

# §3 Дефекты в кристаллах.

*План:*

- 1. Обратное пространство. Обратная решетка.*
- 2. Векторы обратной решетки.*
- 3. Условие дифракции.*
- 4. Зоны Бриллюэна.*
- 5. Дефекты в кристаллах. Классификация дефектов.*
- 6. Точечные дефекты кристаллической решетки.*
- 7. Дислокации.*

# 1. Обратное пространство. Обратная решетка

$\vec{a}, \vec{b}$  и  $\vec{c}$

$$\vec{a}^* = \frac{2\pi[\vec{b}\vec{c}]}{(\vec{a}[\vec{b}\vec{c}])}, \quad \vec{b}^* = \frac{2\pi[\vec{c}\vec{a}]}{(\vec{a}[\vec{b}\vec{c}])}, \quad \vec{c}^* = \frac{2\pi[\vec{a}\vec{b}]}{(\vec{a}[\vec{b}\vec{c}])}$$

$$(\vec{a}^*\vec{b}) = (\vec{a}^*\vec{c}) = (\vec{b}^*\vec{a}) = (\vec{b}^*\vec{c}) = (\vec{c}^*\vec{a}) = (\vec{c}^*\vec{b}) = 0,$$

$$(\vec{a}^*\vec{a}) = (\vec{b}^*\vec{b}) = (\vec{c}^*\vec{c}) = 2\pi.$$

$$\vec{a} = \frac{2\pi[\vec{b}^*\vec{c}^*]}{(\vec{a}^*[\vec{b}^*\vec{c}^*])}$$

## 2. Векторы обратной решетки

$$\vec{R} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$$

$$\vec{G} = h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*$$

где  $h, k, l$  — целые числа

$$\begin{aligned}\vec{R}\vec{G} &= (m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})(h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*) = \\ &= (mh + nk + pl)2\pi = 2\pi N,\end{aligned}$$

где  $N$  — целое число ( $\exp(i\vec{G}\vec{R}) = 1$ )

## 2. Векторы обратной решетки

$$\vec{G} \quad h, k, l \quad (hkl) \quad \frac{1}{h}\vec{a} - \frac{1}{k}\vec{b}$$

$$\vec{G}\left(\frac{1}{h}\vec{a} - \frac{1}{k}\vec{b}\right) = (h\vec{a}^* + k\vec{b}^* + l\vec{c}^*)\left(\frac{1}{h}\vec{a} - \frac{1}{k}\vec{b}\right) = \vec{a}^*a - \vec{b}^*b = 0.$$

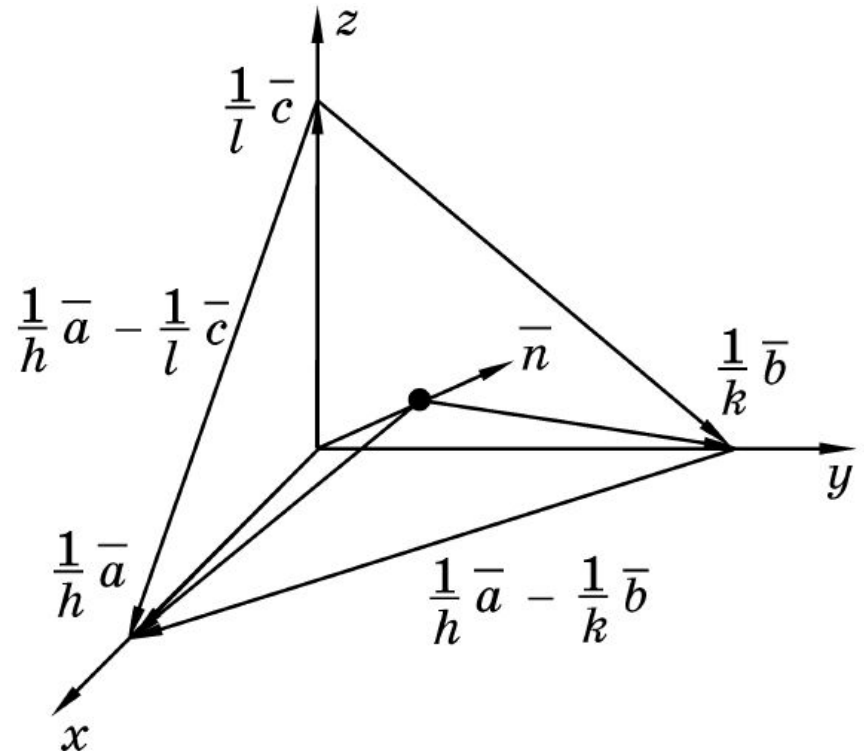
$$\frac{1}{h}\vec{a} - \frac{1}{l}\vec{c}$$

$$|G| = \frac{2\pi}{d_{hkl}} \quad \vec{n} = \frac{\vec{G}}{|\vec{G}|}$$

$$d_{(hkl)} \quad \frac{\vec{a}}{h}$$

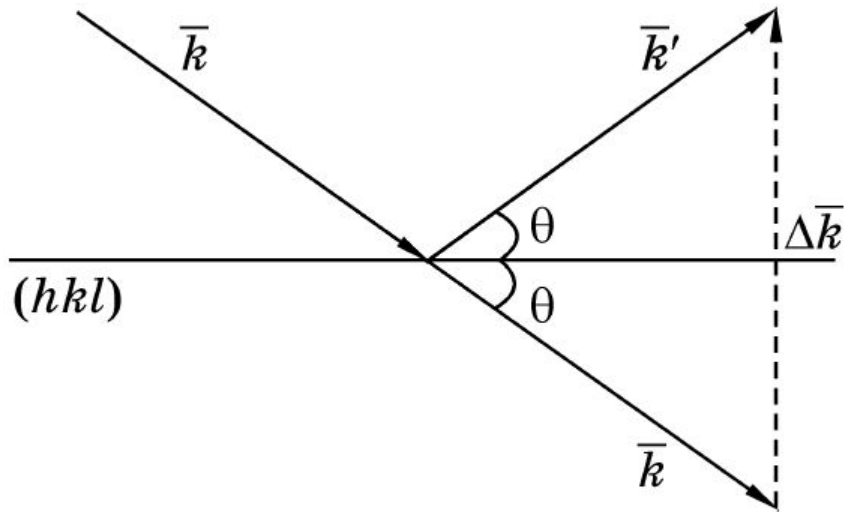
$$d_{hkl} = \frac{1}{h}(\vec{n}\vec{a}) = \frac{(\vec{G}\vec{a})}{|\vec{G}|h} = \frac{2\pi}{|G|}$$

$$|G| = \frac{2\pi}{d_{hkl}}$$



Расстояние между плоскостями с индексами Миллера  $(hkl)$

### 3. Условие дифракции



*Изменение волнового вектора при зеркальном отражении от плоскости (hkl)*

$$|\vec{k}| = |\vec{k}'| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta\vec{k} = (\vec{k}' - \vec{k}) = 2\sin\theta |\vec{k}| \vec{n} = \left(\frac{4\pi\sin\theta}{\lambda}\right) \vec{n} = \frac{4\pi\sin\theta \vec{G}}{\lambda |\vec{G}|} = \left(\frac{2d_{hkl} \sin\theta}{\lambda}\right) \vec{G}$$

$$\Delta\vec{k} = \vec{G} \quad \vec{k}' = \vec{G} + \vec{k}$$

$$|\vec{k}|^2 = |\vec{k}'|^2 \quad \vec{G}^2 + 2\vec{k}\vec{G} = 0 \quad \Delta\vec{k} = \vec{G}_{hkl}$$

$$\vec{a}\Delta\vec{k} = 2\pi h, \quad \vec{b}\Delta\vec{k} = 2\pi k, \quad \vec{c}\Delta\vec{k} = 2\pi l$$

# 4. Зоны Бриллюэна.

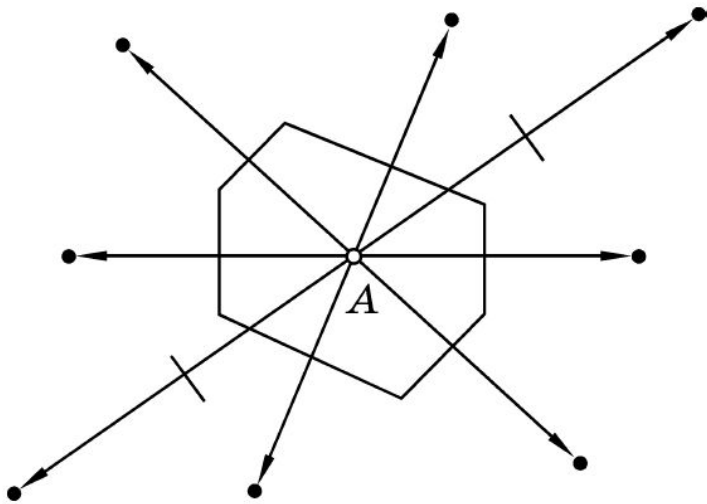
$$2\vec{k}\vec{G} + G^2 = 0$$

$-\vec{G}$  вместо  $\vec{G}$

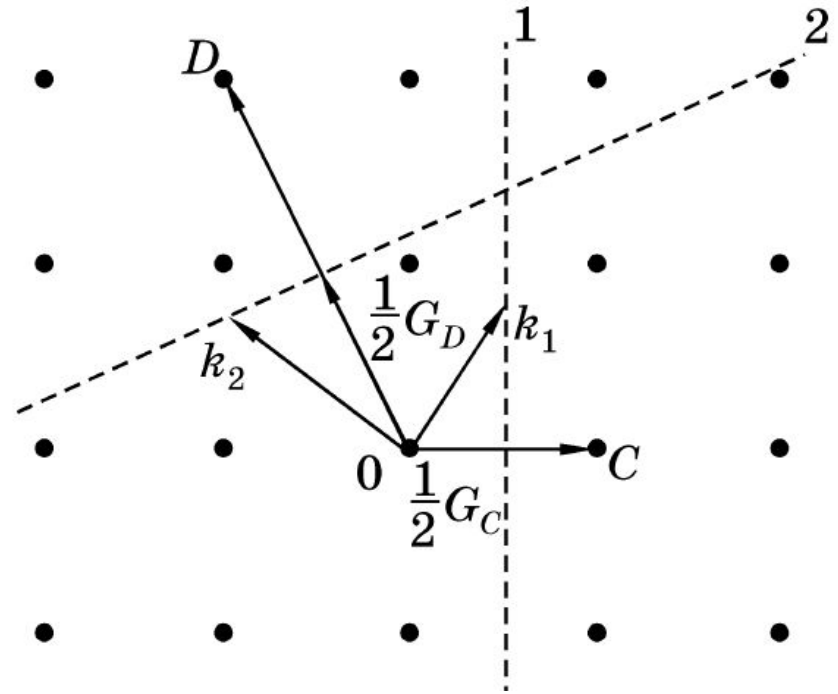
$$2\vec{k}\vec{G} = G^2$$

$$\left(\vec{k}\left(\frac{1}{2}\vec{G}\right)\right) = \left(\frac{1}{2}\vec{G}\right)^2$$

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$        $\vec{k} + \vec{G}$



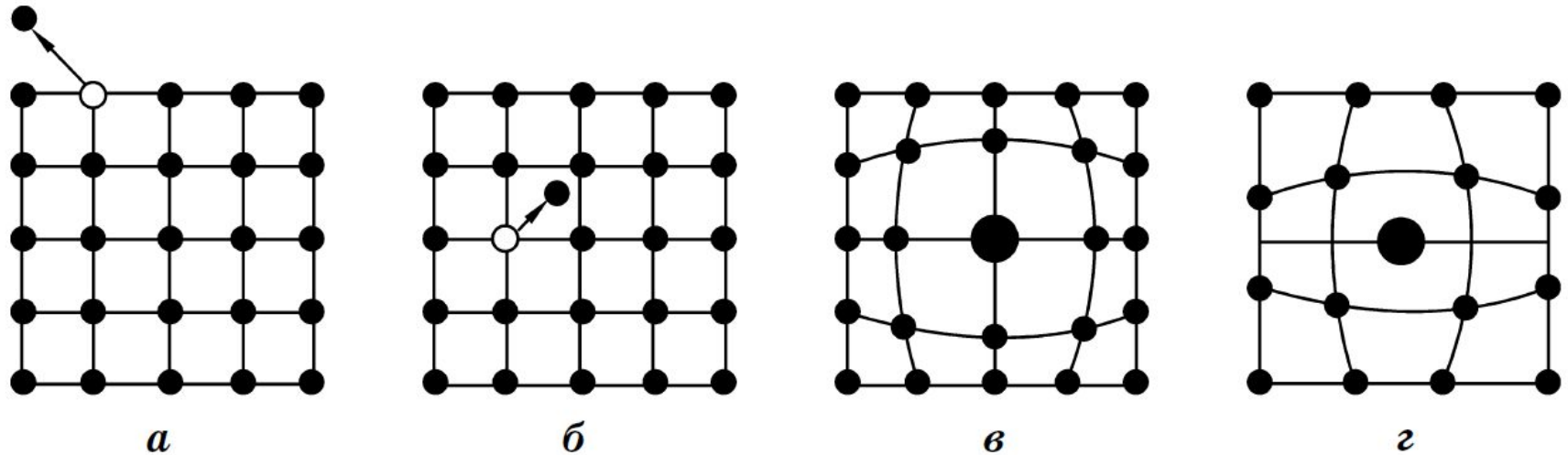
Часть обратного пространства для двумерной косоугольной решетки



Узлы обратной решетки

$$\left(\vec{k}_1\left(\frac{\vec{G}_C}{2}\right) = \left(\frac{\vec{G}_C}{2}\right)^2, \quad \vec{k}_2\left(\frac{\vec{G}_D}{2}\right) = \left(\frac{\vec{G}_D}{2}\right)^2\right)$$

# 6. Точечные дефекты кристаллической решетки



*Дефекты кристаллической решетки:*

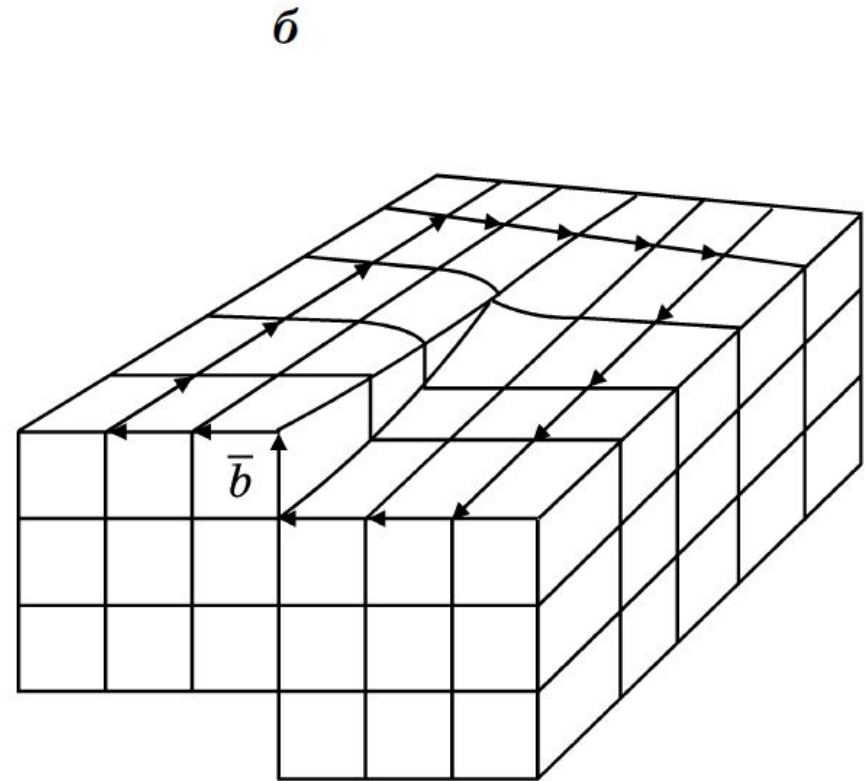
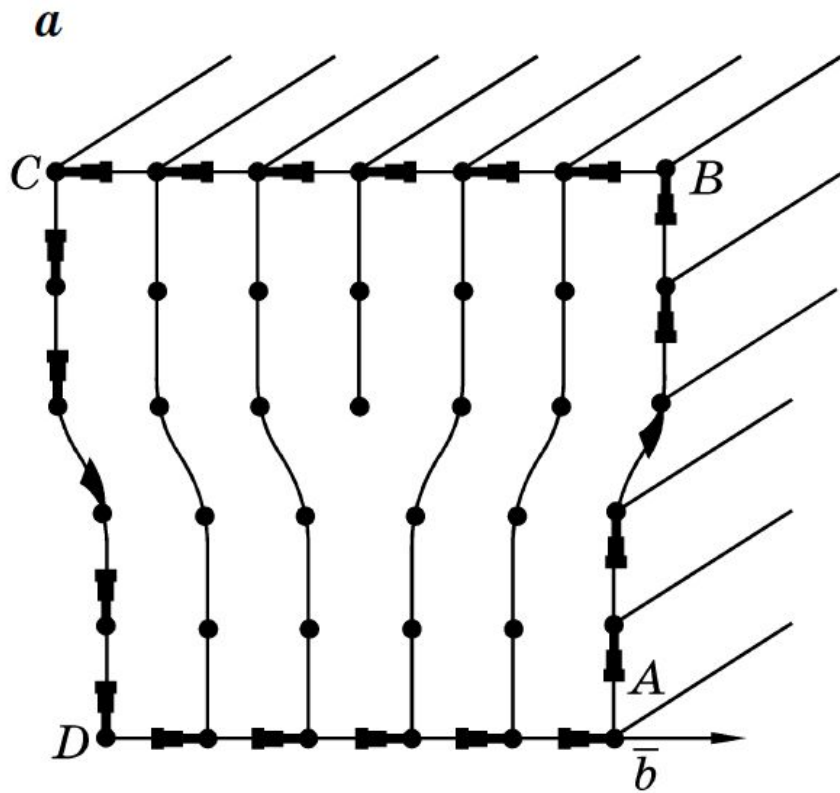
*a — по Шоттки; б — по Френкелю; в — замещения; г — внедрения.*

$n_{\text{ш}}$  зависит от энергии  $E_{\text{ш}}$   $n_0$

$$n_{\text{ш}} = n_0 \exp\left(-\frac{E_{\text{ш}}}{kT}\right)$$

$$n_{\text{ф}} \approx \sqrt{n_0 n'} \exp\left(-\frac{E_{\text{ф}}}{2k\pi}\right)$$

# 7. Дислокации



*Два вида простых дислокаций:*

*a* — краевая дислокация; *б* — винтовая дислокация.



*Спасибо за внимание!*