

5. УСТОЙЧИВОСТЬ САУ

Устойчивость САУ

Устойчивостью называют свойство САУ

возвращаться к последующему установившемуся состоянию после приложения возмущающего воздействия, которое вывело её из состояния равновесия.

Системы АУ, обладающие указанным свойством, называют **устойчивыми**. Системы, в которых не восстанавливается равновесный режим, а при отклонениях от него регулируемая величина начинает неограниченно возрастать или совершать колебания с возрастающей амплитудой, называют **неустойчивыми**.

Обеспечение устойчивости является **необходимым условием работоспособности**.

Поэтому исследование САУ на устойчивость представляет собой одну из основных задач в ТН.

Различают два вида устойчивости: устойчивость в «малом» и устойчивость в «большом».

- САУ называют **устойчивой в «малом»**, если устойчивость проявляется в результате бесконечно малых изменений возмущающего воздействия. В том случае, когда система сохраняет устойчивое состояние при достаточно больших, конечных по величине изменениях возмущающего воздействия, то САУ называют **устойчивой в «большом»**.
- Для линейных систем регулирования требования устойчивости в «малом» является необходимым и достаточным условием устойчивости в «большом». Для нелинейной системы устойчивость в «малом» в общем случае не означает, что она устойчива в «большом».

Причиной неустойчивости замкнутых САУ является наличие в них элементов, способных запасать энергию. В **электрических цепях** такими аккумуляторами являются **индуктивности и ёмкости**. В **механических** системах ту же роль играют **движущиеся массы**, обладающие **механической инерцией**.

В **электромеханических системах**, системах **электропривода** такими накопителями энергии являются как **индуктивности и ёмкости**, так и **движущиеся массы**.

В замкнутых САУ часть энергии с выхода передаётся на вход системы. Если бы передача энергии совершалась без задержки времени, что реально невыполнимо, то, по-видимому, проблемы обеспечения устойчивости не было бы.

Применение **безынерционных аппаратов** – **вентильных преобразователей**, **полупроводниковых и вентильных усилителей** и так

5.1 Устойчивость

Линейное звено является устойчивым, если после окончания внешнего воздействия его состояние с течением времени возвратится к исходному.

Единичный импульс может быть рассмотрен как кратковременное воздействие. В таком случае об устойчивости линейного звена можно судить по значению $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ при $t \rightarrow \infty$:

звено устойчиво, если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\hat{U}\hat{O}}(t) = 0;$$

звено неустойчиво, если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\hat{U}\hat{O}}(t) = \infty;$$

звено нейтрально, если

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\hat{U}\hat{O}}(t) \neq \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \infty \end{array} \right\}.$$

Если $x_{\text{ВЫХ}}(t)$ при $t \rightarrow \infty$ является **периодической** функцией времени, т.е.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_{\text{ВЫХ}}(t + t_1) = x_{\text{ВЫХ}}(t_1) = x_{\text{ВЫХ}}(t_1 + T)$$

где T – период колебаний, то звено называется **консервативным**.

Каждому **вещественному** значению p_i соответствует слагаемое вида

$$x_{\text{АУО}}(t) = c_i \cdot e^{p_i t},$$

где c_i – постоянная интегрирования.

Комплексной паре корней характеристического уравнения

$$p_i = \alpha_i + j\omega_i; \quad p_{i+1} = \alpha_i - j\omega_i.$$

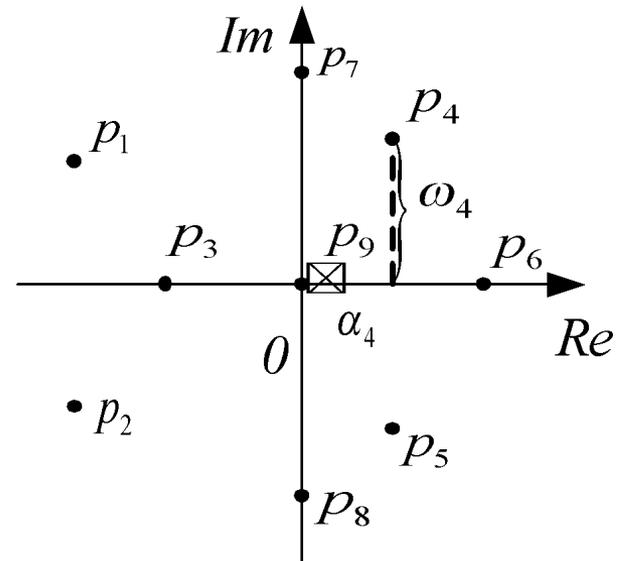
соответствует слагаемое
вида

$$\begin{aligned} x_{k\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) &= x_{i\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) + x_{i+1\hat{A}\hat{U}\tilde{O}}(t) = \\ &= \tilde{n}_i \cdot e^{(\alpha_i + j\omega_i) \cdot t} + c_{i+1} \cdot e^{(\alpha_i - j\omega_i) \cdot t} = \\ &= A \cdot e^{\alpha_i \cdot t} \sin(\omega_i \cdot t + \varphi_i). \end{aligned}$$

Следует различать три случая расположения корней, когда вещественная часть корня:

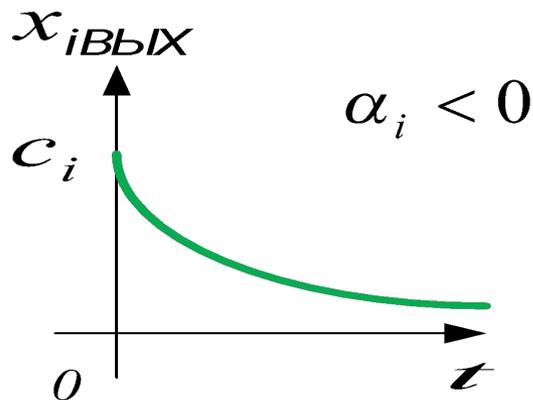
- 1) отрицательна ($\alpha_i < 0$);
- 2) положительна ($\alpha_i > 0$);
- 3) равна нулю ($\alpha_i = 0$).

В первом случае корень лежит в **левой полуплоскости** корней, т.е. **левее мнимой оси** (см. p_1, p_2, p_3), во втором случае – в **правой полуплоскости**, т.е. **правее мнимой оси** (см. p_4, p_5, p_6); в третьем случае (см. p_7, p_8, p_9) – **на мнимой оси**.

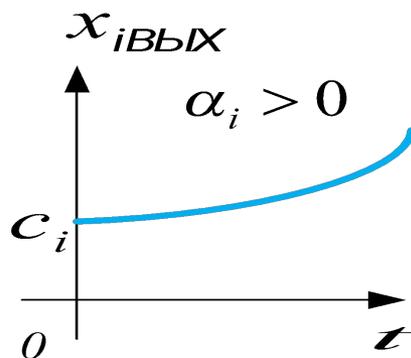


На рисунке для каждого случая расположения корней показаны графики при вещественном корне (а, б, в) и при паре сопряжённых комплексных корней (г, д, е).

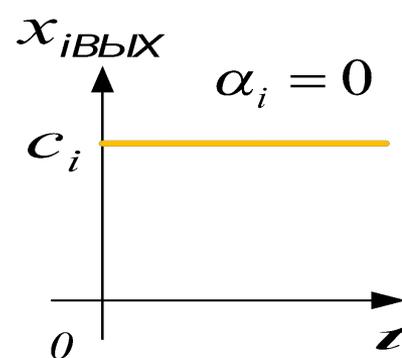
а)



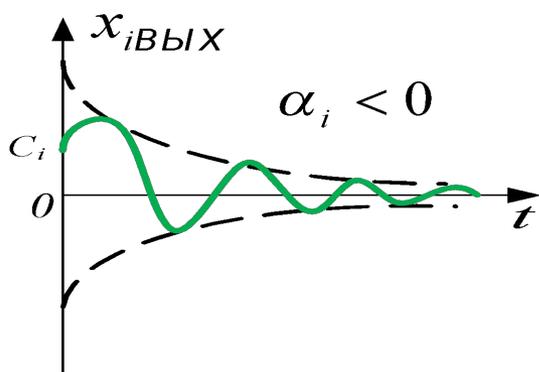
б)



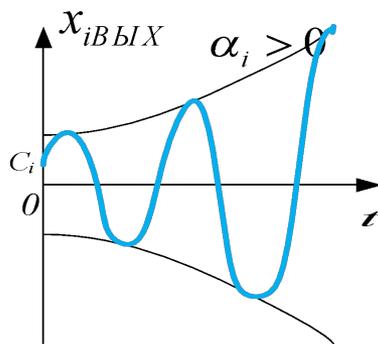
в)



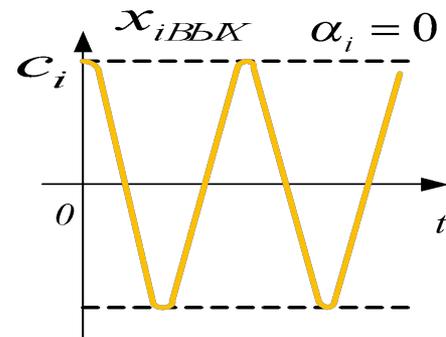
г)



д)



е)



Необходимым и достаточным условием устойчивости линейного звена является отрицательное значение вещественной части всех корней характеристического уравнения $W(p)$, т.е. все корни характеристического уравнения должны лежать в **левой полуплоскости p .**

5.2 Критерии устойчивости

Критерии устойчивости – это правило, позволяющее без непосредственного определения корней характеристического уравнения САУ определять их расположение на комплексной плоскости корней.

Такая задача впервые была поставлена Максвеллом в 1868 г. и решена Гауссом в 1873 году. Позднее, в 1895 году по просьбе словацкого профессора Стодолы, занимающегося исследованием процесса регулирования турбины, швейцарским математиком Гурвицем был найден алгебраический критерий устойчивости, который формулирует условия устойчивости в форме определителей (в матричной форме). Несмотря на то, что критерии Гаусса и Гурвица одинаковы по содержанию и отличаются лишь по форме, критерий Гурвица нашёл более широкое применение.

Различают два вида критериев:

- Алгебраические критерии (Гаусса, Гурвица).
- Частотные критерии (Михайлова, Найквиста).

5.3 Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Пусть дано характеристическое уравнение

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 = 0.$$

Теорема Гурвица гласит: **все корни уравнения будут иметь отрицательные действительные части тогда и только тогда, когда все диагональные определители главного определителя положительны.**

Главный определитель определяется следующим образом:

1. По главной диагонали в порядке возрастания индексов выписываются все коэффициенты от a_1 до a_n .
2. Каждая из строк дополняется вправо коэффициентами с убывающими индексами, влево – с возрастающими.
3. На месте отсутствующих коэффициентов ставятся нули.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & \dots & 0 \\ a_5 & a_4 & a_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_n \end{vmatrix}.$$

Таким образом, условием устойчивости (отрицательности действительных частей корней) по критерию Гурвица являются:

1. Все коэффициенты характеристического уравнения должны быть положительны – необходимое условие.

2. Все диагональные определители должны быть положительны – достаточное условие, то есть:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} > 0, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ a_5 & a_4 & a_3 \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_n = \Delta > 0.$$

Можно показать, что если выполнены все условия критерия Гурвица, кроме одного ($\Delta_{n-1} = 0$), то характеристическое уравнение системы имеет пару сопряженных чисто мнимых корней. Если же выполнены все условия Гурвица, кроме $a_0 = 0$, то уравнение имеет один нулевой корень - это следует из непосредственного рассмотрения характеристического уравнения. И в одном, и в другом случаях система находится на границе устойчивости: в первом случае она называется границей **колебательной устойчивости**, а в другом – **апериодической устойчивости**.

Рассмотрим примеры.

Пример 5.1. Установить, устойчива ли система, если характеристическое уравнение её имеет

ВИД:

а) $p^4 + 2 \cdot p^2 + p + 1 = 0$ - так как коэффициент $a_3 = 0$, то
 $a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$ есть не выполнено необходимое
условие, то система неустойчива.

б) $p^4 + 3 \cdot p^3 + 2 \cdot p^2 + p + 1 = 0,$
 $a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$

$\Delta_1 = 1 > 0,$ $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 3 < 0$ - система не устойчива, так как
не выполнено достаточное
условие.

Пример 5.2. Определить, при каких k система будет устойчива:

$$p^4 + 3p^3 + 2p^2 + p + k = 0,$$

$$a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0$$

а) $k > 0.$

б) Вычисляем диагональные

определители

$$\Delta_1 = a_1 = 1 > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & k \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 3k > 0; \quad k < \frac{2}{3};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & k & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - k \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 5 - 9k > 0; \quad k < \frac{5}{9};$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 1 & k & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & k \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \Delta_3 > 0; \quad k < \frac{5}{9}, \quad \text{итак, система устойчива при } 0 < k < \frac{5}{9}.$$

Существенные недостатки критерия Гурвица:

- Критерий лишен наглядности, носит формальный характер и ничего не говорит о качестве устойчивости, то есть насколько далека система от границы устойчивости.
- Коэффициенты или параметры, характеризующие физические свойства звеньев системы, входят зачастую в столь сложных комбинациях, что практически трудно установить, какие именно параметры и каких звеньев следует изменить, чтобы обеспечить устойчивость САР.
- Необходимо иметь аналитические уравнения звеньев и всей системы, что не всегда удобно.

5.1 Частотные критерии устойчивости

Впервые были использованы частотные методы определения устойчивости Найквистом при исследовании электронных усилителей с отрицательной обратной связью. Для САУ впервые обосновал и обобщил частотные методы в 1938 году [А.В.Михайлов](#) (статья «Метод гармонического баланса в теории регулирования», «Автоматика и телемеханика» №3, 1938 год).

Пусть дано [характеристическое уравнение](#)

$$A^n(p) = a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_0 = 0.$$

Если заменить в $A^n(p)|_{p = j \cdot \omega}$, то получится [характеристический вектор](#)

$$A^n(j \cdot \omega).$$

В основе критерия Михайлова лежит известный в теории функций комплексного переменного **принцип аргумента**.

Характеристический вектор может быть разложен на множители по теореме **Виетта**

$$\overline{A^n(j\omega)} = a_n \cdot (j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \cdot \dots \cdot (j\omega - p_n) = a_n \cdot \prod_{v=1}^n \overline{(j \cdot \omega - p_v)}.$$

Найдём аргумент комплексного числа

$$\arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \sum_{i=1}^n \arg \overline{(j \cdot \omega - p_i)}.$$

Изменение аргумента вектора $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении

$$-\infty < \omega < +\infty \quad \Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)}_{-\infty < \omega < \infty} = \sum_{i=1}^n \Delta \arg \overline{(j \cdot \omega - p_i)}_{-\infty < \omega < \infty} \quad (5.17)$$

Согласно (5.17) для определения изменения аргумента необходимо подсчитать сумму изменений аргументов двучленов

$$\overline{(j \cdot \omega - p_i)} \\ -\infty < \omega < \infty$$

В основу частотных критериев исследования устойчивости САУ положено следующее: если расположить корень p_i характеристического уравнения в комплексной плоскости и рассматривать вектор $\overline{j \cdot \omega - p_i}$

при изменении ω от $-\infty$ до $+\infty$, то каждый вектор повернется на угол «б)»

$$\Delta \overline{\arg(j \cdot \omega - p_i)} = -\pi, \\ -\infty < \omega < \infty$$

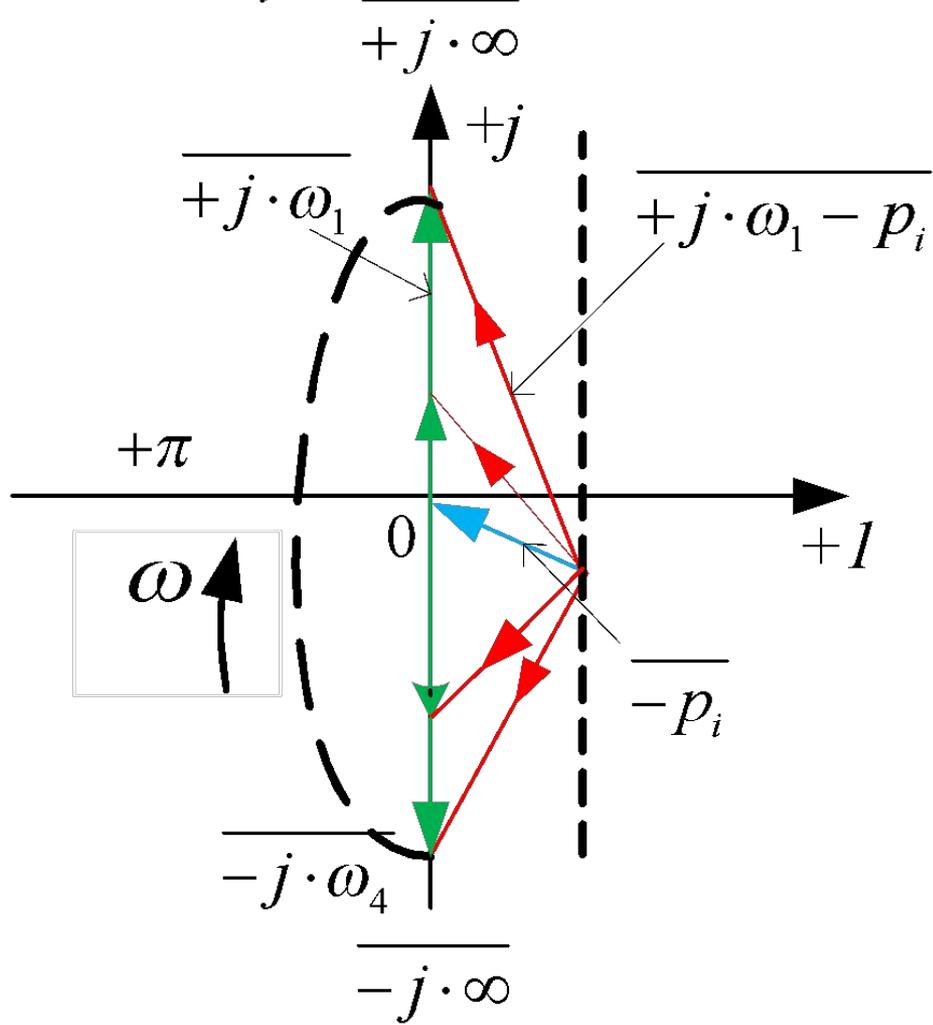
если корень p_i расположен в правой части комплексной полуплоскости;

и на угол «а)»

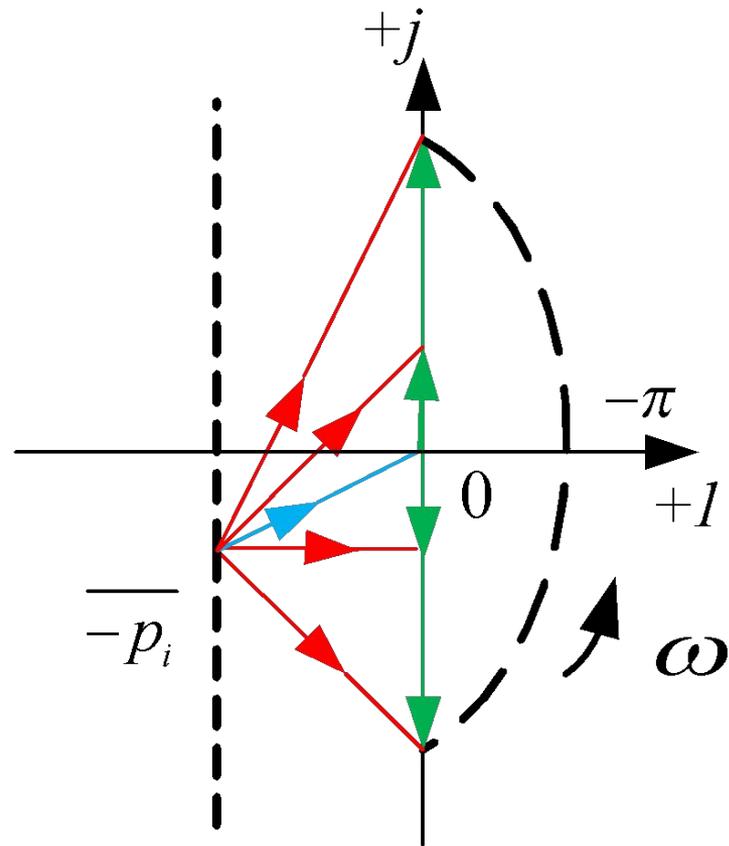
$$\Delta \overline{\arg(j \cdot \omega - p_i)} = +\pi, \\ -\infty < \omega < \infty$$

если корень p_i расположен в левой части комплексной полуплоскости.

a) $\text{Re } p_i > 0$



b) $\text{Re } p_i < 0$



Таким образом, если принять, что q корней характеристического уравнения n -порядка имеют положительную вещественную составляющую, а $(n - q)$ – отрицательную, то характеристический вектор $\overline{A^n}$ при изменении $-\infty < \omega < +\infty$ получит приращение аргумента

$$\Delta \arg A^n(j \cdot \omega) = \pi \cdot (n - q) - \pi \cdot q = \pi \cdot (n - 2 \cdot q).$$

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Для устойчивой системы при

$$-\infty < \omega < +\infty$$

изменении $\Delta \arg A^n(j \cdot \omega) = \pi \cdot n.$

(1)

$$-\infty < \omega < +\infty$$

Выражения и представляют собой запись принципа аргумента для характеристического полинома $A^n(p)$.

5.2 Частотный критерий устойчивости Михайлова

Заменяем в полиноме $A^n(p)$ p на $j \cdot \omega$, тогда

$$\overline{A^n(j \cdot \omega)} = \overline{U(\omega) + j \cdot V(\omega)}$$

где $U(\omega)$ – вещественная часть полинома $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$;

$V(\omega)$ – мнимая часть полинома $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$.

На комплексной плоскости он может быть представлен в виде вектора.

При изменении ω $-\infty$ до $+\infty$ вектор $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ своим концом опишет в комплексной плоскости кривую, которая называется годографом Михайлова или характеристикой кривой. Поскольку функция $U(\omega)$ является чётной функцией ω , а $V(\omega)$ - нечётной то **годограф Михайлова симметричен относительно вещественной оси**. Поэтому нет необходимости рассматривать весь годограф Михайлова, а достаточно рассмотреть лишь одну его часть, которая вычерчивает вектор $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении от 0 до ∞ . Тогда из уравнения (1) следует, что для устойчивой системы приращение аргумента вектора $\overline{A^n(j \cdot \omega)}$ при изменении $0 < \omega < \infty$ должно быть

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

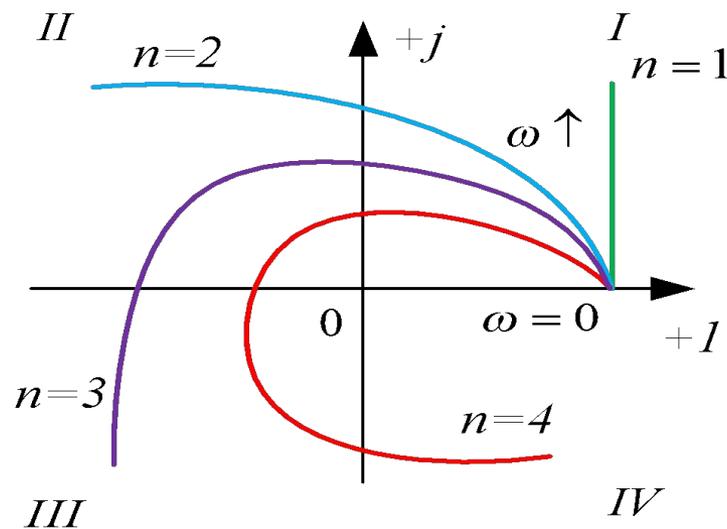
$$0 < \omega < \infty$$

Полученное выражение и есть частотный критерий устойчивости Михайлова в математической форме. Словами его можно выразить

так:

САУ устойчива тогда и только тогда, когда характеристический вектор при изменении ω от 0 до $+\infty$ последовательно обходит число квадрантов, равное порядку характеристического уравнения, нигде не обращаясь в нуль.

Здесь показаны годографы Михайлова для устойчивых систем при различных значениях n . Все они начинаются при $\omega = 0$ со значением a_0 на положительной полуоси. Это означает, характеристические уравнения приведены к виду, при котором их коэффициенты положительны. Годографы уходят в бесконечность при $\omega \rightarrow \infty$ и обходят соответствующее число квадрантов.



Пример 1

Определить устойчивость системы,
характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + 2 \cdot p^2 + p + 1.$$

Решение:

Заменим в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$A^3(j \cdot \omega) = (j \cdot \omega)^3 + 2 \cdot (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= -j \cdot \omega^3 - 2 \cdot \omega^2 + j \cdot \omega + 1 =$$

$$= (1 - 2 \cdot \omega^2) + j \cdot \omega \cdot (1 - \omega^2)$$

$$U(\omega) \qquad V(\omega)$$

Приравняем $V(\omega)$ и $U(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

$$U(\omega) = 1 - 2 \cdot \omega^2 = 0;$$

$$V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

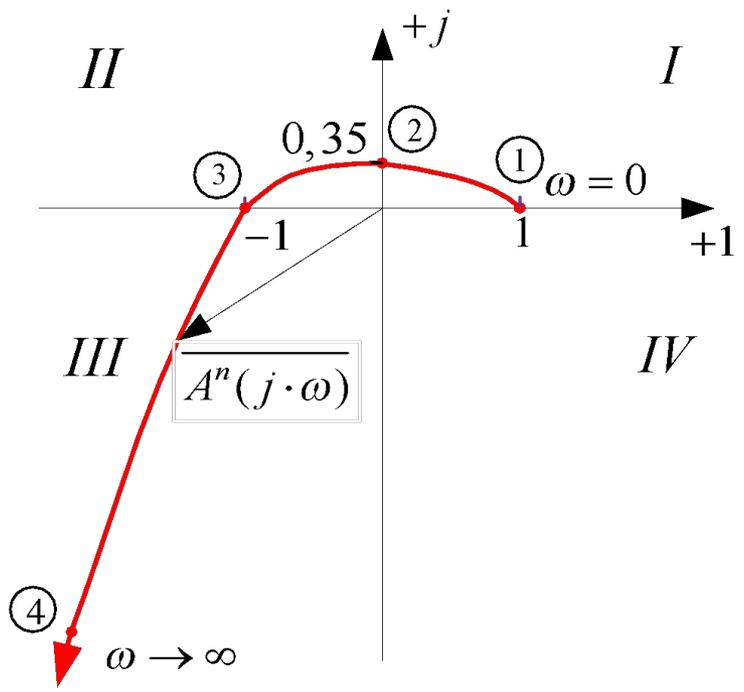
$$\omega_2 = 0;$$

$$\omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	∞
$U(\omega)$	1	0	-1	$-\infty$
$V(\omega)$	0	0,35	0	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j \cdot \omega)}$:



Вывод: система устойчива. Поскольку годограф Михайлова огибает три квадранта (по числу, равному порядку характеристического уравнения) в порядке возрастания ***I – II – III***

Пример 2

Определить устойчивость системы,
характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + p^2 + p + 2.$$

Решение:

Заменяем в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$A^3(j \cdot \omega) = (j \cdot \omega)^3 + (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 2 =$$

$$= -j \cdot \omega^3 - \omega^2 + j \cdot \omega + 2 =$$

$$= (2 - \omega^2) + j \cdot \omega \cdot (1 - \omega^2)$$

$$U(\omega) \qquad V(\omega)$$

Приравняем $U(\omega)$ и $V(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

$$U(\omega) = 2 - \omega^2 = 0;$$

$$V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = \sqrt{2}.$$

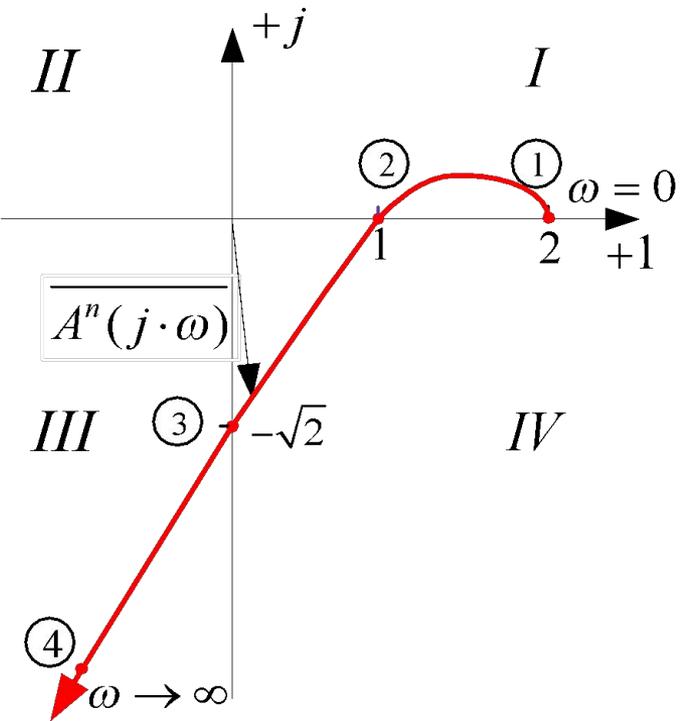
$$\omega_2 = 0;$$

$$\omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	1	$\sqrt{2}$	∞
$U(\omega)$	2	1	0	$-\infty$
$V(\omega)$	0	0	$-\sqrt{2}$	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j \cdot \omega)}$:



Вывод: система неустойчива. Поскольку годограф Михайлова огибает три квадранта (по числу, равному порядку характеристического уравнения), но не в порядке возрастания $I - IV - III$

Пример 3

Определить устойчивость системы,
характеристическое уравнение которой

$$A^3(p) = p^3 + p^2 + p + 1.$$

Решение:

Заменяем в уравнении p на $j \cdot \omega$

$$\begin{aligned} A^3(j \cdot \omega) &= (j \cdot \omega)^3 + (j \cdot \omega)^2 + j \cdot \omega + 1 = \\ &= -j \cdot \omega^3 - \omega^2 + j \cdot \omega + 1 = \\ &= \underbrace{(1 - \omega^2)}_{U(\omega)} + j \cdot \omega \cdot \underbrace{(1 - \omega^2)}_{V(\omega)} \end{aligned}$$

Приравняем $V(\omega)$ и $U(\omega)$ к нулю, и найдём корни уравнений

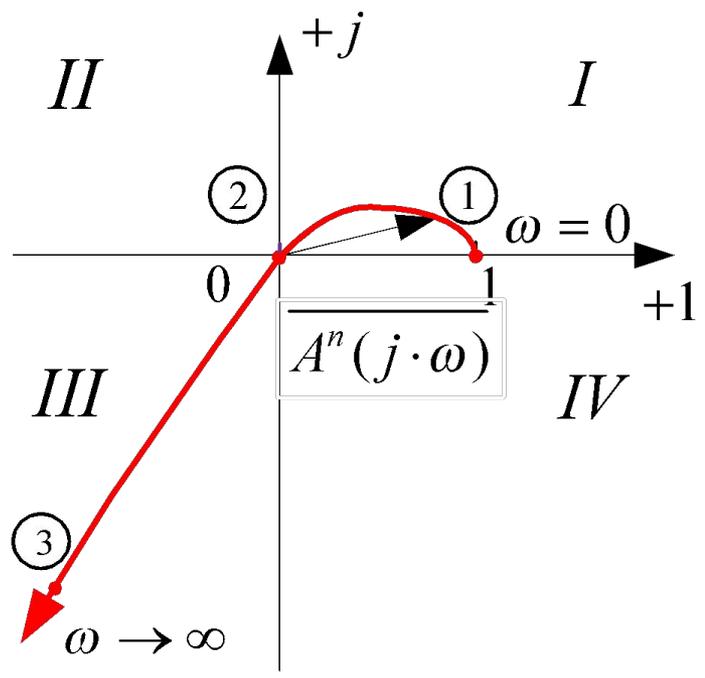
$$U(\omega) = 1 - \omega^2 = 0; \quad V(\omega) = \omega \cdot (1 - \omega^2) = 0;$$

$$\omega_1 = 1. \quad \omega_2 = 0; \quad \omega_3 = 1.$$

Составим таблицу:

ω	0	1	∞
$U(\omega)$	1	0	$-\infty$
$V(\omega)$	0	0	$-\infty$

Строим годограф Михайлова $\overline{A(j \cdot \omega)}$:

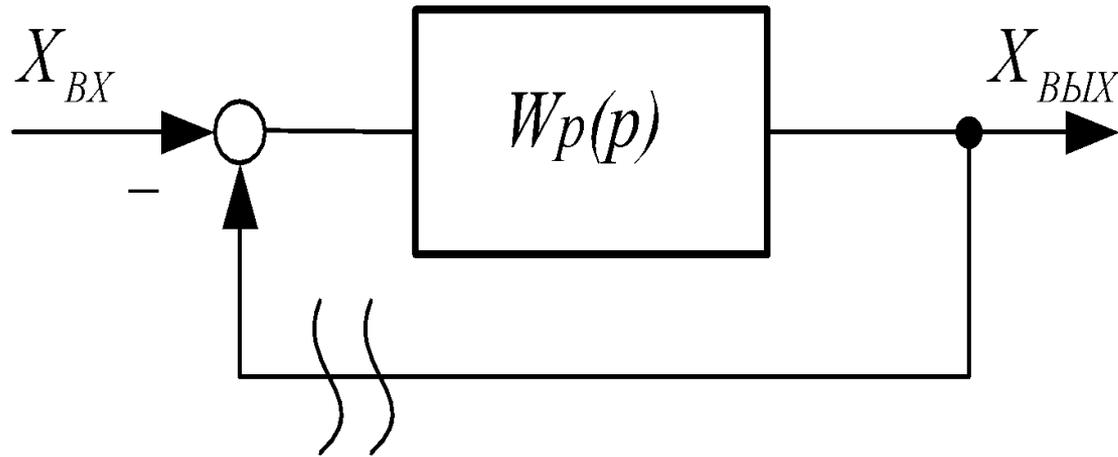


Вывод: система находится на грани устойчивости. Поскольку годограф Михайлова огибает два квадранта (по числу, не равному порядку характеристического уравнения), и проходит через нуль (I – III).

5.5 Частотный критерий устойчивости Найквиста

Для исследования устойчивости усилителей с обратной связью Найквист в 1932 г. предложил критерий устойчивости, основанный на анализе частотных характеристик системы. Для исследования устойчивости замкнутой системы управления, согласно этому критерию, необходимо знать амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы, которую можно получить аналитически, так и экспериментально. Последнее обстоятельство выгодно отличает рассматриваемый критерий устойчивости.

Пусть дана система



В разомкнутом состоянии передаточная функция системы равна

$$W_P(p) = \frac{B^m(p)}{A^n(p)} = \frac{b_m \cdot p^m + b_{m-1} \cdot p^{m-1} + \dots + b_1 \cdot p + b_0}{a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0}.$$

Передаточная функция замкнутой системы равна

$$W_{\zeta}(p) = \frac{W_P(p)}{1 + W_P(p)} = \frac{\frac{B^m}{A^n}}{1 + \frac{B^m}{A^n}} = \frac{B^m(p)}{A^n(p) + B^m} = \frac{B^m(p)}{C^n(p)}.$$

Так как $n \geq m$, то порядок полинома $A^n(p)$ и полинома $A^n(p) + B^m(p)$ одинаков.

Рассмотрим отдельно знаменатель

$$F(p) = 1 + W_P(p) = \frac{B^m(p) + A^n(p)}{A^n(p)} = \frac{C^n(p)}{A^n(p)},$$

где $A^n(p) = 0$ - характеристическое уравнение разомкнутой системы;

$C^n(p) = 0$ - характеристическое уравнение замкнутой системы.

Т.е. характеристические уравнения разомкнутой и замкнутой систем связаны общим уравнением.

Для получения АФЧХ системы положим $s = j \cdot \omega$

$$W_{\zeta}(j\omega) = \frac{W_P(j\omega)}{1 + W_P(j\omega)},$$

где $W_{\zeta}(j \cdot \omega)$ - АФЧХ замкнутой САУ,

$W_P(j \cdot \omega)$ - АФЧХ разомкнутой САУ.

Рассмотрим три случая состояния разомкнутой системы: **устойчива**, **неустойчива** и **находится на грани устойчивости**.

1 случай - рассмотрим случай, когда разомкнутая система устойчива.

Если САУ в разомкнутом состоянии устойчива, то по критерию Михайлова

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

$$0 \leq \omega < \infty$$

Если потребовать, чтобы система в замкнутом состоянии была устойчива, то должно удовлетворяться равенство

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega) + B^m(j \cdot \omega)} = n \cdot \frac{\pi}{2}.$$

$$0 \leq \omega < \infty$$

При этом из следует,

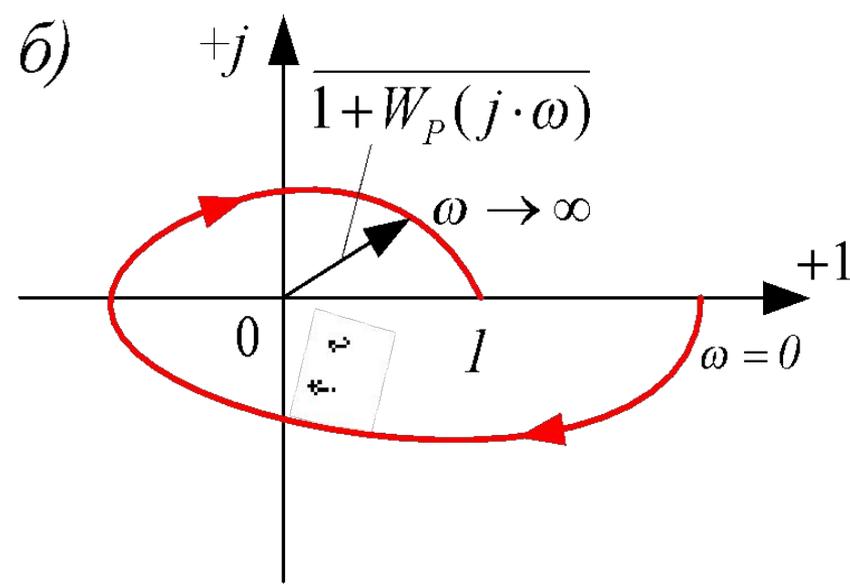
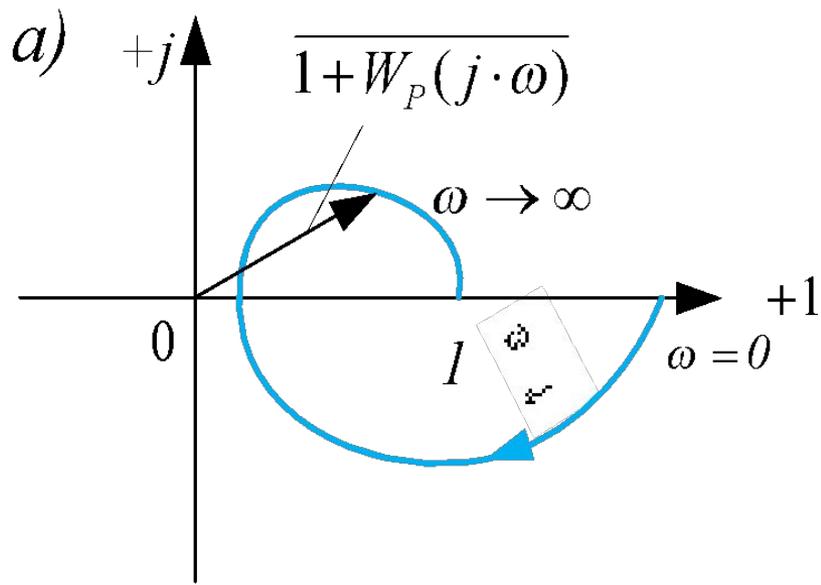
что

$$\Delta \arg \overline{1 + W_p(j\omega)} = \Delta \arg \frac{\overline{A^n(j\omega) + B^m(j\omega)}}{\overline{A^n(j\omega)}} = \Delta \arg \overline{A^n(j\omega) + B^m(j\omega)} - \Delta \arg \overline{A^n(j\omega)} =$$

$$0 \leq \omega < \infty$$

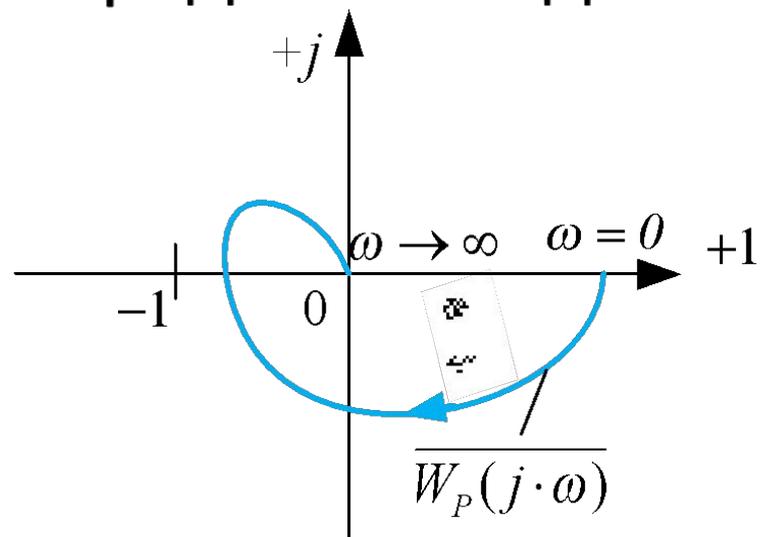
$$= n \frac{\pi}{2} - n \frac{\pi}{2} = 0.$$

Таким образом, система автоматического управления **устойчива**, если (и только если) изменение аргумента $F(j \cdot \omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ равно 0, то есть устойчивое состояние означает, что годограф вектора $\overline{1 + W_p(j \cdot \omega)}$ не огибает начало координат комплексной плоскости.

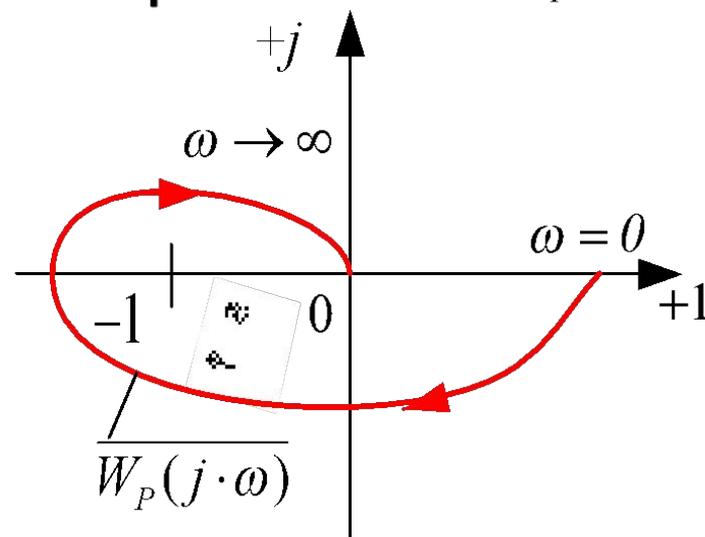


Годографы **устойчивой (а)** и **неустойчивой (б)** систем

Удобно рассматривать ту же кривую, но для вектора $\overline{W_p(j\omega)}$ - поскольку годограф есть АФЧХ разомкнутой системы, для этого, очевидно, нужно перенести мнимую ось вправо на 1. Поскольку $F(j \cdot \omega)$ отличается от $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$ на +1, то условие можно получить непосредственно для характеристики $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$



Устойчивая САУ



Неустойчивая

Формулировка критерия Найквиста

Если система управления устойчива в разомкнутом состоянии, то для устойчивости замкнутой системы автоматического управления необходимо и достаточно, чтобы при изменении $0 \leq \omega < +\infty$ годограф амплитудно-фазовая частотной характеристики (АФЧХ) системы в разомкнутом состоянии $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$ не охватывал точку с координатами $(-1, j \cdot 0)$.

2 случай - система в разомкнутом состоянии **неустойчива**, то есть характеристическое уравнение $A^n(p)$ имеет q корней, лежащих в правой полуплоскости комплексной плоскости корней.

Рассуждая аналогично устойчивой системе, по принципу приращения аргумента характеристического вектора $A^n(j \cdot \omega)$ в данном случае для не устойчивой системы равно

$$\Delta \arg \overline{A^n(j \cdot \omega)} = \frac{\pi}{2}(n - 2 \cdot q);$$

$$0 < \omega < \infty$$

Для устойчивой замкнутой системы по-прежнему выполняется равенство

$$\Delta \arg \left[\overline{A^n(j \cdot \omega) + B^m(j \cdot \omega)} \right] = \frac{\pi}{2} \cdot n.$$

$$0 \leq \omega < \infty$$

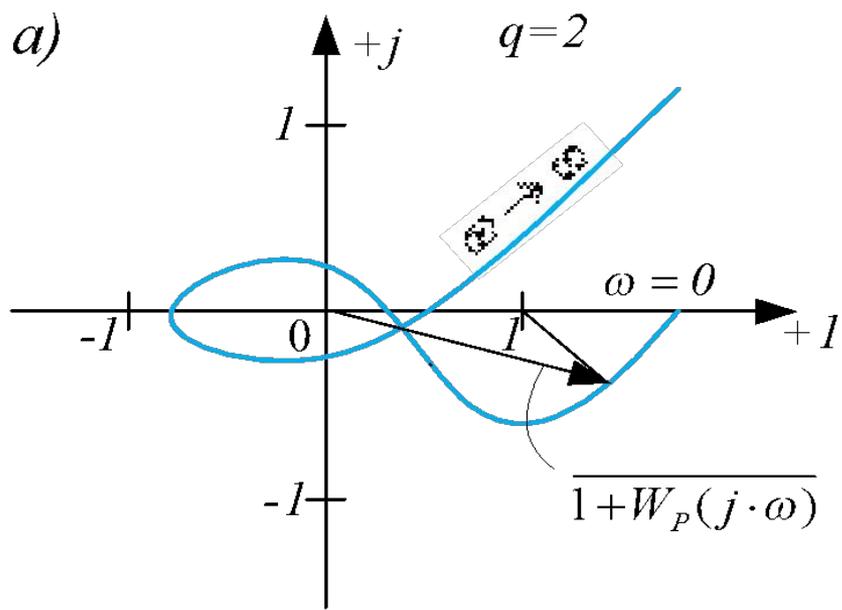
Таким образом, приращение аргумента равно

$$\Delta \arg \left[\overline{1 + W_p(j\omega)} \right] = \Delta \arg \frac{\overline{B(j\omega) + A(j\omega)}}{\overline{A(j\omega)}} = \Delta \arg \overline{B(j\omega) + A(j\omega)} - \Delta \arg \overline{A(j\omega)} =$$

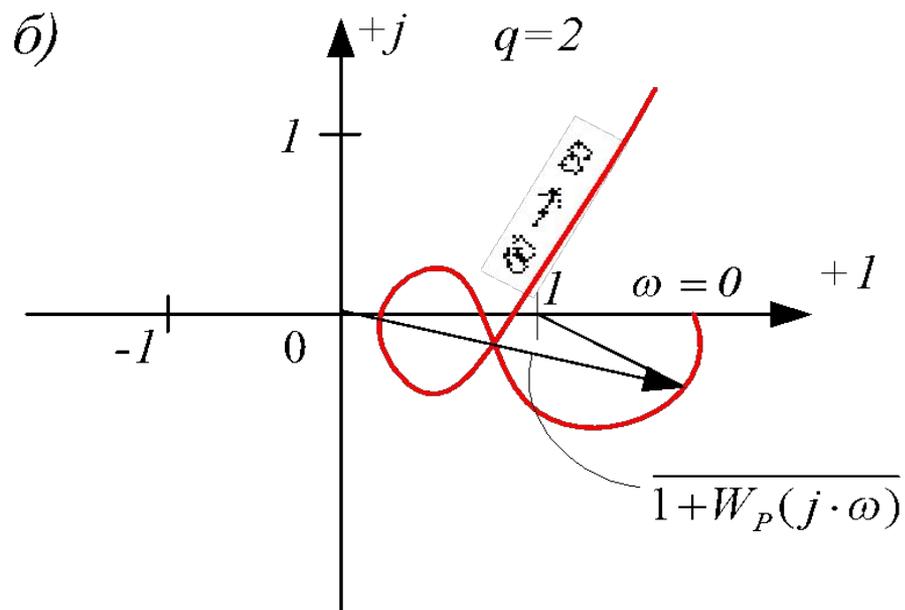
$$0 < \omega < \infty \qquad 0 < \omega < \infty \qquad 0 < \omega < \infty \qquad 0 < \omega < \infty$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot n - \frac{\pi}{2} \cdot (n - 2 \cdot q) = \frac{\pi}{2} \cdot 2 \cdot q = 2 \cdot \pi \cdot \frac{q}{2}.$$

То есть при неустойчивой системе в разомкнутом состоянии, имеющей q корней в правой полуплоскости, система в замкнутом состоянии будет устойчивой, если годограф вектора $1 + W_p(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞ огибает в положительном направлении начало координат $\frac{q}{2}$ раз.

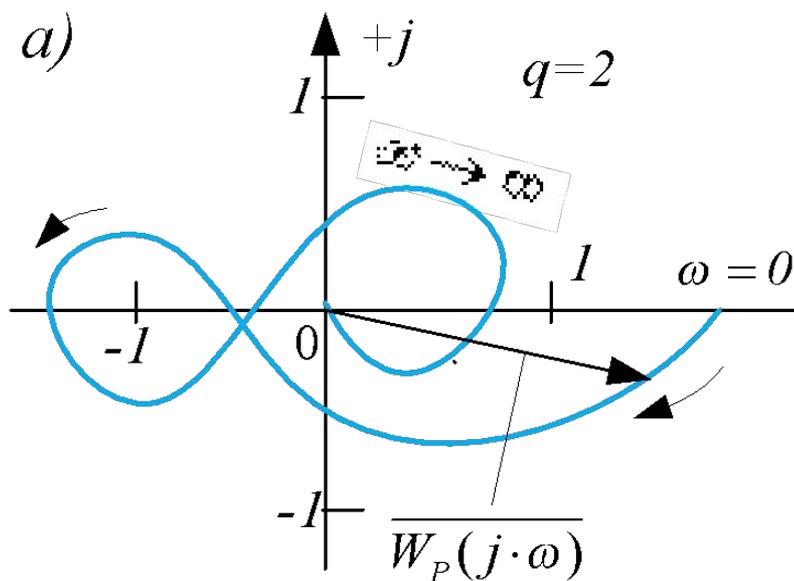


Устойчивая САУ

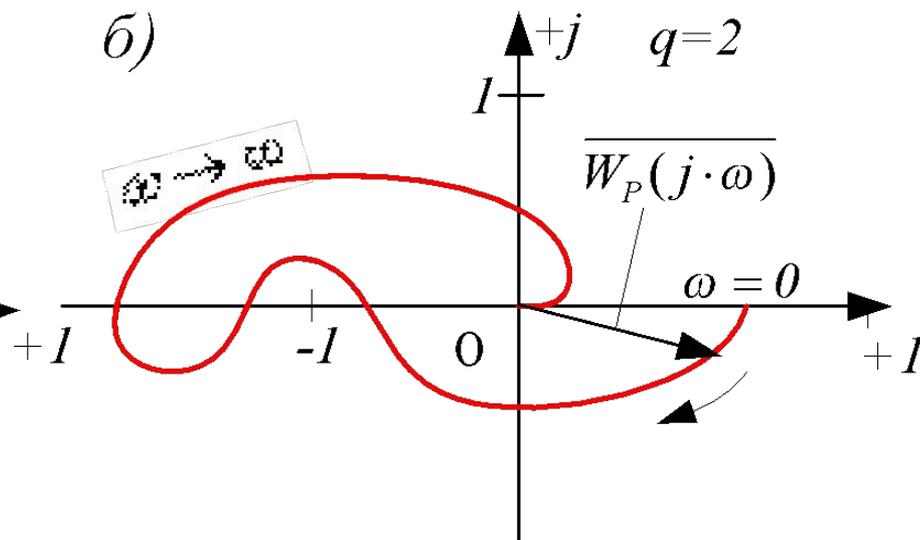


Неустойчивая САУ

Аналогично предыдущему: если перенести ось координат в точку $(1, j \cdot 0)$, то вместо годографа $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$ можно рассматривать лишь $\overline{W_p(j \cdot \omega)}$, то есть годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии



Устойчивая САУ
САУ



Неустойчивая

Тогда окончательная формулировка критерия Найквиста в этом случае имеет вид.

Если реальная система в разомкнутом состоянии неустойчива и имеет q корней в правой полуплоскости, то в замкнутом состоянии система автоматического управления устойчива, если годограф АФЧХ системы в разомкнутом состоянии $\frac{q}{2}$ раз охватывает в положительном направлении точку с координатами $(-1, 0 \cdot j)$.

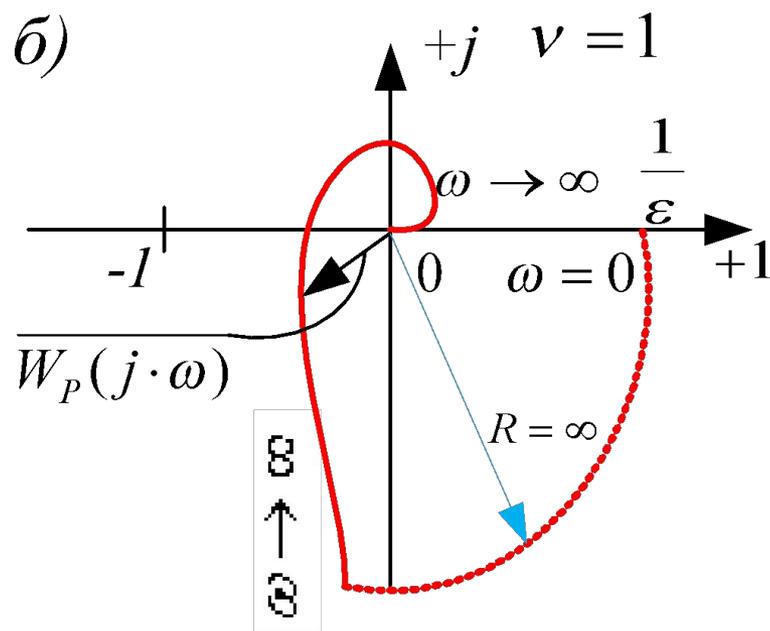
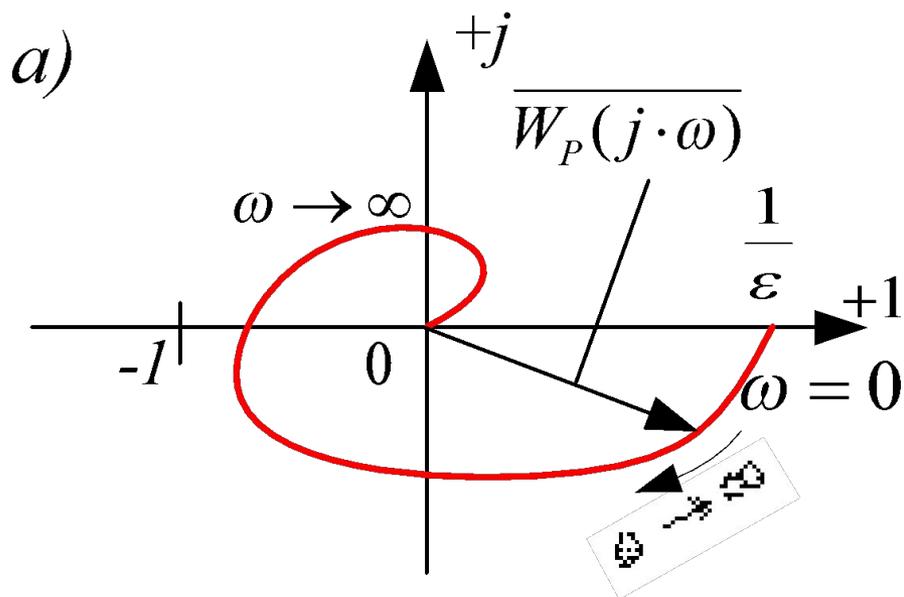
3 случай – система в разомкнутом состоянии находится на грани устойчивости. Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

$$W_P(p) = \frac{B^m(p)}{p^v \cdot A_1^n(p)},$$

где v - число нулевых корней характеристического уравнения системы в разомкнутом состоянии;
 $B^m(p), A_1^n(p)$ – полиномы от p , причём $A_1(p)$ не имеет нулей в правой полуплоскости и на мнимой оси.

В случае, когда САУ в разомкнутом состоянии имеет V нулевых корней (V интегрирующих звеньев) анализ устойчивости замкнутой САУ можно вести аналогично случаю устойчивой САУ в разомкнутом состоянии. Для этого условно положим нулевые корни лежащими в левой (устойчивой) полуплоскости корней и численно равными ε . Тогда по критерию Найквиста, для устойчивых САУ в разомкнутом состоянии замкнутая САУ устойчива, если годограф ЛФЧХ САУ в разомкнутом состоянии не огибает точку с координатами $(-1, 0 \cdot j)$ (рис. *a*).

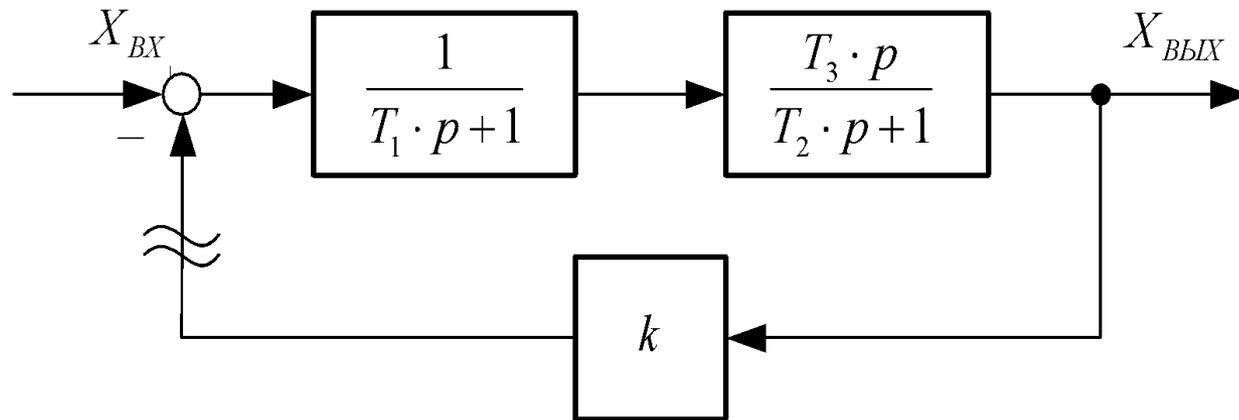
Устремим теперь $\varepsilon \rightarrow 0$, тогда реальная АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии будет дополняться частью окружности бесконечно большого радиуса, начинающейся с положительной действительной полуоси



Таким образом, критерий Найквиста может быть сформулирован следующим образом:

Если САУ в разомкнутом состоянии имеет ν нулевых корней, то замкнутая САУ устойчива, если годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии дополняется окружностью бесконечно большого радиуса, начинающейся с положительной полуоси и проходящей через ν квадрантов, не огибает точку с координатами $(-1, 0 \cdot j)$.

Пример 1. Определить устойчивость следующей САУ



Решени

Реально такой структурной схеме может соответствовать система Г-Д (генератор-двигатель) с отрицательной обратной связью по току.

Передаточная функция разомкнутой САУ равна

$$W_P(p) = \frac{k \cdot T_3 \cdot p}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}.$$

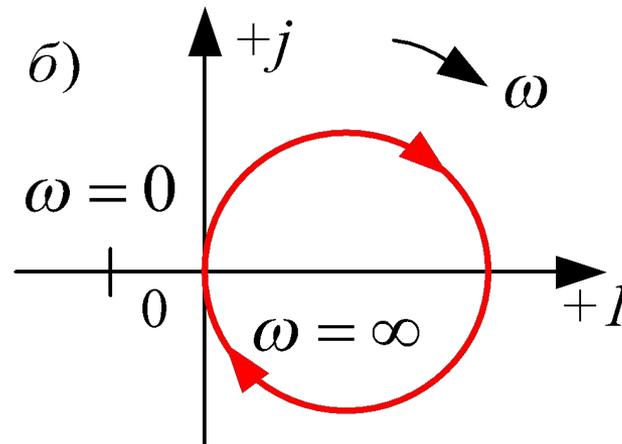
Получим АФЧХ, заменим $p \rightarrow j \cdot \omega$

$$W_P(j \cdot \omega) = \frac{k \cdot T_3 \cdot j \cdot \omega}{(T_1 \cdot j \cdot \omega + 1) \cdot (T_2 \cdot j \cdot \omega + 1)} = A_P(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_P};$$

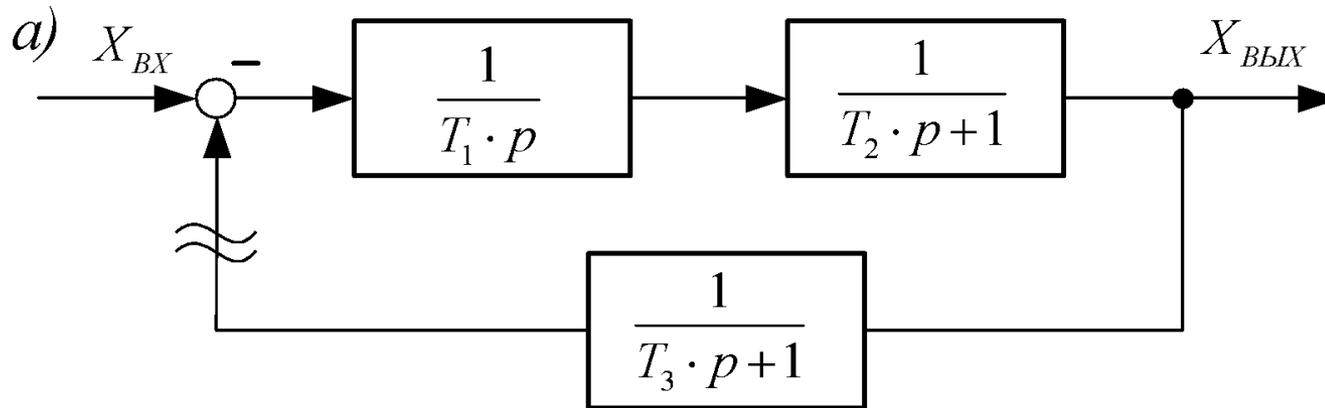
$$A_P(\omega) = \frac{k \cdot T_3 \cdot \omega}{\sqrt{(\omega^2 \cdot T_1^2 + 1) \cdot (\omega^2 \cdot T_2^2 + 1)}};$$

$$\varphi_P(\omega) = 90^\circ - \operatorname{arctg} T_1 \cdot \omega - \operatorname{arctg} T_2 \cdot \omega.$$

Не приводя построения годографа АФЧХ отметим, что $\varphi_P(\omega)$ при изменении ω от 0 до ∞ изменяется от $+90^\circ$ до -90° . При любых значениях коэффициента k_{oc} АФЧХ разомкнутой системы не проходит через точку $(-1, 0 \cdot j)$, то есть такая система всегда устойчива (рис. б). Иначе говоря, система с общим порядком интегрируемости равным 1 всегда устойчива (система нулевого порядка тем более устойчива).



Пример 2. Определить устойчивость САУ вида



$T_1 = 0,03$ сек; $T_2 = 0,02$ сек; $T_3 = 0,01$
сек.

Так как система имеет интегральное звено, то она относится к разряду астатических САУ.

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W_P(p) = \frac{1}{T_1 \cdot p \cdot (T_2 \cdot p + 1) \cdot (T_3 \cdot p + 1)}.$$

Её АФЧХ получается, если $p \rightarrow j \cdot \omega$

$$W_P(j \cdot \omega) = \frac{1}{T_1 \cdot j \cdot \omega \cdot (j \cdot \omega \cdot T_2 + 1) \cdot (j \cdot \omega \cdot T_3 + 1)} = A_p(\omega) \cdot e^{j \cdot \varphi_P};$$

$$A_p(\omega) = \frac{1}{T_1 \cdot \omega \cdot \sqrt{(\omega^2 \cdot T_2^2 + 1) \cdot (\omega^2 \cdot T_3^2 + 1)}};$$

$$\varphi_P = -90^\circ - \operatorname{arctg} \omega \cdot T_2 - \operatorname{arctg} \omega \cdot T_3.$$

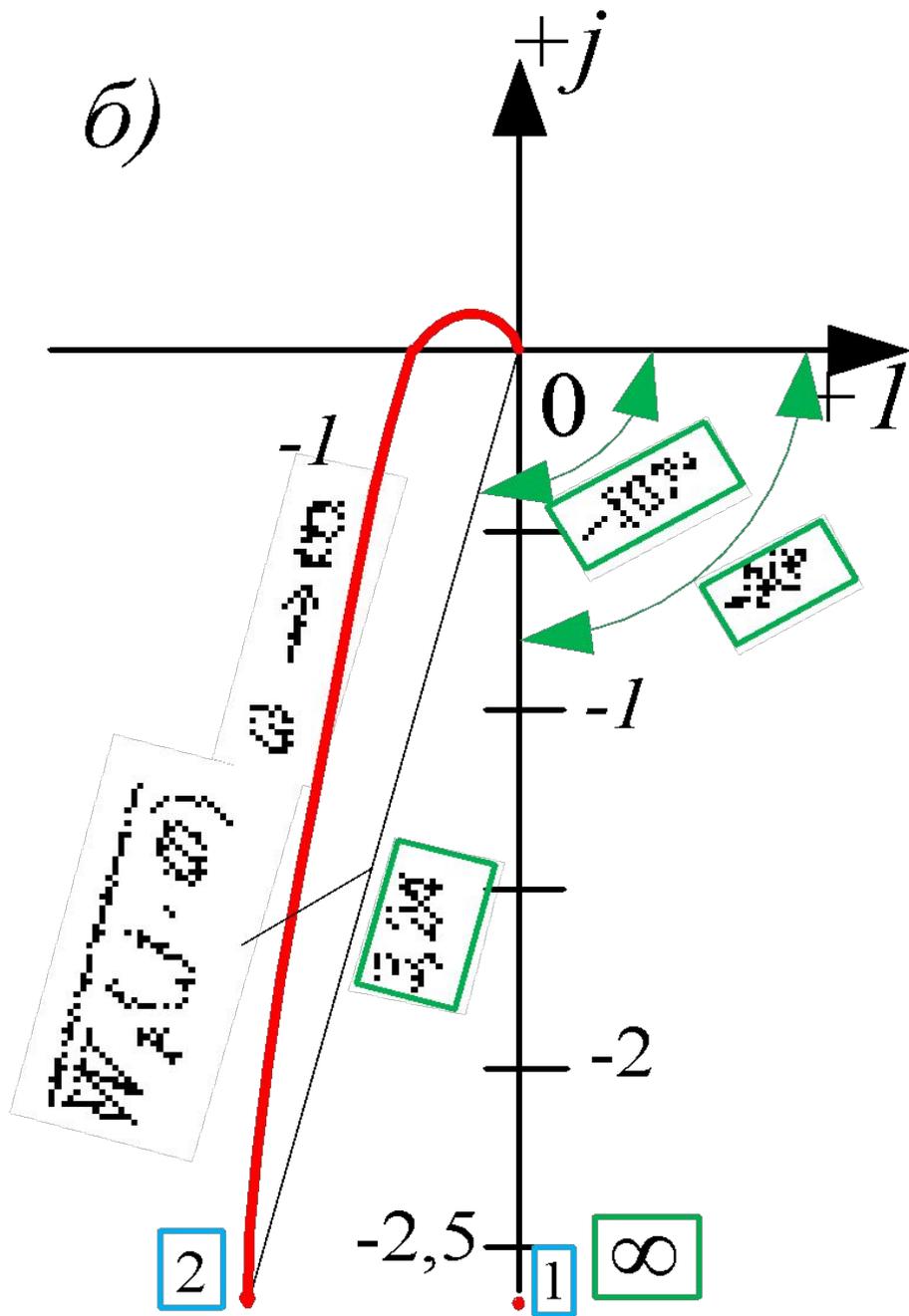
Годограф АФЧХ проходит от -90° через -180° до -270° при изменении $0 \leq \omega < +\infty$, то есть по 3 и 2 квадранту комплексной плоскости. Система может быть устойчивой и неустойчивой. Для конкретности положим значения T (как записано). В этом случае

$$A_p(\omega) = \frac{1}{0,03 \cdot \omega \cdot \sqrt{(1 + 4 \cdot \omega^2 \cdot 10^{-4}) \cdot (1 + \omega^2 \cdot 10^{-4})}},$$

$$\varphi_p = -90^\circ - \operatorname{arctg} 0,02 \cdot \omega - \operatorname{arctg} 0,01 \cdot \omega.$$

Составим таблицу

	0	10	20	30	50	100	
		3,24	1,52	0,52	0,42	0,105	0
	-90°	-107°	-123°	-138°	-162°	-198°	-270°



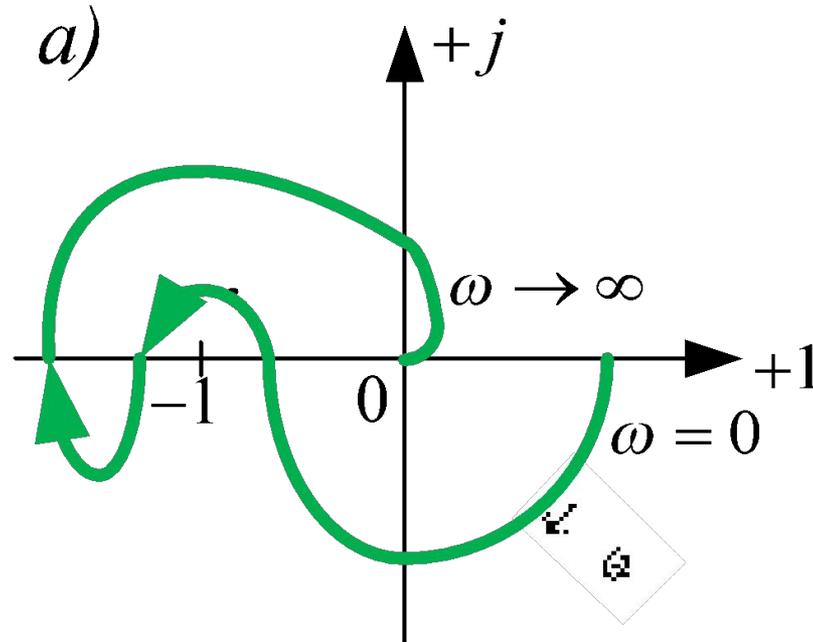
Вывод: годограф АФЧХ не охватывает точку $(-1, 0 \cdot j)$, поэтому САУ в замкнутом состоянии система устойчива.

Обобщенный критерий Найквиста (случаи 1-3). Правило перехода

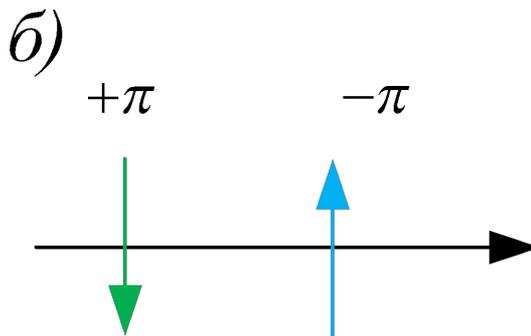
Критерий Найквиста в общем случае имеет формулировку применимую для всех рассмотренных выше случаев.

Если имеется ν -нулевых корней и q корней – в правой полуплоскости в разомкнутом состоянии, то в замкнутом состоянии система автоматического управления будет устойчива, если годограф АФЧХ в разомкнутом состоянии, дополненный дугой радиусом $R = \infty$ начинающийся с действительной положительной полуоси в $\frac{q}{2}$ раз охватывает точку $[-1;0]$ в положительном направлении.

Понятие «охват точки $(-1, j \cdot 0)$ »], используемое в приведённых выше формулировках, имеет некоторую неопределённость. Действительно, трудно сразу сказать, охватывает или не охватывает эту точку частотный годограф $W_p(j \cdot \omega)$, изображённый на рисунке *a*).



В сомнительных случаях можно прибегать к помощи формульных записей критерия Найквиста. Лучше, однако, дать критерию Найквиста иную формулировку, основанную на подсчёте числа переходов частотного годографа $W_p(j \cdot \omega)$ через отрицательную действительную полуось от -1 до $-\omega$. Будем считать такой переход положительным "+ π ", если при возрастании ω годограф переходит из верхней полуплоскости в нижнюю, и отрицательным "- π ", если годограф переходит из нижней полуплоскости в верхнюю.



Общая формулировка критерия Найквиста охватывает все три рассмотренных выше случая.

Для устойчивости САУ в замкнутом состоянии

необходимо и достаточно, чтобы на участке

$(-\infty - 1; j \cdot 0)$ разность сумм положительных

" $+\pi$ " и отрицательных " $-\pi$ " переходов

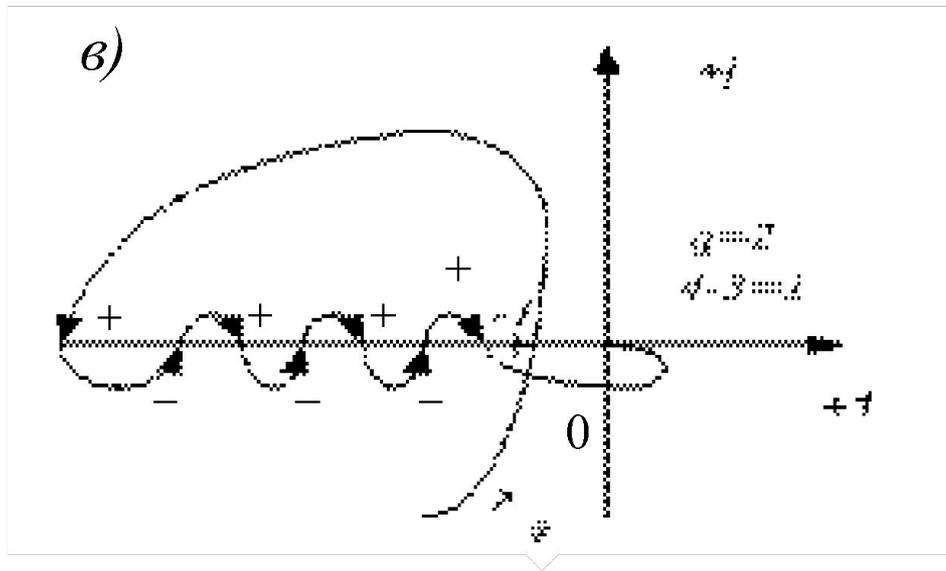
частотного годографа комплексного

коэффициента передачи разомкнутой системы

$W_p(j\omega)$ была равна $\frac{q}{2}$, то есть

, где

q – число корней характеристического уравнения разомкнутой системы, лежащих в правой полуплоскости.



На рисунке в) показан годограф $W_p(j \cdot \omega)$ устойчивой замкнутой системы. Годограф имеет четыре положительных и три отрицательных перехода, следовательно, разность между числами переходов равна единице. Согласно приведённой формулировке критерия устойчивости рассматриваемая система устойчива в замкнутом состоянии.

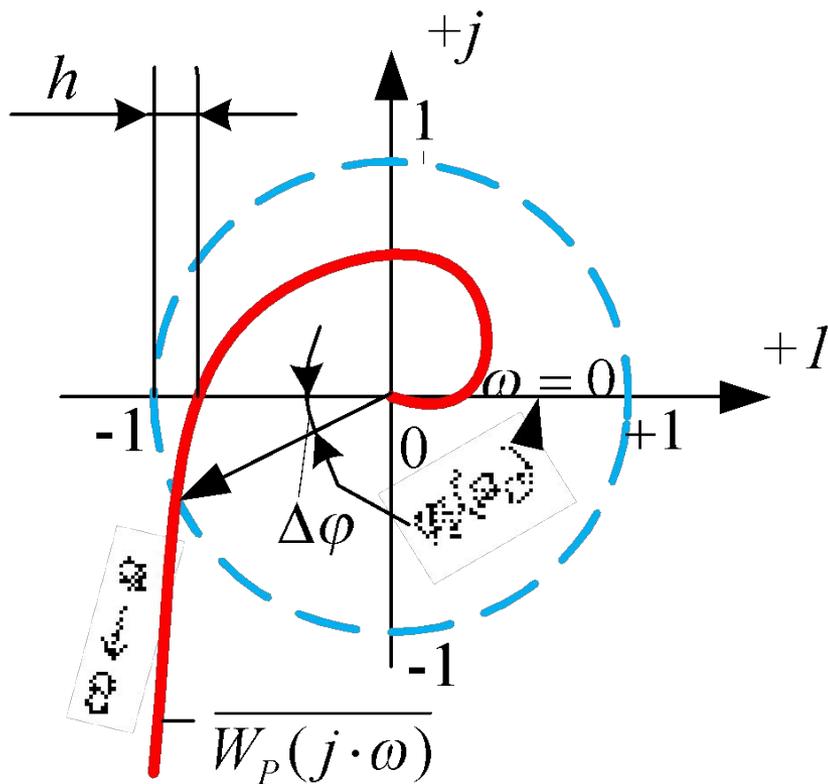
Недостаток критерия Найквиста тот, что приходится рисовать годограф ЛФЧХ.

Понятие о запасе устойчивости

Устойчивость замкнутой системы автоматического управления зависит от расположения АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии от точки $(-1, j \cdot 0)$. Чем ближе АФЧХ проходит к точке $(-1, j \cdot 0)$, тем система автоматического управления ближе к границе устойчивости.

Удаление АФЧХ САУ в разомкнутом состоянии от точки $(-1, j \cdot 0)$ может быть охарактеризовано так называемыми запасами устойчивости по модулю и фазе.

Запасом устойчивости по фазе называют угол $\Delta\varphi$, образованный радиусом, проведённым через точку пересечения $W_p(j \cdot \omega)$ с окружностью единичного радиуса и отрицательной действительной осью.



Эта величина показывает, на сколько нужно увеличить или уменьшить фазу системы, не изменяя ее амплитуду, чтобы устойчивая прежде система оказалась на границе устойчивости.

Частота, при которой $\operatorname{mod} W_p(j \cdot \omega_c) = A_p(\omega_c) = 1$ называется **частотой среза** системы ω_c .

Это та частота, при которой амплитуда колебаний сигнала обратной связи равна амплитуде колебаний входного сигнала. Запас устойчивости по фазе в значительной мере определяет качество переходного процесса в САУ. При проектировании САУ стремятся выбрать её параметры так, чтобы

$$|\Delta\varphi| = 180^\circ - |\varphi_p(\omega_c)|; \quad \Delta\varphi \geq (30 \dots 40)^\circ.$$

Запасом устойчивости по модулю (или по амплитуде) называется величина h , показывающая, на сколько необходимо увеличить или уменьшить величину передаточного коэффициента системы при неизменных значениях всех остальных параметров, чтобы устойчивая прежде система оказалась на грани устойчивости.

Чем выше запас устойчивости по модулю h и $\Delta L = lgh$, тем САУ более устойчива, и менее колебательна.

Чем меньше запас устойчивости по модулю ΔL , тем система автоматического управления менее устойчива, а при $\Delta L = 0$ система автоматического управления находится на грани устойчивости и в ней вероятны возникновения колебаний.

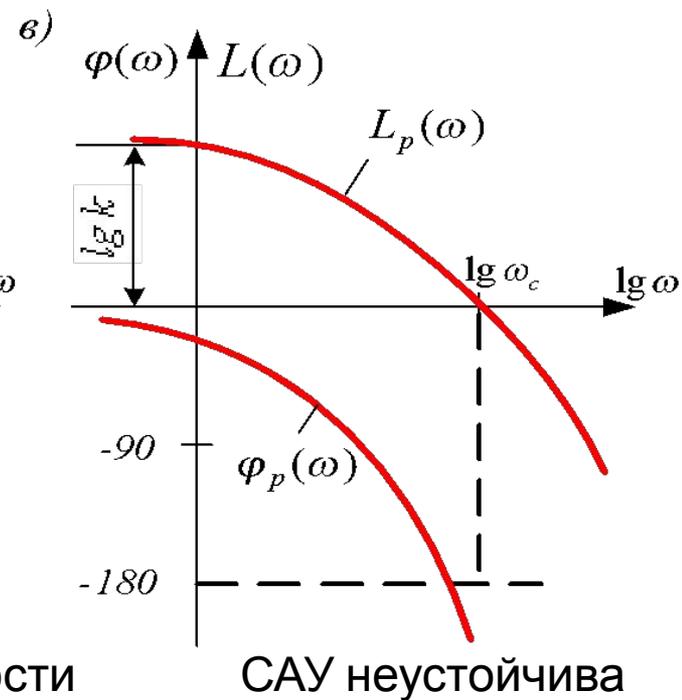
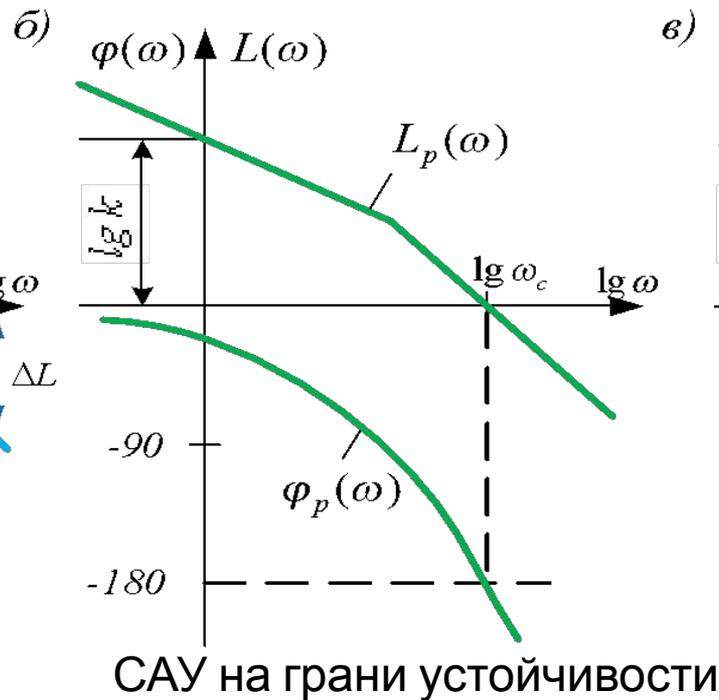
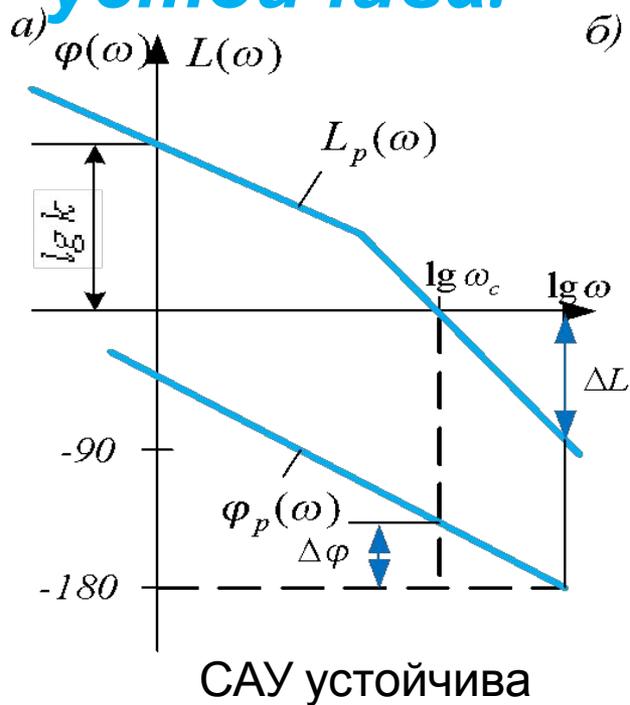
Суждение об устойчивости на основании критерия Найквиста по логарифмическим частотным характеристикам системы в разомкнутом состоянии

Критерий Найквиста можно использовать и по отношению к логарифмическим частотным характеристикам. Согласно критерию устойчивости Найквиста САУ устойчива (если), при $|\varphi_P(\omega_C)| < 180^\circ$

Если использовать логарифмический масштаб, то это означает, что

$$L_P(\omega_C) = \lg A_P(\omega_C) = \lg 1 = 0, \quad |\varphi_P(\omega_{\tilde{N}})| < 180^\circ$$

Если логарифмическая фазо-частотная характеристика системы в разомкнутом состоянии при частоте среза (то есть при частоте, где логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает ось абсцисс) не достигает значения -180 град, то система в замкнутом состоянии устойчива.



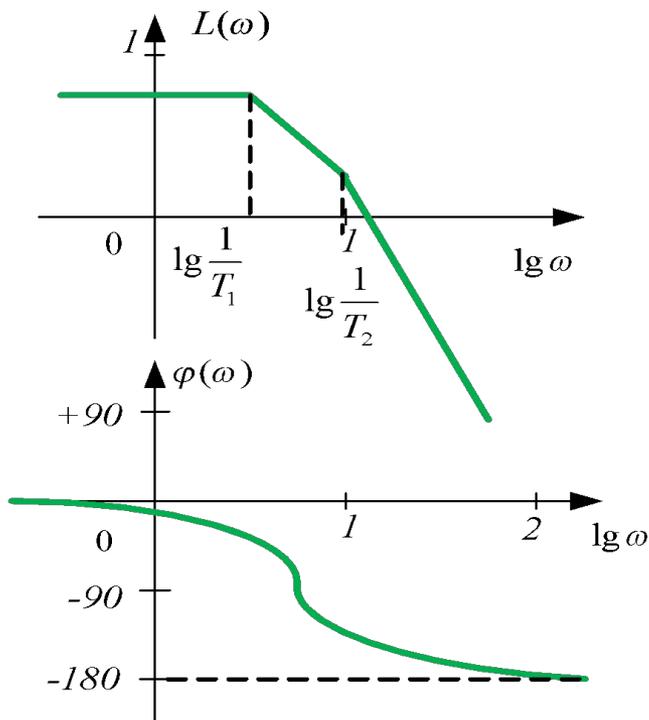
На рисунке *a)* показаны запасы устойчивости по фазе и по амплитуде, определённые по логарифмическим характеристикам для устойчивой системы. Для системы, находящейся на грани устойчивости $\Delta\varphi$, ΔL . Для неустойчивой системы запасов устойчивости не существует.

Критерий Найквиста легко можно сформулировать для логарифмических амплитудно-фазовых характеристик, используя понятия о положительных и отрицательных переходах.

Пример 1. Определить устойчивость системы автоматического управления, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии

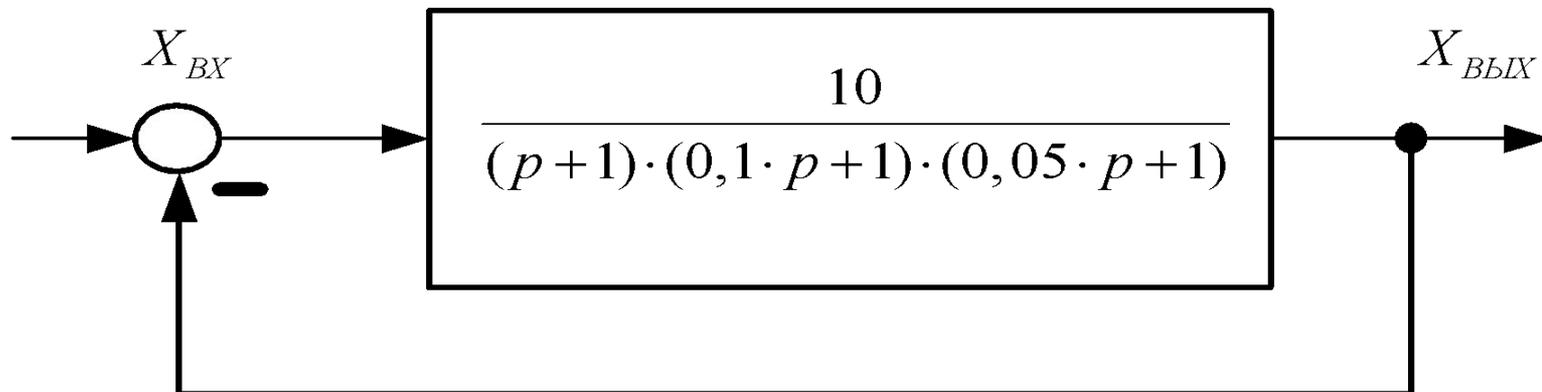
$$W_p(p) = \frac{k}{(T_1 \cdot p + 1) \cdot (T_2 \cdot p + 1)}$$

Решение: Построим ЛАЧХ и ЛФЧХ



Из этого примера видно, что если в разомкнутом состоянии САУ имеет второй порядок интегрируемости (не два интегрирующих звена $\frac{1}{p^2}$), то при любых конечных значениях коэффициентов и постоянных времени система в замкнутом состоянии устойчива.

Пример 2. Определить устойчивость системы автоматического управления:



Решени

Передаточная функция разомкнутой системы равна

$$W_p(p) = \frac{k}{(1 \cdot p + 1) \cdot (0,1 \cdot p + 1) \cdot (0,05 \cdot p + 1)}.$$

T_1 T_2 T_3

Найдём величины, необходимые для построения логарифмических амплитудно-фазовых характеристик

$$\lg k = \lg 10 = 1;$$

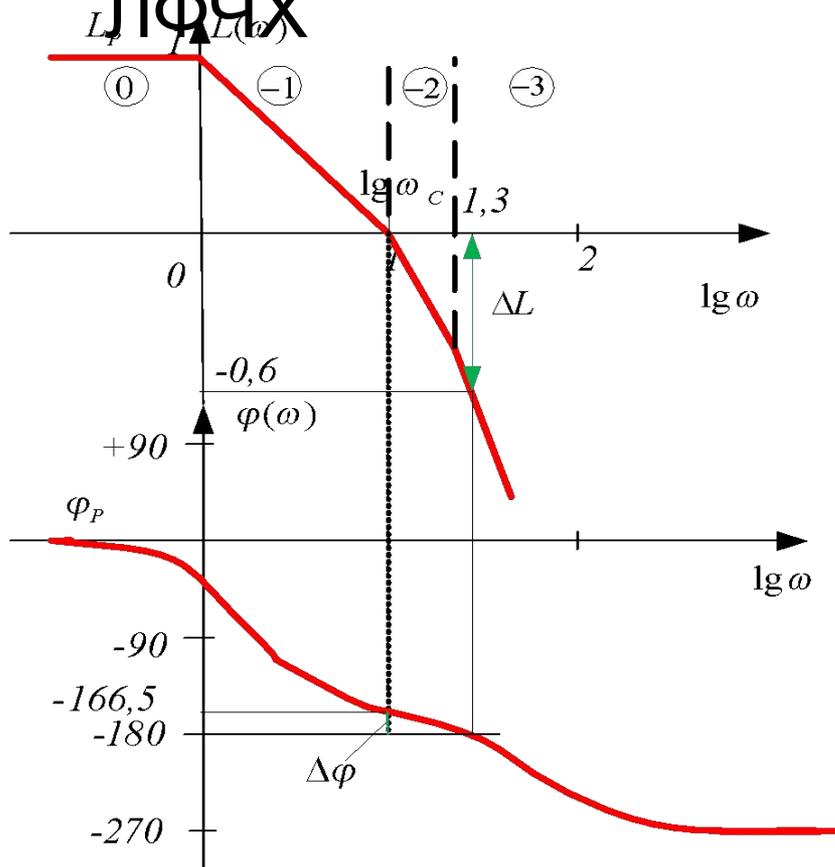
$$\lg \frac{1}{T_2} = \lg \frac{1}{0,1} = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,05} = 1,3.$$

По данным построим ЛАЧХ и

ЛФЧХ

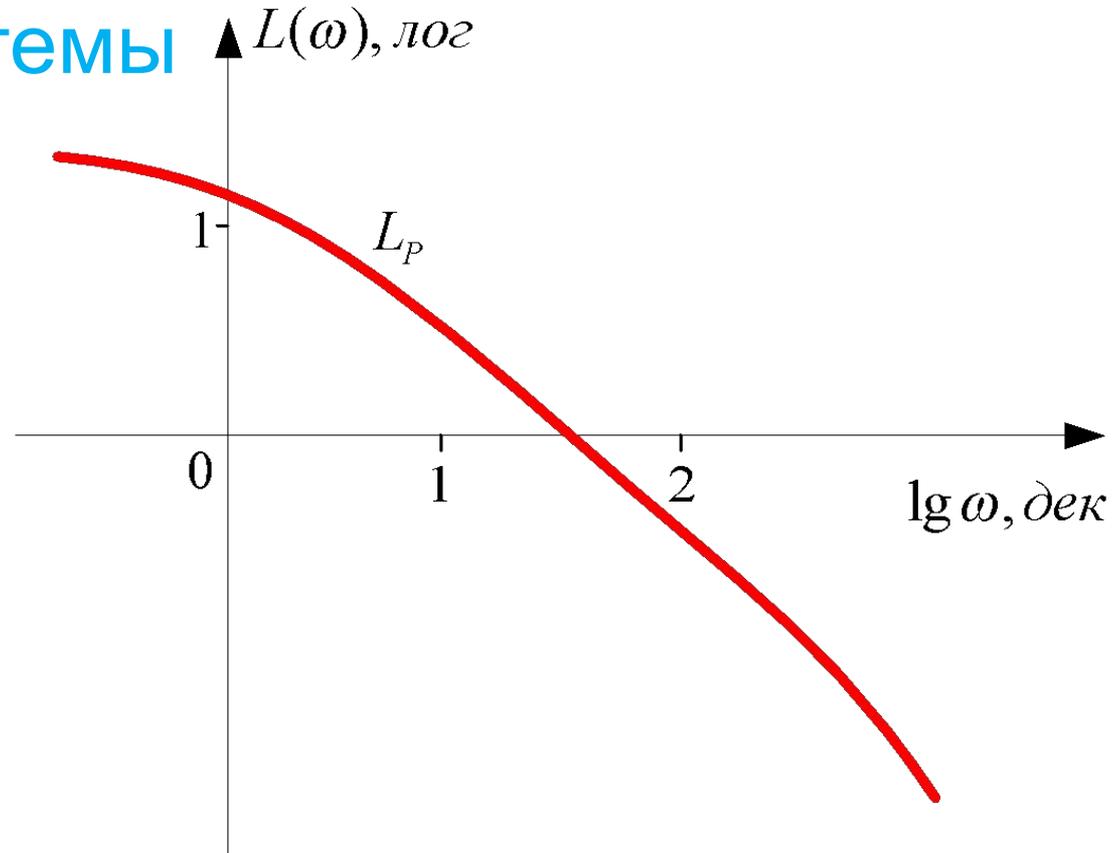


Из рисунка
найдем
 $\varphi_P(\omega_c) = -166,5^\circ$;
 $|\Delta\varphi| = 180^\circ - 166,5^\circ = 13,5^\circ$,
 $\Delta L = |-0,6|$.

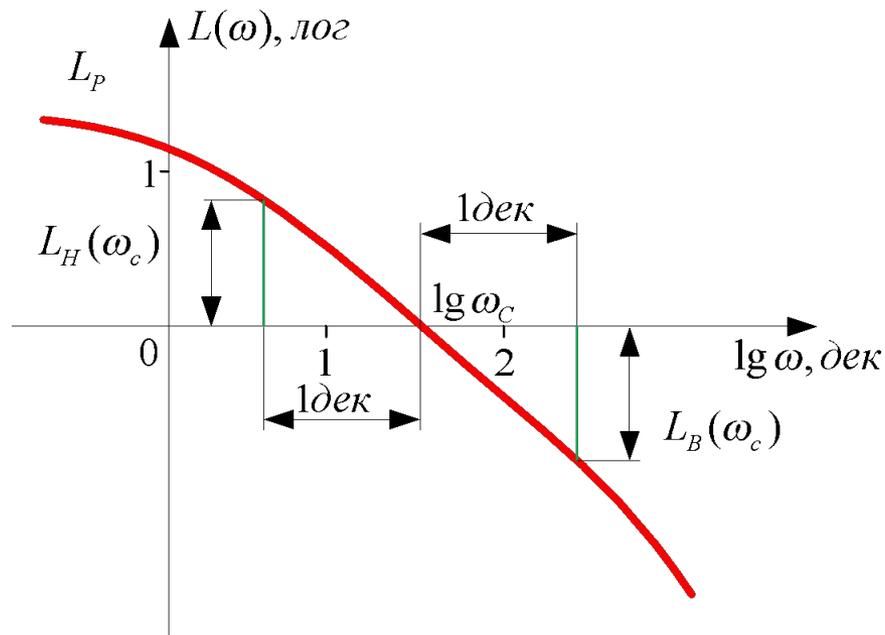
Чем меньше ΔL , тем ближе
САУ ко границе
устойчивости.

По критерию Найквиста система
автоматического управления **устойчива**.

Устойчивость систем по критерию Найквиста по ЛАЧХ системы



Для минимально-фазовых звеньев между амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками существует однозначная зависимость и, следовательно, логарифмическая амплитудно-частотная характеристика однозначно определяет передаточную функцию системы.



1. От $lg \omega_c$ вправо и влево отложить по 1 дек.
2. Восстановить из этих точек перпендикуляры до L_P .
3. Замерить $L_H(\omega_c)$ и $L_B(\omega_c)$.
4. Рассчитать $\varphi_P(\omega_c) = \frac{L_B(\omega_c) - L_H(\omega_c)}{2} \cdot 90^\circ$.
5. Если $|\varphi_P| = \begin{cases} > 180^\circ, & \text{то САУ неустойчива;} \\ = 180^\circ, & \text{то САУ на грани устойчивости;} \\ < 180^\circ, & \text{то САУ устойчива.} \end{cases}$

Пример 3. Определить устойчивость замкнутой системы, передаточная функция которой в разомкнутом состоянии равна

$$W_P(p) = \frac{10}{(0,1 \cdot p + 1) \cdot (0,05 \cdot p + 1) \cdot (0,01 \cdot p + 1)}.$$

Решени

е:

Вычислим параметры, необходимые для построения логарифмической амплитудно-фазовой характеристики

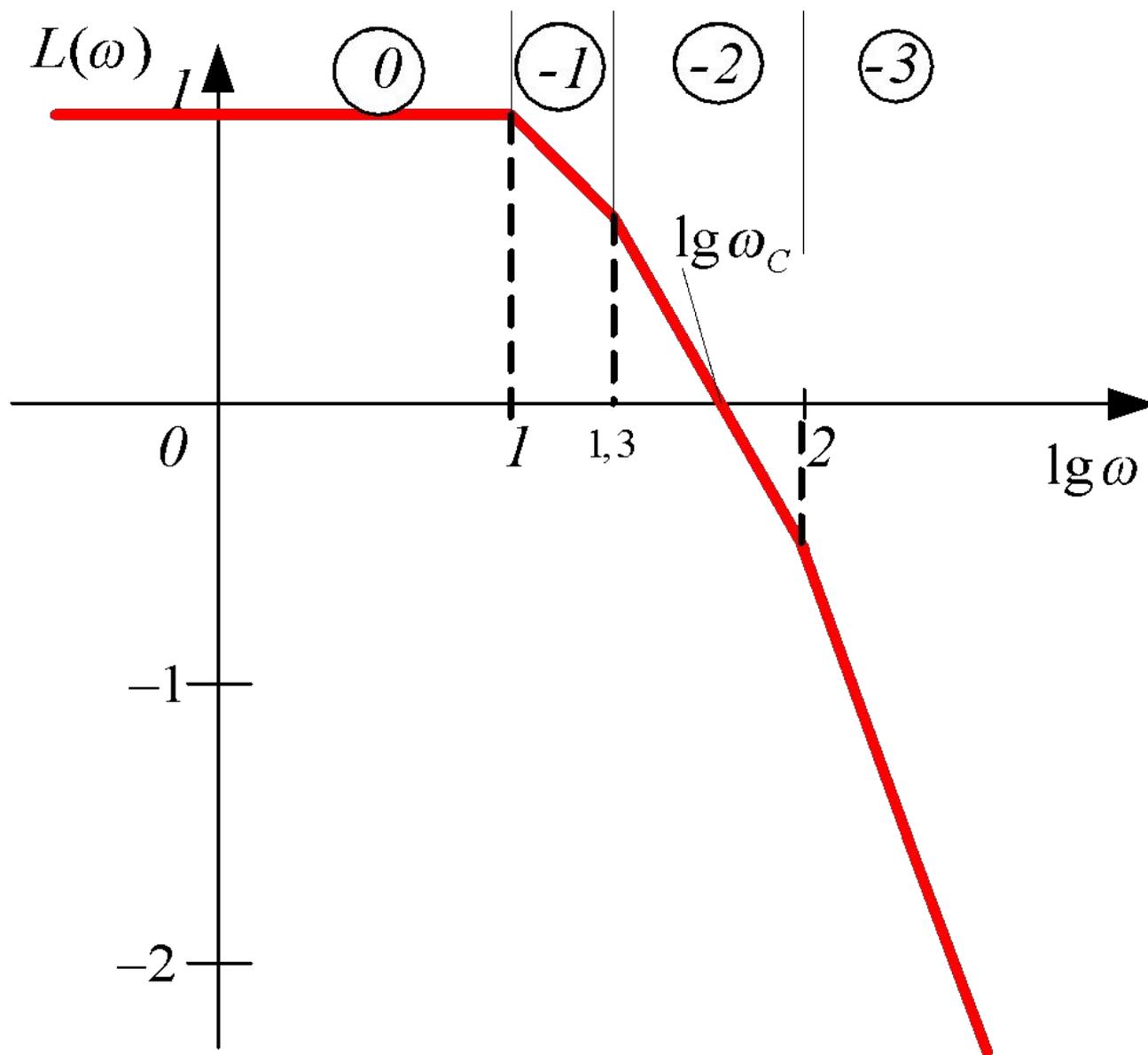
$$\lg k = \lg 10 = 1;$$

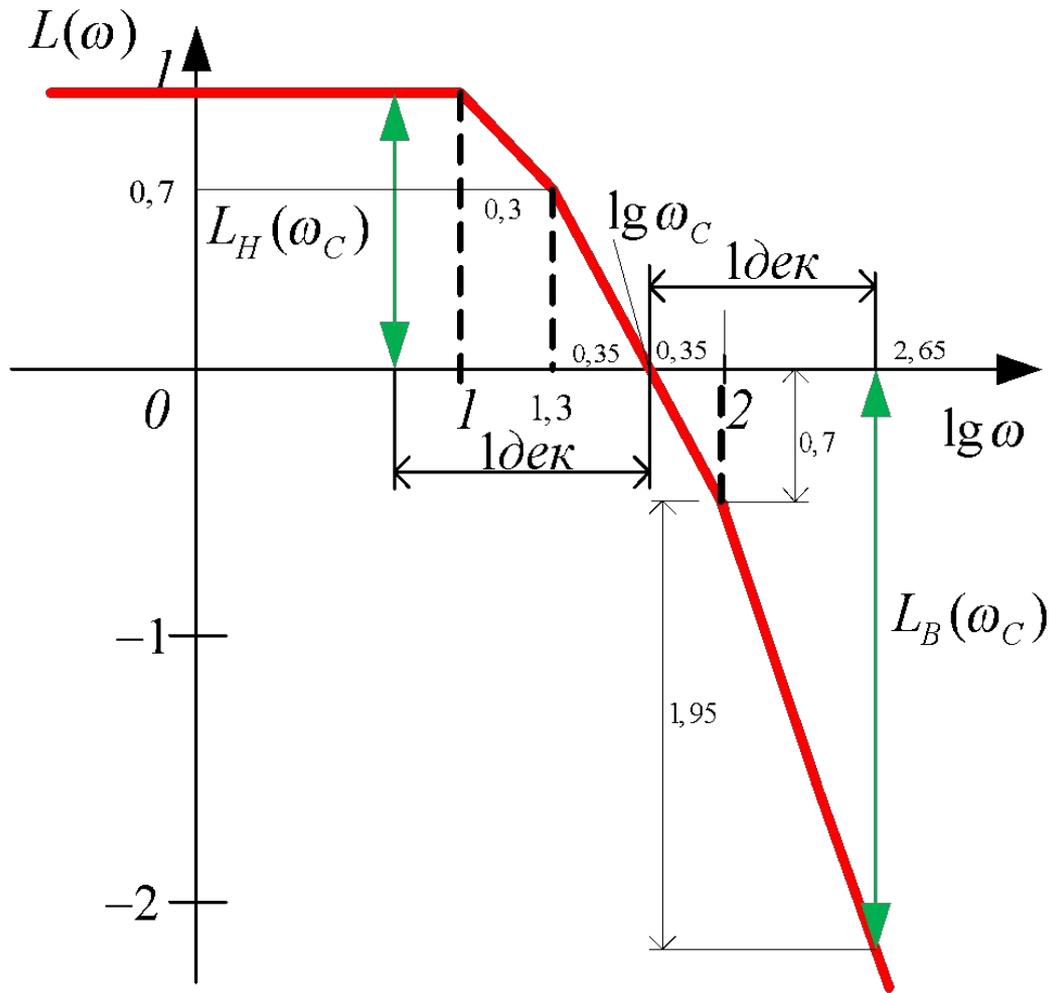
$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{0,1} = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_2} = \lg \frac{1}{0,05} = 1,3;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,01} = 2.$$

По этим данным построим
ЛАЧХ.





Из геометрических соображений найдём частоту среза системы:

$$\lg \omega_C = 1,65; \quad \omega_C = 45 \frac{1}{c}.$$

От этой частоты отложим 1дек влево, 1дек вправо. По характеристике

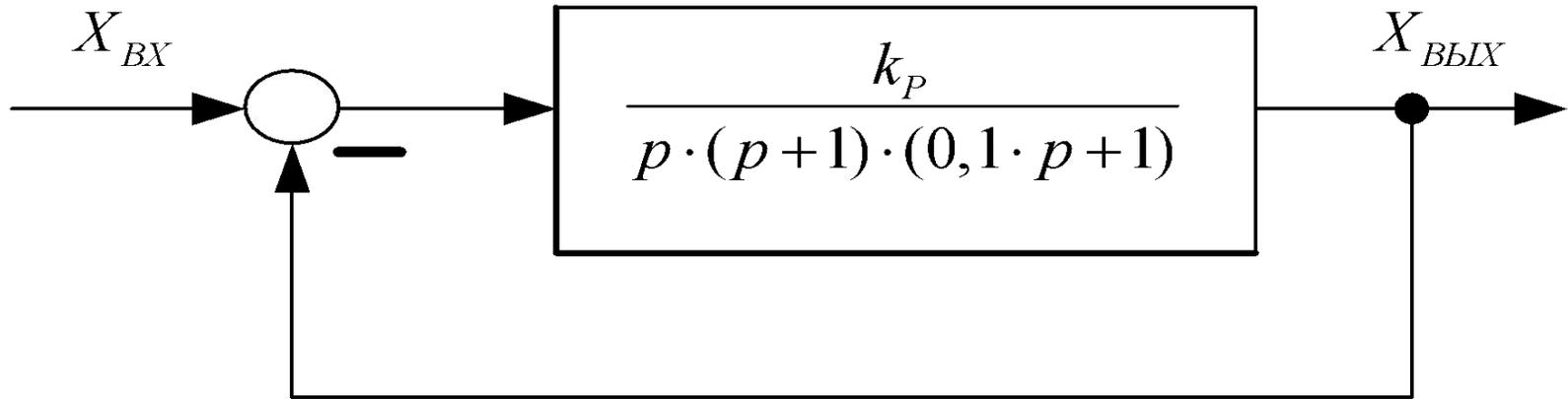
вычислим $L_B(\omega_C) = -2,65$.

По формуле найдём $\varphi_p(\omega_C)$

$$\begin{aligned} \varphi_p(\omega_C) &= \frac{L_B(\omega_C) - L_H(\omega_C)}{2} \cdot 90^\circ = \\ &= \frac{-2,65 - 1}{2} \cdot 90^\circ = -164^\circ. \end{aligned}$$

Вывод: система в замкнутом состоянии **устойчива.**

Пример 4. Определить устойчивость замкнутой системы автоматического управления



Решение:

Вычислим параметры, необходимые для построения логарифмических частотных характеристик

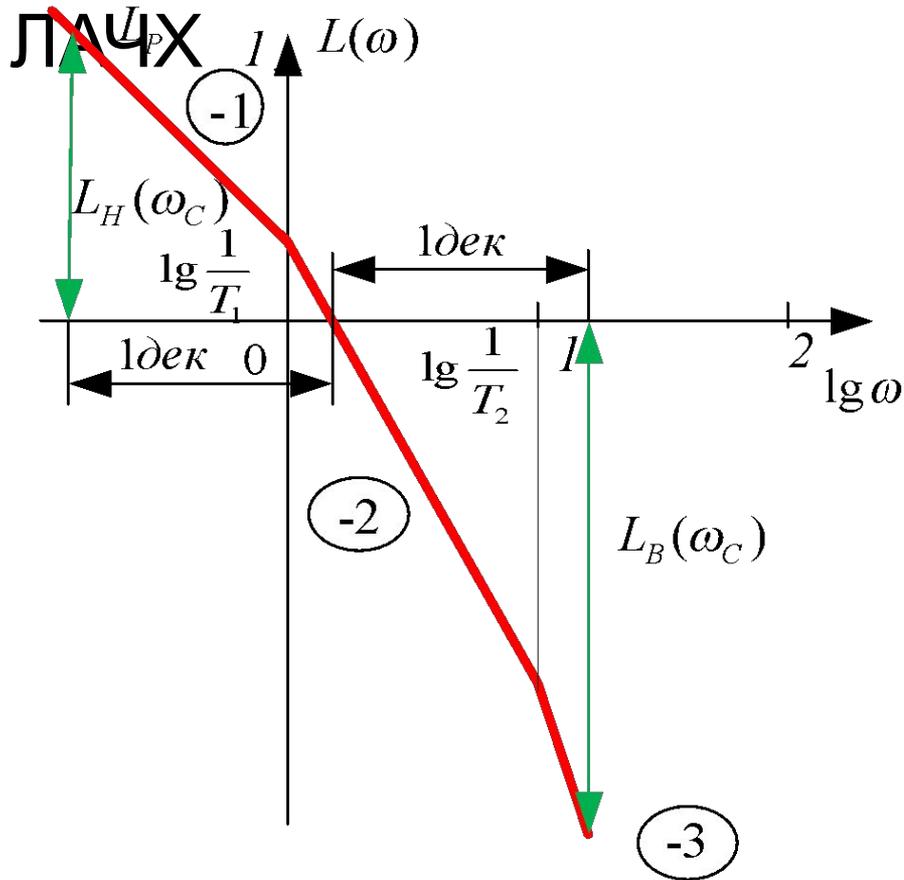
$$k_P = 6; \quad \lg 6 = 0,8;$$

$$T_1 = T_2 = 1;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{T_2} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{0,1} = 1.$$

По найденным данным построим



По рисунку найдём $\lg \omega_c$ и ω_c .
 $L_H = 1,4$ лог; $L_B = -2,6$ лог.
 По формуле вычислим $\varphi_P(\omega_c)$

$$\varphi_P(\omega_c) = \frac{-2,6 - 1,4}{2} \cdot 90^\circ = -180^\circ.$$

Система находится на грани устойчивости. Чтобы она была устойчивой надо k_P понизить.
Вывод: чем больше k_P система в замкнутом состоянии более колебательна или неустойчива.

В статике: Δx_f - по возмущению;
 $\Delta x_{\text{ЗАД}}$ - по заданию.

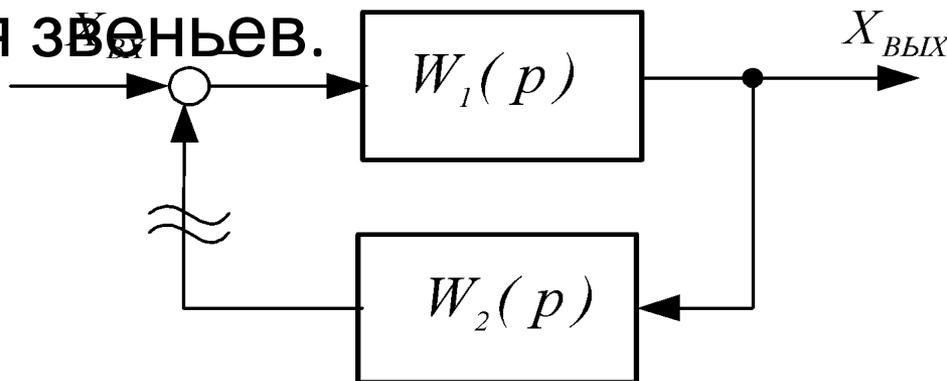
$$\Delta x_f = \frac{\Delta x_P \cdot f}{1 + k_P}; \quad \Delta x_{\text{ЗАД}} = \frac{\Delta x_{\text{РЗАД}}}{1 + k_P}.$$

Вывод: чем выше k_P , тем точнее в статике.

Суждение об устойчивости системы по ЛЧХ прямого канала и обратной ЛЧХ канала обратной связи

Об устойчивости замкнутой САУ можно судить по расположению ЛЧХ встречно-параллельных соединяемых звеньев, не прибегая к непосредственному построению ЛЧХ САУ в разомкнутом состоянии.

Доказано, что любая замкнутая САУ представляется в виде встречно-параллельного соединения звеньев.



Передаточная функция разомкнутой системы
равна

$$W_P(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) = \frac{W_1(p)}{W_2^{-1}(p)},$$

Комплексный коэффициент передачи

$$W_P(j\omega) = W_1(j \cdot \omega) \cdot W_2(j \cdot \omega) = \frac{W_1(j \cdot \omega)}{W_2^{-1}(j \cdot \omega)} = \frac{A_1(\omega)}{A_2^{-1}(\omega)} e^{j \cdot [\varphi_1(\omega) - \varphi_2^{-1}(\omega)]}.$$

Для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ системы
автоматического управления необходимо построить
характеристики

$$L_1(\omega), \varphi_1(\omega), L_2^{-1}(\omega), \varphi_2^{-1}(\omega)$$

и определить

поправки.

Как

известно

$$L_P(\omega) = L_1(\omega) - L_2^{-1}(\omega),$$

$$\varphi_P(\omega) = \varphi_1(\omega) - \varphi_2^{-1}(\omega),$$

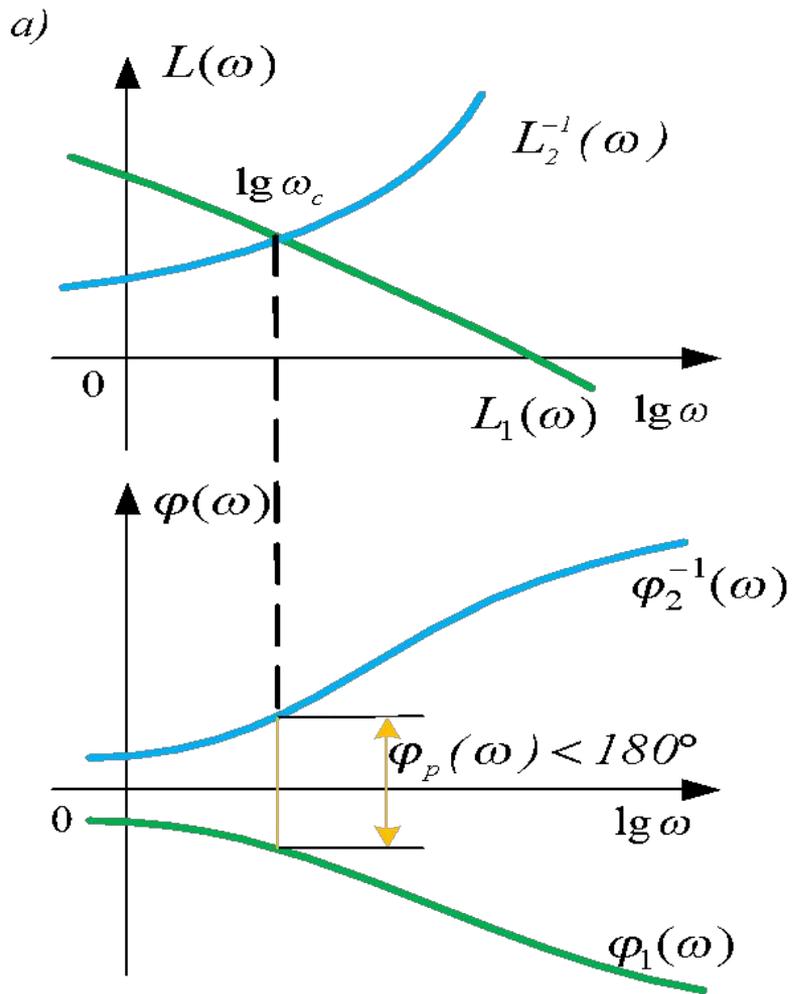
то есть ординаты между ЛАЧХ и ЛФЧХ прямого и обратного каналов представляют собой значения соответственно ЛАЧХ и ЛФЧХ системы в разомкнутом состоянии.

Пересечения ЛАЧХ прямого и обратного каналов происходят при частоте среза, то есть

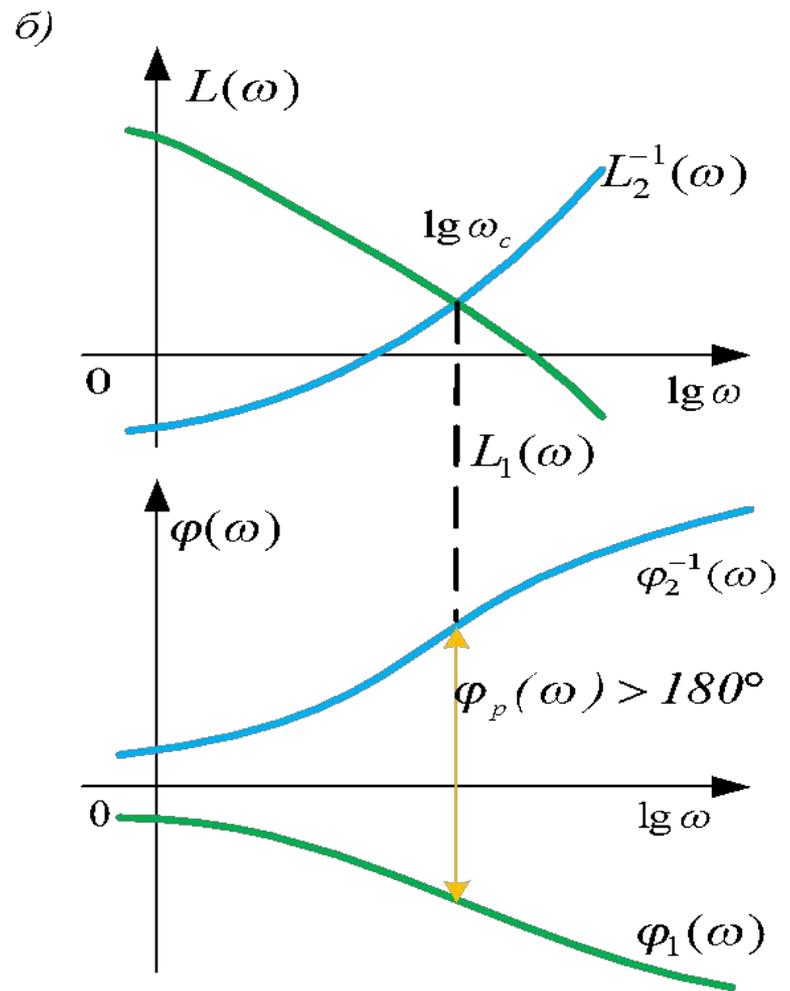
$$L_1(\omega_C) = L_2^{-1}(\omega_C); \quad A_P(\omega_C) = \frac{A_1(\omega_C)}{A_2(\omega_C)} = 1.$$
$$L_P(\omega_C) = 0;$$

Таким образом, применительно к рассмотренному соединению звеньев критерий устойчивости Найквиста может быть сформулирован следующим образом.

Система автоматического управления в замкнутом состоянии устойчива, если в точке пересечения логарифмических амплитудно-частотных характеристик прямого канала и обратной амплитудно-частотной характеристики канала обратной связи разность фаз между логарифмической фазо-частотной характеристикой прямого канала и обратной логарифмической фазо-частотной характеристикой канала обратной связи меньше 180°

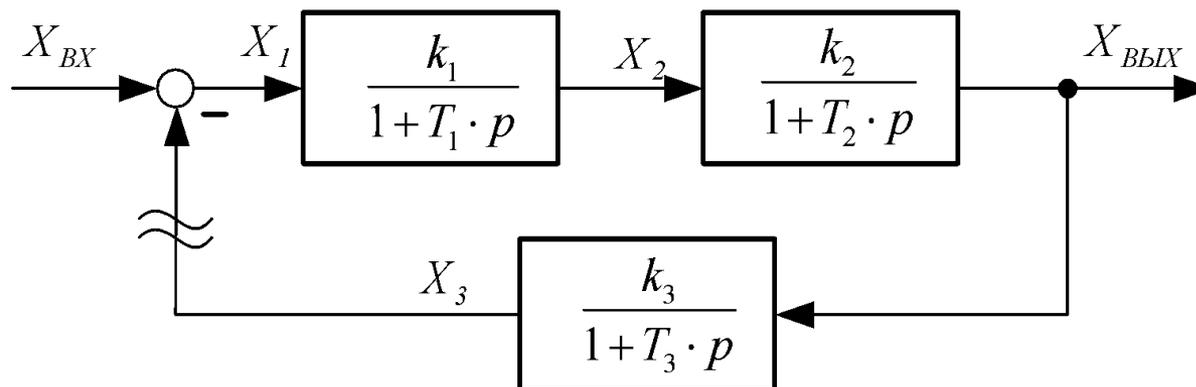


Устойчивая САУ



Неустойчивая САУ

Пример 1. Определить устойчивость замкнутой системы вида



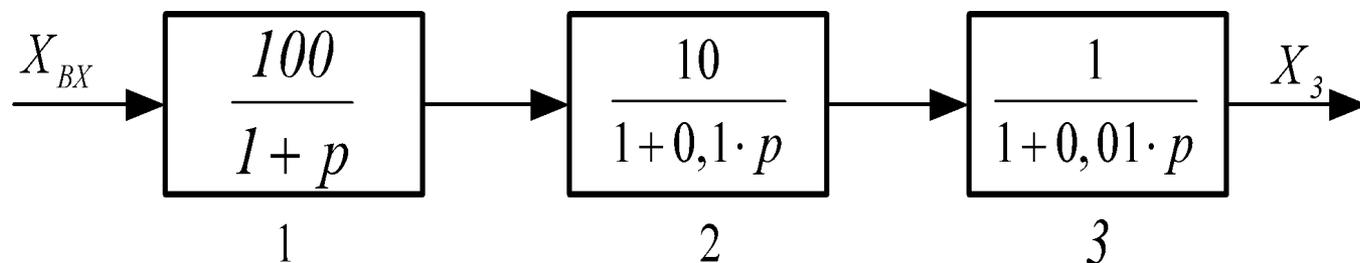
$$k_1 = 100; \quad T_1 = 1 \text{ сек};$$

$$k_2 = 10; \quad T_2 = 0,1 \text{ сек};$$

$$k_3 = 1; \quad T_3 = 0,01 \text{ сек}.$$

Решение:

Построим ЛАФЧХ системы в разомкнутом состоянии, то есть такой системы:



Определим параметры, необходимые для построения ЛАЧХ и ЛФЧХ

$$\lg k_1 = \lg 100 = 2;$$

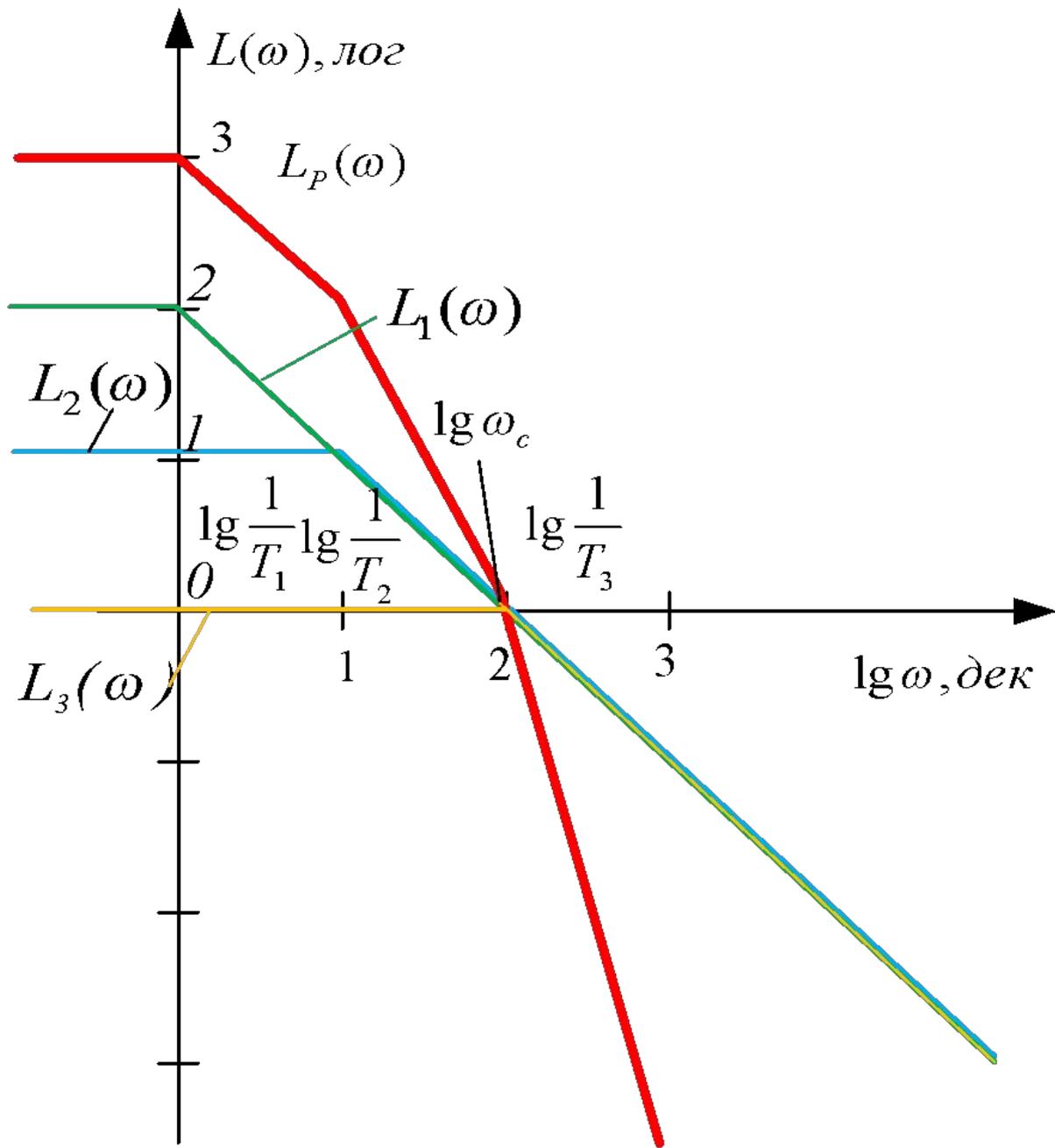
$$\lg k_2 = \lg 10 = 1;$$

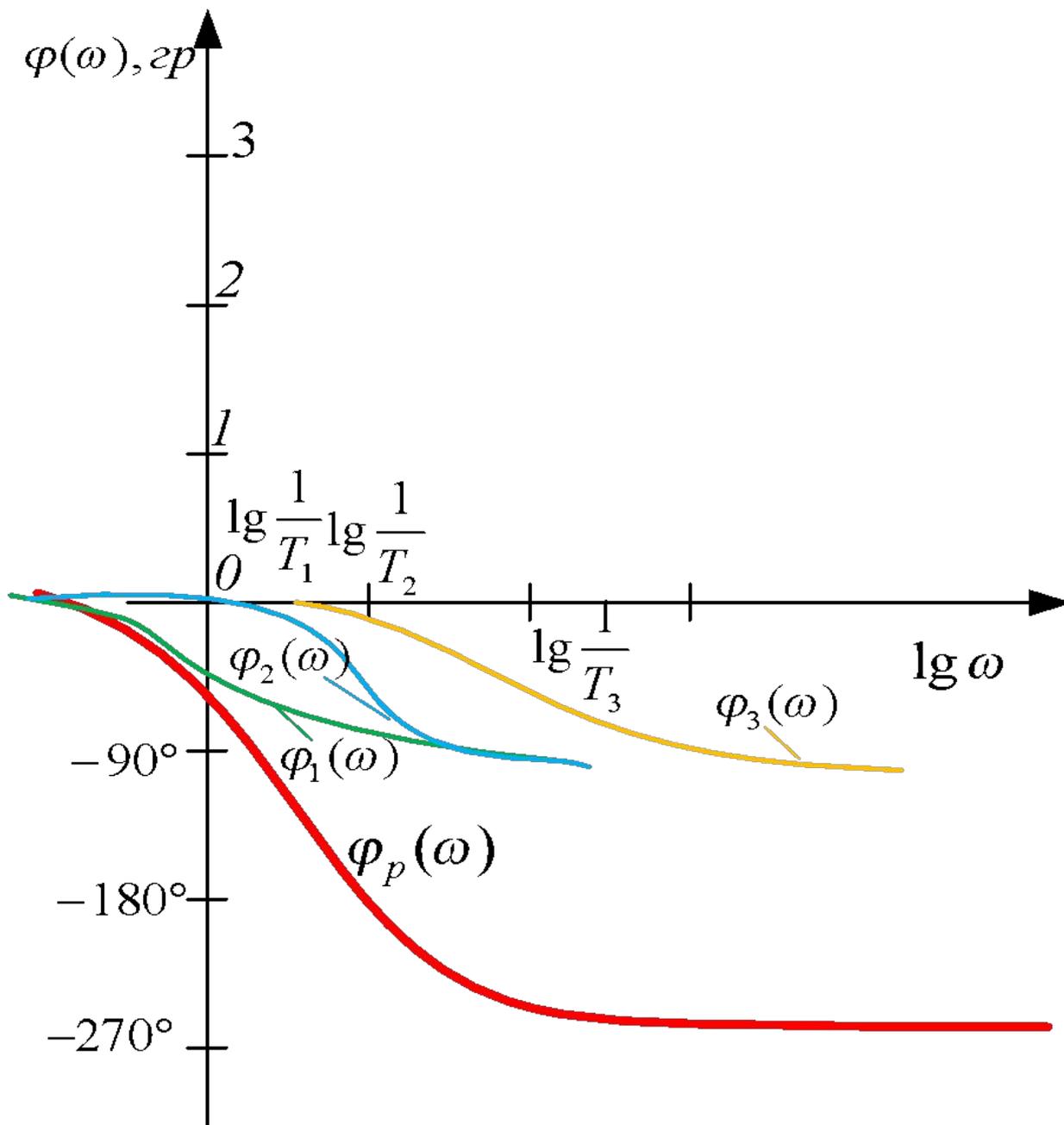
$$\lg k_3 = \lg 1 = 0;$$

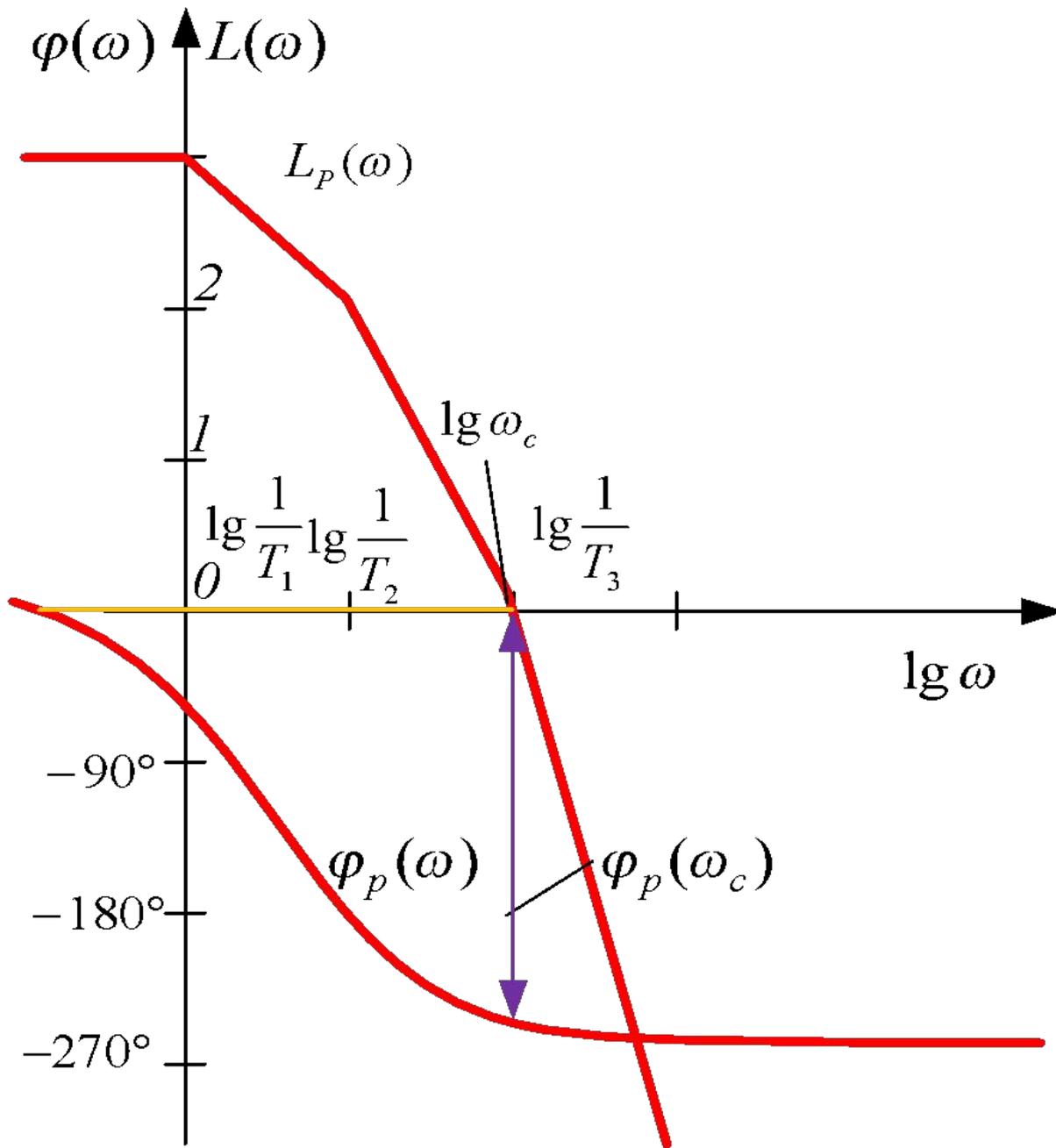
$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_1} = \lg \frac{1}{1} = 0;$$

$$\lg \frac{1}{T_3} = \lg \frac{1}{100} = 0,01.$$





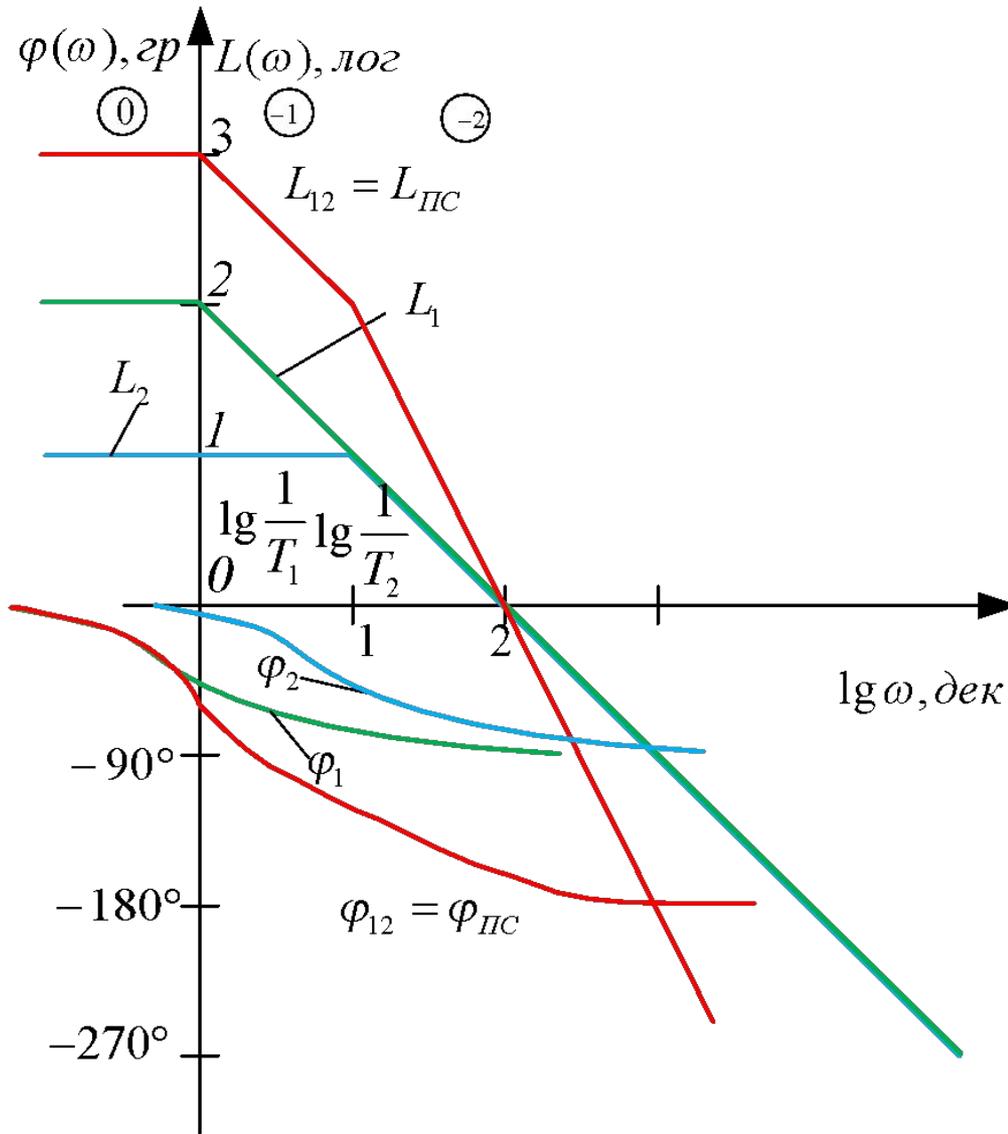


Вывод:

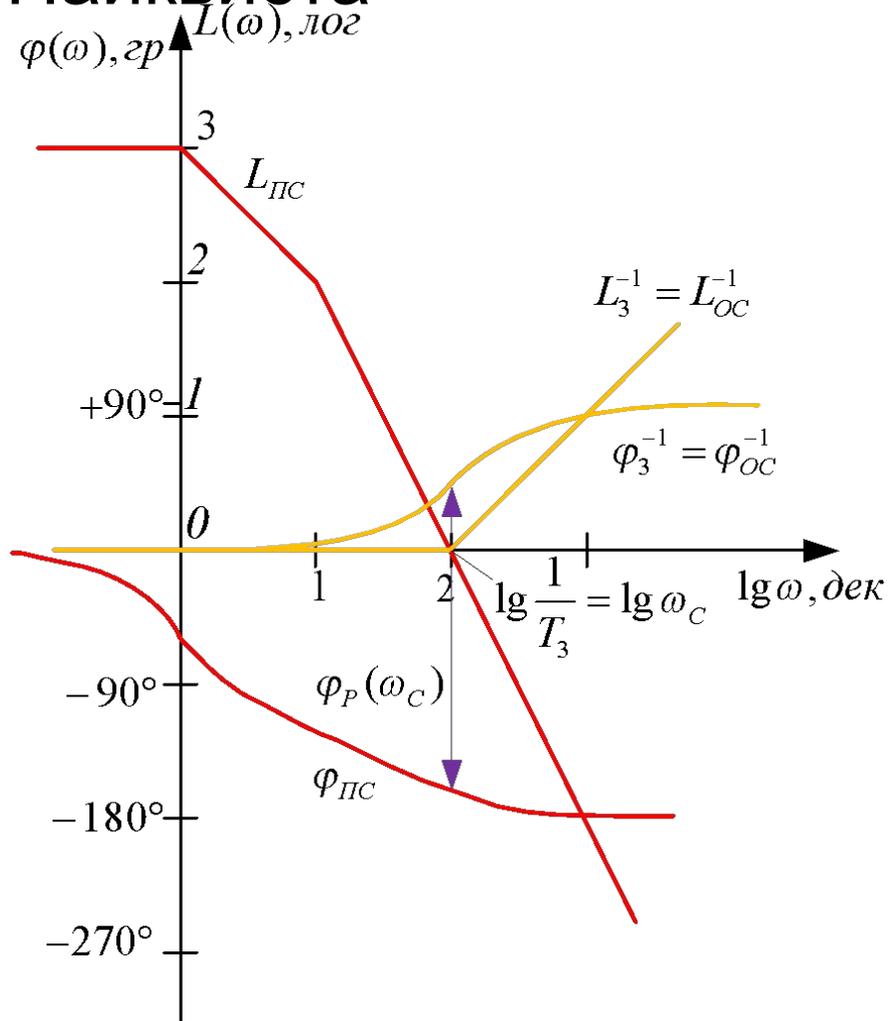
ПОСКОЛЬКУ
 $|\varphi_P(\omega_{\tilde{N}})| > 180^\circ$,

ТО СИСТЕМА В
 ЗАМКНУТОМ
 СОСТОЯНИИ
НЕУСТОЙЧИВА.

Построим ЛАЧХ и ЛФЧХ прямой связи



Построим ЛАЧХ и ЛФЧХ обратной связи и определим устойчивость САУ по критерию Найквиста



Вывод:
 ПОСКОЛЬКУ
 $|\varphi_P(\omega_{\tilde{N}})| > 180^\circ$,
 ТО СИСТЕМА В
 ЗАМКНУТОМ
 СОСТОЯНИИ
НЕУСТОЙЧИВА.

Мы рассмотрели одноконтурную замкнутую систему. Если исследуется поведение многоконтурной САУ, то проверяют устойчивость всех контуров. А именно, строится $\varphi_1^{-1}, \varphi_2^{-1}$. Определяется, устойчив ли первый контур. Если контур устойчив, находится результирующие ЛАЧХ и ЛФЧХ этого контура. Строится L_1, L_2 следующего контура и т.д. Если какой-то контур неустойчив или обладает плохими качествами переходного процесса, то вводят корректирующие устройства с тем, чтобы система имела желаемые показатели регулирования.