



МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРАВИЛА И ЗАКОНЫ

Правила раскрытия скобок

$$a + (b + c) = a + b + c$$

$$a + (b - c) = a + b - c$$

$$a - (b + c) = a - b - c$$

$$a - (b - c) = a - b + c$$

Законы сложения и умножения

$$a + b = b + a$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a(b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Числа 0 и 1 в математических действиях

$$a + 0 = a$$

$$a \cdot 1 = a$$

$$a - 0 = a$$

$$a : 1 = a$$

$$a - a = 0$$

$$a : a = 1, a \neq 0$$

$$a \cdot 0 = 0$$

$$0 : a = 0, a \neq 0$$

На нуль
делить нельзя



АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ДРОБЯМИ

Сложение

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

Умножение

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

Вычитание

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$$

Деление

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a \cdot c}{b}$$



МНОГОЧЛЕНЫ

Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Куб суммы

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Разность квадратов

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Сумма кубов

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Основные приемы разложения многочлена на множители

Вынесение общего множителя за скобку

$$3ab + 12a^2 + 6a = 3a(b + 4a + 2)$$

$$4a^2b^3 - 16a^3b = 4a^2b(b^2 - 4a)$$

Метод группировки

$$ab + ac - b - c = a(b+c) - (b+c) = (b+c)(a-1)$$

Использование формул сокращенного умножения

$$a^2 + 6ab + 9b^2 = (a+3b)^2$$

$$a^4 + 4 = a^4 + 4a^2 + 4 - 4a^2 = (a^2 + 2)^2 - (2a)^2 = (a^2 - 2a + 2)(a^2 + 2a + 2)$$

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ

Линейная функция

$$y = kx + b, \quad D(y) = \mathbb{R}$$

График функции – *прямая*

$$k = 0 \quad y = b \text{ – постоянная функция}$$

$$k \neq 0 \quad E(y) = \mathbb{R}$$

$k > 0$ возрастает
на \mathbb{R}

$k < 0$ убывает

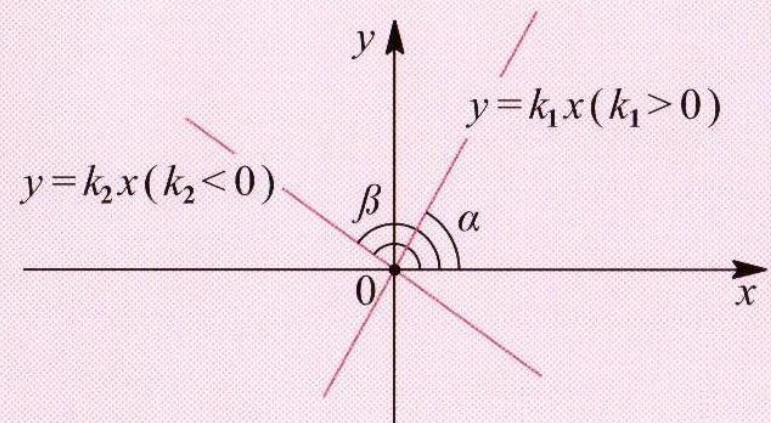
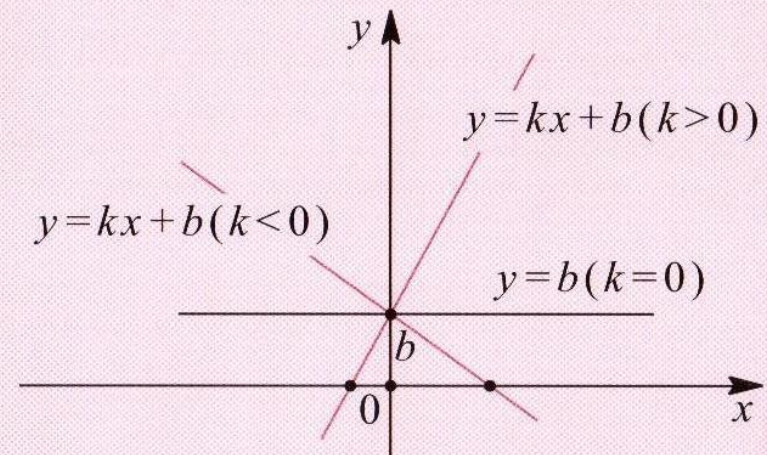
Пересекает ось (Oy) в точке $(0; b)$, а
ось (Ox) — $(-\frac{b}{k}; 0)$

$$b = 0 \quad y = kx \text{ – прямая пропорциональность}$$

Проходящая через точки $O(0; 0)$ и $(1; k)$ – прямая

$$k_1 = \operatorname{tg} \alpha; \quad k_2 = \operatorname{tg} \beta$$

$k_1 = k_2$ Графики функции –
параллельные прямые





КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 0, \\ b^2 = a \end{cases}$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{ так как } 6 > 0; 6^2 = 36$$

$$\sqrt{0,64} = 0,8$$

$$\sqrt{8100} = 90$$

$$\sqrt{49} \neq 8, \text{ так как } 8^2 \neq 49$$

$$\sqrt{0,0004} = 0,02$$

$$\sqrt{16} \neq -4, \text{ так как } -4 < 0$$

$$2 < \sqrt{8} < 3$$

$$\sqrt{-9} \text{ не определен}$$

$$0,8 < \sqrt{0,8} < 0,9$$

Свойства

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad a \geq 0$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$$

$$\sqrt{a^2} = |a|, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$$

$$(\sqrt{a})^r = \sqrt{a^r}$$

$$\sqrt{a^r} = (\sqrt{|a|})^r$$

Вынесение из-под корня

$$\sqrt{a^2 \cdot b} = |a| \cdot \sqrt{b}, \quad b \geq 0$$

$$\sqrt{28} = \sqrt{4 \cdot 7} = 2 \cdot \sqrt{7}$$

$$\sqrt{5b^2} = |b| \cdot \sqrt{5}$$

Внесение под корень

$$a\sqrt{b} = \begin{cases} -\sqrt{a^2 \cdot b}, & a < 0, \\ \sqrt{a^2 \cdot b}, & a \geq 0 \end{cases}$$

$$7 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 7^2} = \sqrt{147}$$

$$-3 \cdot \sqrt{11} = -\sqrt{99}$$



МОДУЛЬ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

Свойства

$|a| \geq 0$

$|-a| = |a|$

$|a-b| = |b-a|$

$|a|-|b| \leq |a \pm b| \leq |a|+|b|$

Геометрическая интерпретация модуля

Расстояние между точками $A(a)$ и $O(0)$ на прямой равно $|a|$



Расстояние между точками $A(a)$ и $B(b)$ на прямой равно $|a-b|$



Уравнения с модулем

$|x| = a$

$|x-b| = a$

$|f(x)| = |g(x)|$

$|f(x)| = g(x)$

а) если $a < 0$, решений нет;

б) если $a = 0$, $x = 0$;

в) если $a > 0$, $\begin{cases} x = a \\ x = -a \end{cases}$

а) если $a < 0$, решений нет;

б) если $a = 0$, $x = b$;

в) если $a > 0$, $\begin{cases} x = b-a \\ x = b+a \end{cases}$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Неравенства с модулем

$|x-b| < a$

$|x-b| \geq a$

$|f(x)| < g(x)$

$|f(x)| > g(x)$

а) если $a \leq 0$, решений нет;

б) если $a > 0$, $b-a < x < b+a$

а) если $a \leq 0$, $x \in \mathbb{R}$;

б) если $a > 0$, $x \leq b-a$
или $x \geq b+a$

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ f(x) < -g(x) \end{cases}$$

$$|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow f^2(x) > g^2(x) \text{ или } (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) > 0$$



УРАВНЕНИЯ

Линейные уравнения

$$kx + b = 0$$

если $k \neq 0$, то $x = -\frac{b}{k}$

если $k = 0, b = 0$, то $x \in \mathbb{R}$
бесконечное множество корней

если $k = 0, b \neq 0$, то
решений нет

Квадратные уравнения

полное

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a}$$

$$D < 0$$

корней нет

Дискриминант

приведенное

$$x^2 + px + q = 0$$

$$D = p^2 - 4q$$

$$D > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}$$

$$D = 0$$

$$x = -\frac{p}{2}$$

$$D < 0$$

корней нет

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Теорема Виета

$$x_1 + x_2 = -p; \quad x_1 \cdot x_2 = q$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Разложение на множители

$$x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$$

УРАВНЕНИЯ

Неполные квадратные уравнения

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$a \cdot c < 0$$

$$a \cdot c > 0$$

$$x = 0$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

решений нет

Биквадратные уравнения

$$ax^4 + bx^2 + c = 0, \quad x^2 = y$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}; \quad x_{3,4} = \pm \sqrt{\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Иррациональные уравнения

$$\sqrt[2n]{f(x)} = g(x)$$

$$\sqrt[2n]{f(x)} = \sqrt[2n]{g(x)}$$

$$\sqrt[2n-1]{f(x)} = g(x)$$

$$\sqrt[2n-1]{f(x)} = \sqrt[2n-1]{g(x)}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = [g(x)]^{2n} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

$$f(x) = [g(x)]^{2n-1}$$

$$f(x) = g(x)$$



ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

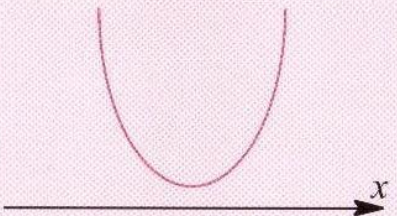
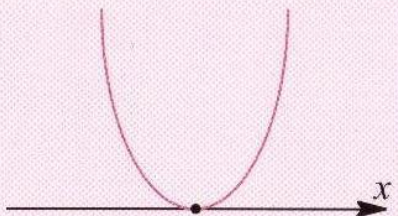
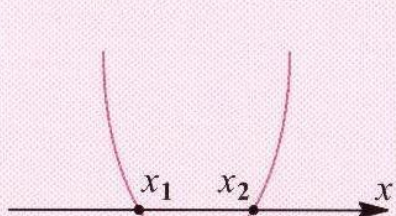
Вид промежутка	Геометрическое изображение	Обозначение	Запись с помощью неравенств
Интервал		$(a; b)$	$a < x < b$
Отрезок		$[a; b]$	$a \leq x \leq b$
Полуинтервал		$(a; b]$	$a < x \leq b$
		$[a; b)$	$a \leq x < b$
Луч		$[a; +\infty)$	$a \leq x < +\infty$
		$(-\infty; b]$	$-\infty < x \leq b$
Открытый луч		$(a; +\infty)$	$a < x < +\infty$
		$(-\infty; b)$	$-\infty < x < b$

НЕРАВЕНСТВА

Линейные неравенства

$k \neq 0$	$kx + b > 0$	$kx + b < 0$	$kx + b \geq 0$	$kx + b \leq 0$
$k > 0$	$x \in \left(-\frac{b}{k}; +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{k}\right)$	$x \in \left[-\frac{b}{k}; +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{k}\right]$
$k < 0$	$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{k}\right)$	$x \in \left(-\frac{b}{k}; +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty; -\frac{b}{k}\right]$	$x \in \left[-\frac{b}{k}; +\infty\right)$

Квадратные неравенства

Пояснение		$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
				
Неравенство				
		$a > 0$	$ax^2 + bx + c > 0$	$x \in \mathbb{R}$
	$ax^2 + bx + c < 0$	решений нет		$x \in (x_1; x_2)$