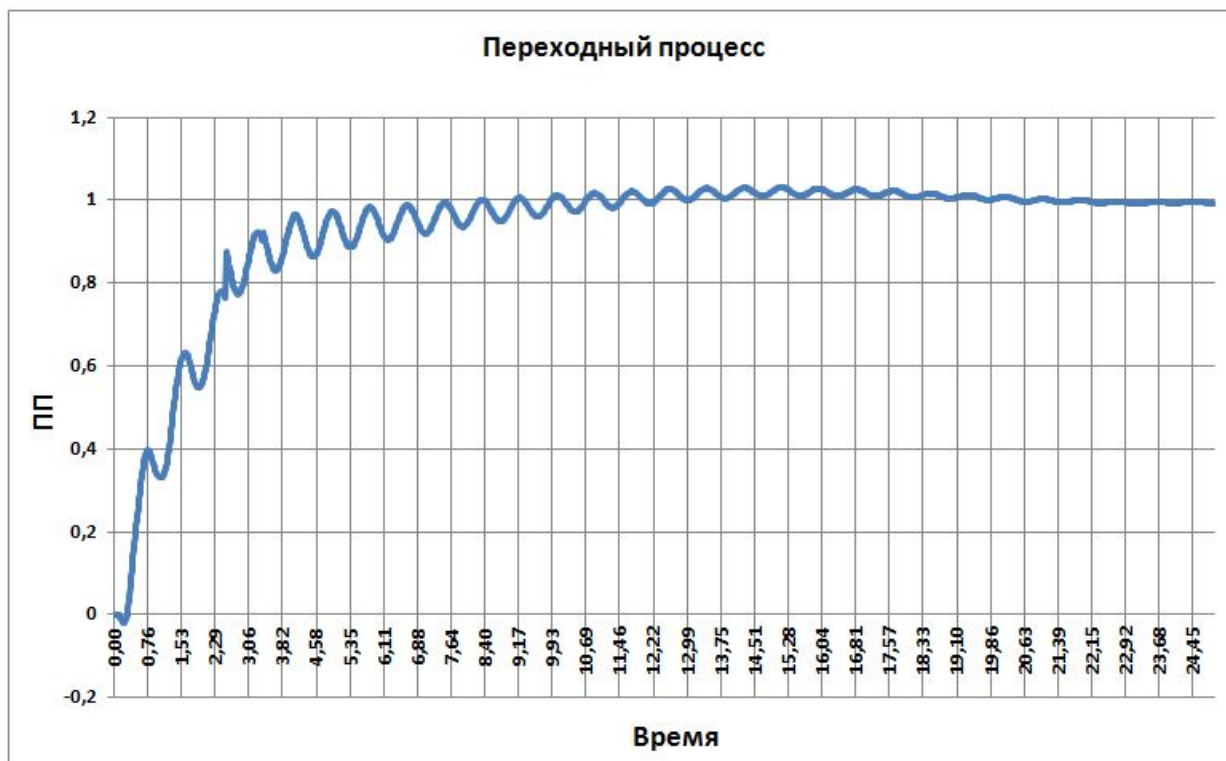
# Вещественная частотная характеристика замкнутой системы



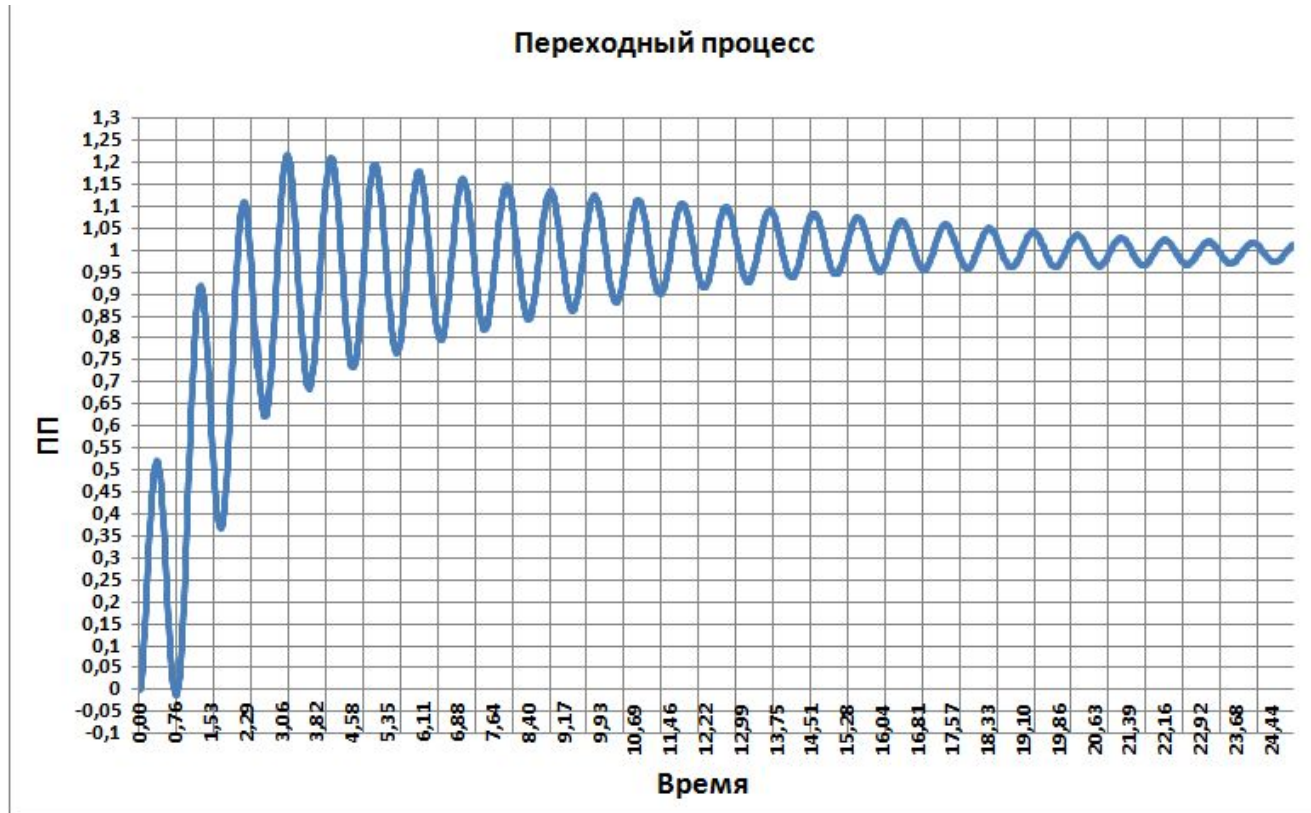
ВЧХ



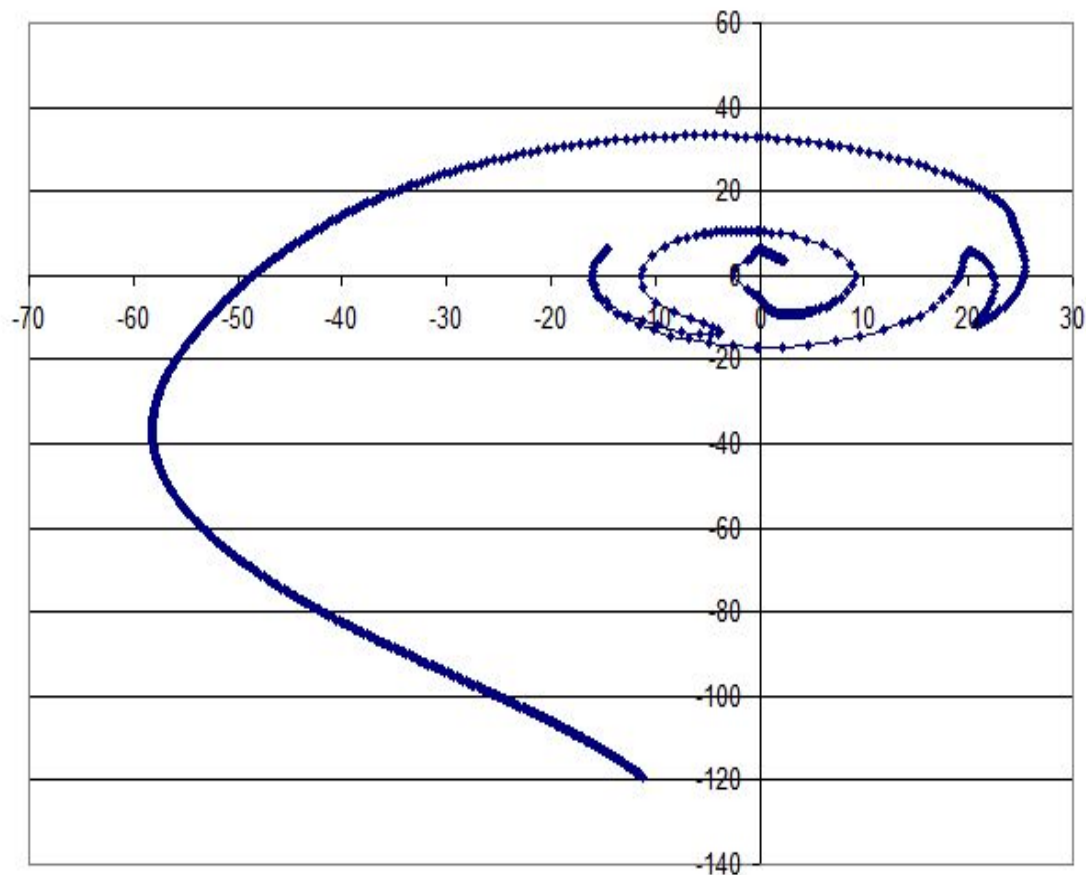
# Переходный процесс по углу поворота вала



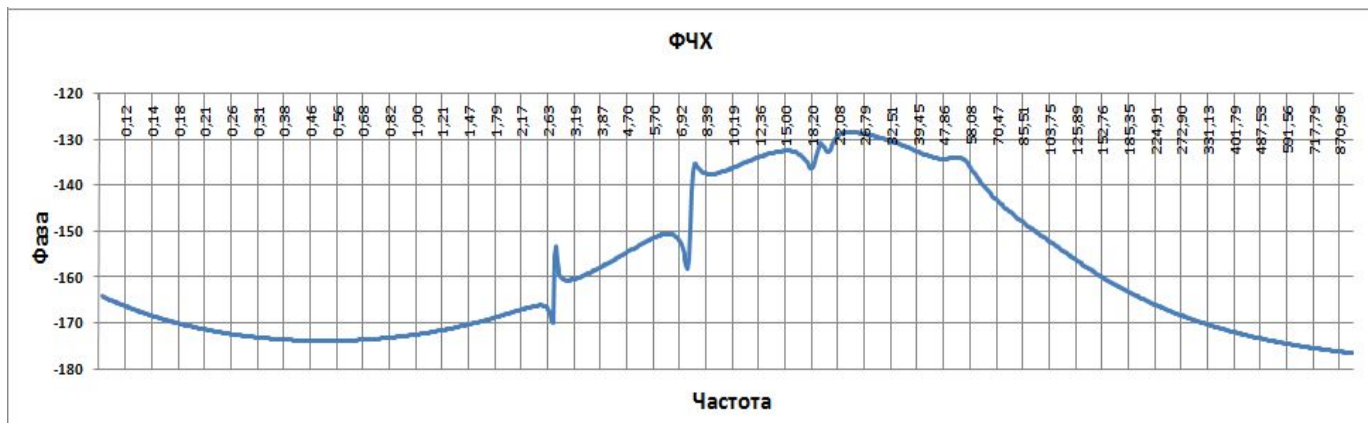
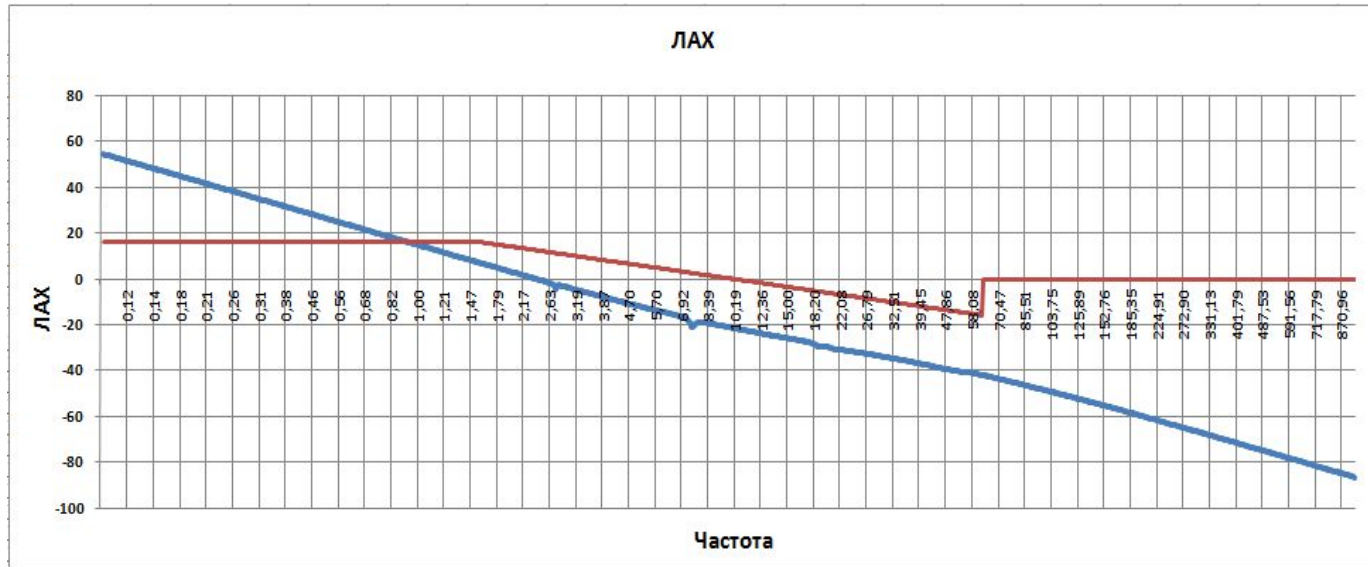
# Переходный процесс по углу поворота стержня манипулятора



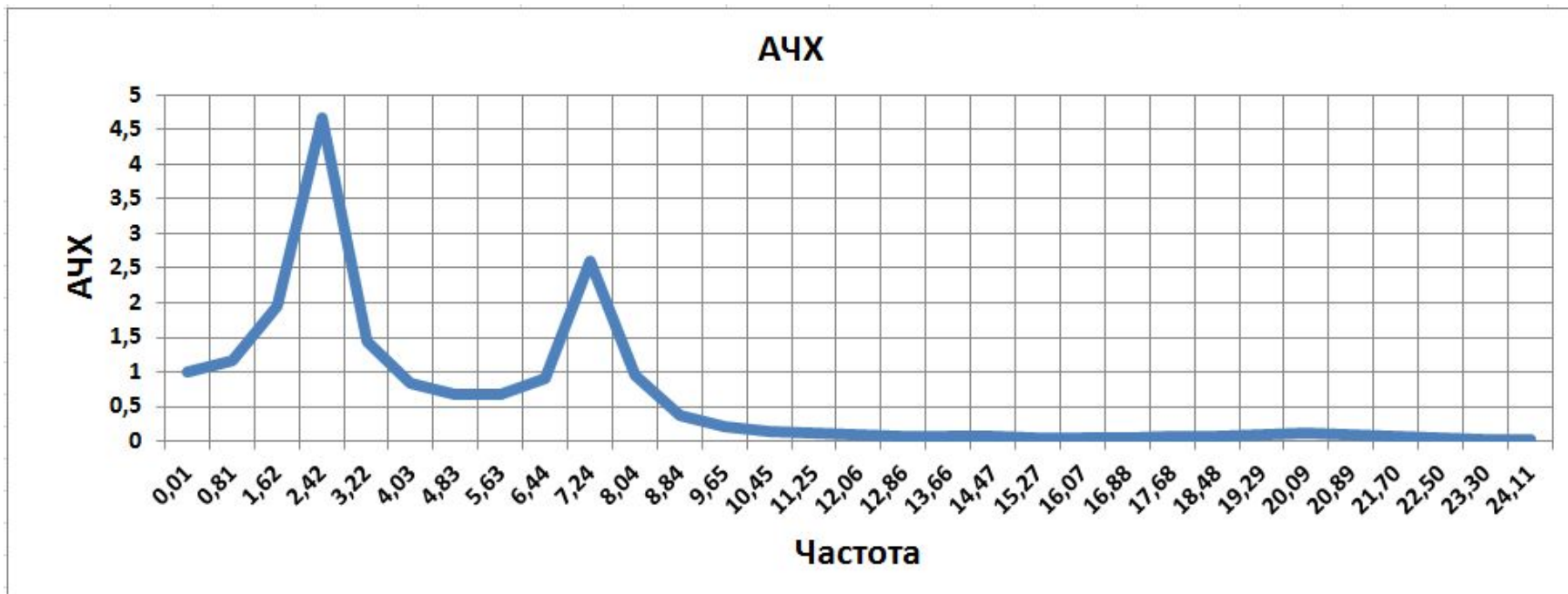
# Исследование устойчивости системы управления манипулятором по критерию Михайлова



# ЛАФЧХ системы управления при $T=0.125$

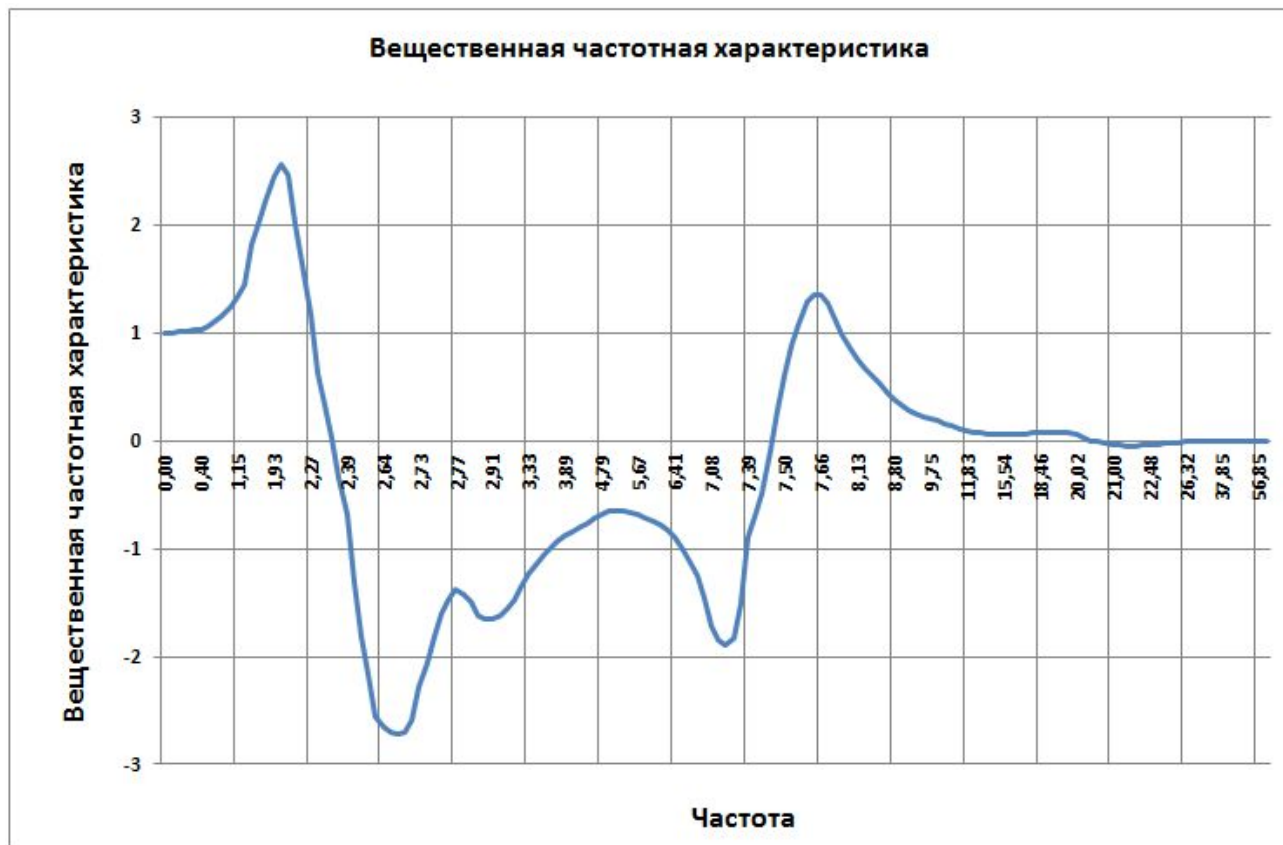


# Амплитудная частотная характеристика замкнутой системы



АЧХ

# Вещественная частотная характеристика замкнутой системы



ВЧХ

# Переходный процесс по углу поворота вала



# Переходный процесс по углу поворота стержня манипулятора





# Таблица частотных характеристик

Постоянная времени дифф. звена	Параметр ЛФЧХ			АЧХ Показатель колеб.	ВЧХ		ПП	
	Частота ср. $\omega_{cp}$	Запас по фазе $\phi$	Запас по амплитуде L		$P_{max}$	$\Omega_{cp}$	Время t.	Перерегулирование
1.50	9.75	80	$\infty$	1	1	7.64	9.17	1.05
1	5.3	75	$\infty$	1	1	7.56	3.28	1.05
0.5	2.99	56	$\infty$	1.2	1	7.49	3.06	1.2
0.25	2.31	36	$\infty$	2.1	1.35	7.46	6	1.5
0.125	2.25	13	$\infty$	4.6	2.5	7.44	12	1.7

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- СФОРМУЛИРУЕМ ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ:
- 1. Разработаны размерная и безразмерная математические модели системы управления манипулятора с рабочим инструментом в виде вязкоупругого стержня.
- 2. Сформирована структурная схема системы управления плоским движением манипулятора с вязкоупругим стержнем. Получены передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем управления манипулятором.
- 3. Методом логарифмических амплитудных и фазовых частотных характеристик получены корректирующие устройства для системы управления плоским движением манипулятора с вязкоупругим стержнем, для разных значений частотных показателей качества управления.
- 4. Показано, что для системы управления манипулятора с рабочим инструментом в виде вязкоупругого стержня для получения приемлемых показателей переходных процессов требуются более высокие частотные показатели качеств по сравнению с системами с сосредоточенными параметрами.

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ**