

Прогрессии: арифметическая и геометрическая

Задания ОГЭ

Арифметическая и геометрическая прогрессии

| | Арифметическая прогрессия | Геометрическая прогрессия |
|---------------------------------|--|---|
| Обозначение | $(a_n): a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$ $a_n = a_{n-1} + d$ | $(b_n): b_1, b_2, b_3, \dots, b_{n-1}, b_n, b_{n+1}, \dots$ $b_n = b_{n-1} \cdot q$ |
| Разность / знаменатель | $d = a_2 - a_1 = a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$ | $q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{b_3}{b_2} = \frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n}$ |
| Формула общего члена | $a_n = a_1 + d \cdot (n-1)$ $a_n = S_n - S_{n-1}$ | $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ $b_n = S_n - S_{n-1}$ |
| Формулы суммы n первых членов | $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ $S_n = \frac{2a_1 + d \cdot (n-1)}{2} \cdot n$ $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$ | $S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q - 1}$ $S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{n-1} + b_n$ |
| Характеристическое свойство | $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$ | $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ |

Арифметическая прогрессия

1. Дана арифметическая прогрессия $(a_n) : -7; -5; -3 \dots$. Найдите a_{16} .
2. Дана арифметическая прогрессия $(a_n) : -6; -3; 0; \dots$. Найдите сумму первых десяти её членов.
3. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: $3; 6; 9; 12; \dots$. Какое из следующих чисел есть среди членов этой прогрессии?

1) 83

2) 95

3) 100

4) 102

1. Дана арифметическая прогрессия $(a_n) : -7; -5; -3 \dots$. Найдите a_{16} .

Решение.

Определим разность арифметической прогрессии:

$$d = a_2 - a_1 = (-5) - (-7) = 2.$$

Член арифметической прогрессии с номером k может быть найден по формуле

$$a_k = a_1 + (k - 1) \cdot d.$$

Необходимо найти a_{16} , имеем:

$$a_{16} = a_1 + (16 - 1) \cdot d = (-7) + 15 \cdot 2 = 23.$$

2. Дана арифметическая прогрессия $(a_n) : -6; -3; 0; \dots$. Найдите сумму первых десяти её членов.

Решение.

Определим разность арифметической прогрессии (d):

$$d = a_2 - a_1 = (-3) - (-6) = 3.$$

Сумма первых k -ых членов может быть найден по формуле

$$S_k = \frac{2a_1 + (k-1)d}{2} \cdot k.$$

Нам необходимо найти S_{10} , поэтому в формулу для нахождения S_k ставим 10 вместо k :

$$S_k = \frac{2a_1 + (10-1)d}{2} \cdot 10 = \frac{2(-6) + 9 \cdot 3}{2} \cdot 10 = (-12 + 27) \cdot 5 = 75.$$

Ответ: 75.

3. Выписаны первые несколько членов арифметической прогрессии: 3; 6; 9; 12;... Какое из следующих чисел есть среди членов этой прогрессии?

1) 83

2) 95

3) 100

4) 102

Решение.

Найдем разность арифметической прогрессии: $d = a_2 - a_1 = 6 - 3 = 3$. Зная разность и член арифметической прогрессии, решим уравнение относительно n , подставив данные в формулу для нахождения n -го члена:

$$\begin{aligned} 1) \quad a_n = 83, \quad 3 + 3(n-1) = 83 \quad n = \frac{83}{3} \quad n \notin N, \\ 2) \quad a_n = 95, \quad 3 + 3(n-1) = 95 \quad n = \frac{95}{3} \quad n \notin N, \\ 3) \quad a_n = 100, \quad 3 + 3(n-1) = 100 \quad n = \frac{100}{3} \quad n \notin N, \\ 4) \quad a_n = 102, \quad 3 + 3(n-1) = 102 \quad n = 34 \quad n \in N. \end{aligned}$$

Членом прогрессии является число 102. Таким образом, правильный ответ указан под номером 4.

Ответ: 4.

Геометрическая прогрессия

4. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 = 2$, $q = -2$. Найти пятый член этой прогрессии.

5. Геометрическая прогрессия (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$. Укажите четвертый член этой прогрессии.

6. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 160 \cdot 3^n$. Найдите сумму первых её 4 членов.

7. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

4. В геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 = 2$, $q = -2$. Найти пятый член этой прогрессии.

Решение.

В силу формулы $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, имеем:

$$b_5 = 2 \cdot (-2)^{5-1} = 2 \cdot (-2)^4 = 32.$$

Ответ: 32.

5. Геометрическая прогрессия (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$. Укажите четвертый член этой прогрессии.

Решение.

По формуле n -го члена геометрической прогрессии имеем: $b_4 = 2 \cdot (-3)^3 = -54$.

Ответ: -54.

6. Геометрическая прогрессия задана условием $b_n = 160 \cdot 3^n$. Найдите сумму первых её 4 членов.

Решение.

Найдём знаменатель геометрической прогрессии:

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{160 \cdot 3^{n+1}}{160 \cdot 3^n} = 3.$$

Первый член данной прогрессии равен $b_1 = 160 \cdot 3^1 = 480$. Сумма первых k членов геометрической прогрессии может быть найдена по формуле:

$$S_k = \frac{b_1(1 - q^k)}{1 - q}.$$

Необходимо найти S_4 , имеем:

$$S_4 = \frac{480 \cdot (1 - 3^4)}{1 - 3} = \frac{480 \cdot (1 - 81)}{-2} = \frac{480 \cdot (-80)}{-2} = 19200.$$

Ответ: 19 200.

7. Дана геометрическая прогрессия (b_n) , знаменатель которой равен 2, а $b_1 = -\frac{3}{4}$. Найдите сумму первых шести её членов.

Решение.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии даётся формулой

$$S_n = \frac{b_1 \cdot q^n - b_1}{q - 1}.$$

По условию, $b_1 = -\frac{3}{4}$, $q = 2$, откуда получаем

$$S_6 = \frac{-0,75 \cdot 2^6 + 0,75}{2 - 1} = -47,25.$$

Ответ: $-47,25$.

Домашнее задание на 13 марта

- ▶ Формулы учить (в таблице)
- ▶ Вариант <https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=7290893> со 2 частью (воскресенье) на листах в клетку.
- ▶ Задания Геометрическая и Арифметическая прогрессия в отдельной тонкой тетради (на полях вопросы), ответы на сайт(по возможности)
<https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=7467306>
<https://math-oge.sdamgia.ru/test?id=7301991>