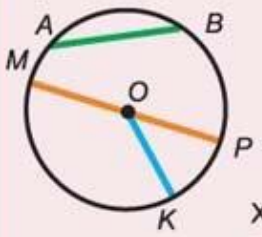
ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

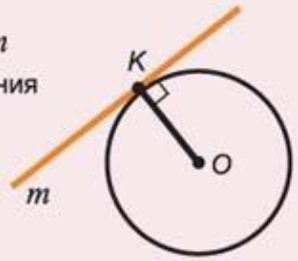
1 ОКРУЖНОСТЬ. ХОРДЫ И КАСАТЕЛЬНЫЕ



Касательная m

K – точка касания

$OK \perp m$

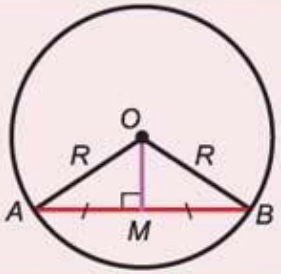


Хорда AB

Диаметр MP

Радиус OK

СВОЙСТВО ОТРЕЗКА РАДИУСА, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОГО ХОРДЕ

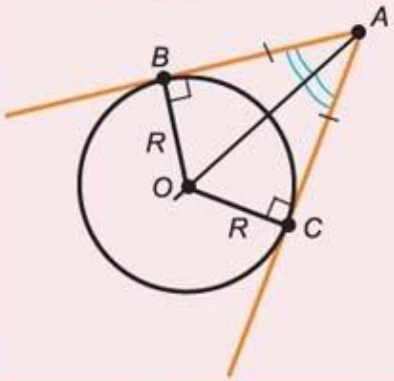


M – середина хорды AB

⇕

$OM \perp AB$

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ, ПРОВЕДЕННЫХ ИЗ ОБЩЕЙ ТОЧКИ



B и C – точки касания

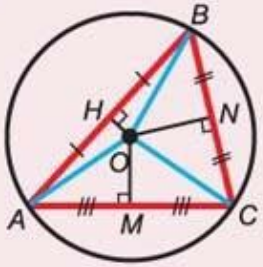
⇕

$AB = AC$,

AO – биссектриса угла BAC

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

2 ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



Стороны AB, BC, AC – хорды

$OA = OB = OC = R$

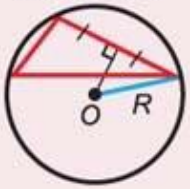
$\angle ABC$, $\angle BAC$, $\angle ACB$ – вписанные

OH, OM, ON – серединные перпендикуляры к сторонам

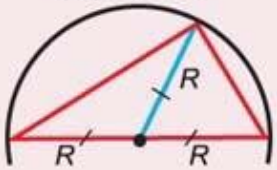
ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

Остроугольный треугольник

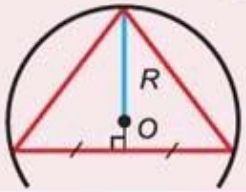
Тупоугольный треугольник

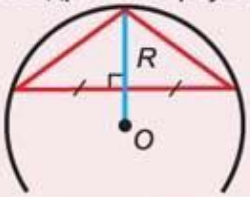


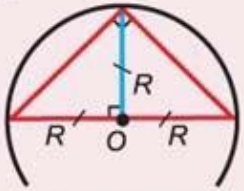
Прямоугольный треугольник



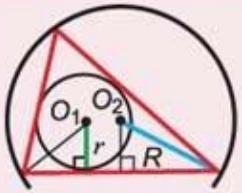
Равнобедренный треугольник

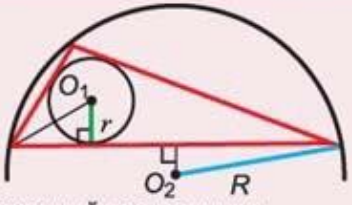






ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ





Разносторонний треугольник

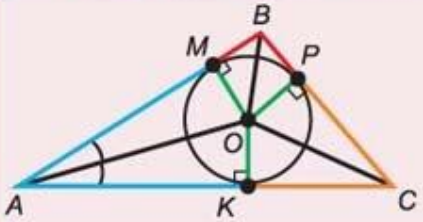
Равносторонний треугольник

ГЕОМЕТРИЯ EDUSTRONG™ www.edustrong.ru ВАРСОН

ГЕОМЕТРИЯ EDUSTRONG™ www.edustrong.ru ВАРСОН

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

3 ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК



AB, BC, AC – касательные

Отрезки касательных равны:

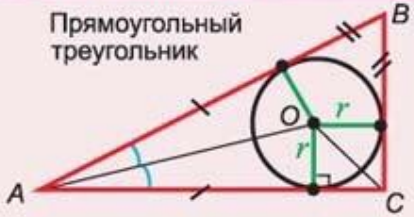
$AM = AK, BM = BP, CP = CK$

$OM = OK = OP = r$

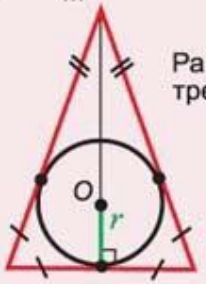
AO, BO, CO – биссектрисы углов

ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

Произвольный треугольник



Прямоугольный треугольник

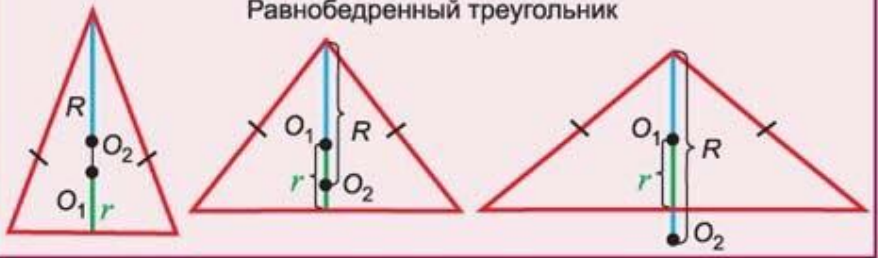


Равнобедренный треугольник

Равнобедренный прямоугольный треугольник

ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ

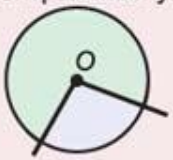
Равнобедренный треугольник



ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

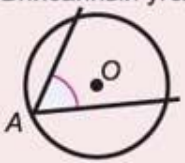
5 ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

Центральный угол

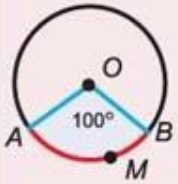


Величина центрального угла равна величине соответствующей дуги окружности

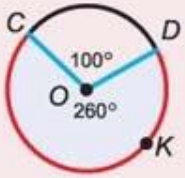
Вписанный угол



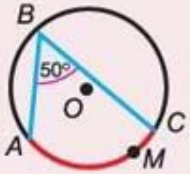
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается



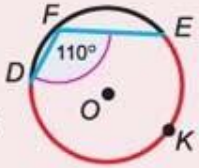
$\smile AMB = 100°$



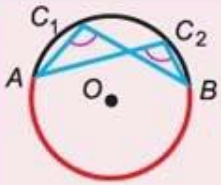
$\smile CKD = 260°$



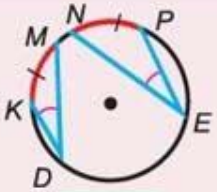
$\smile AMC = 100°$



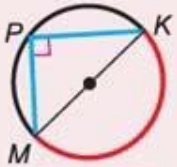
$\smile DKE = 220°$



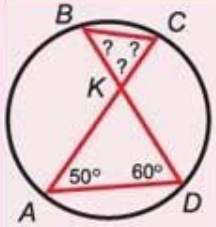
$\angle C_1 = \angle C_2$

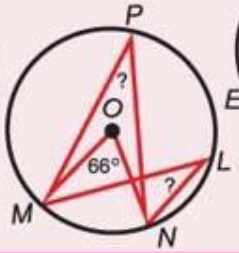


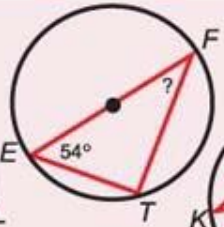
$\angle D = \angle E$

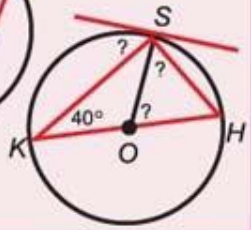


$\angle MPK = 90°$







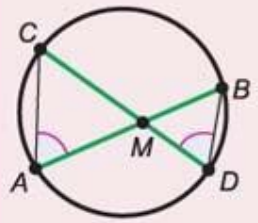


ГЕОМЕТРИЯ EDUSTRONG™ www.edustrong.ru ВАРСОН

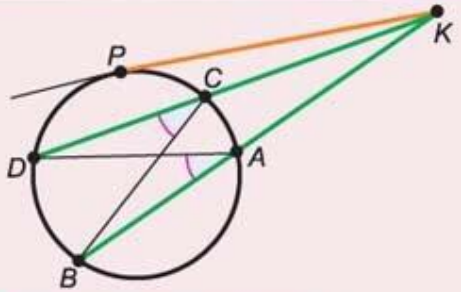
ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

6 СВОЙСТВА ХОРД И СЕКУЩИХ

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОТРЕЗКОВ ХОРД И СЕКУЩИХ ОКРУЖНОСТИ

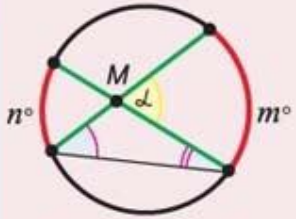


$MA \cdot MB = MC \cdot MD$

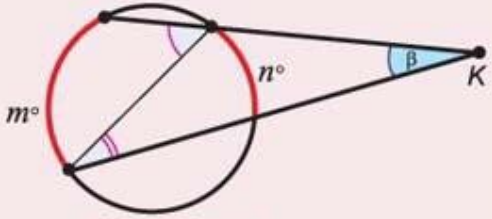


$KA \cdot KB = KC \cdot KD = KP^2$

УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ХОРДАМИ И СЕКУЩИМИ ОКРУЖНОСТИ

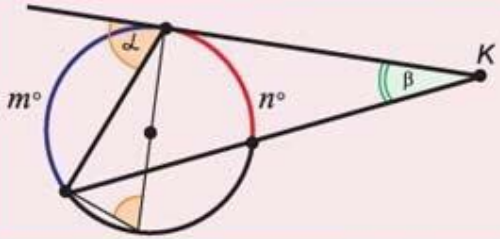


$\alpha = \frac{1}{2}(n^\circ + m^\circ)$



$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$

УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ КАСАТЕЛЬНОЙ С ХОРДОЙ И СЕКУЩЕЙ



$\alpha = \frac{1}{2} m^\circ$

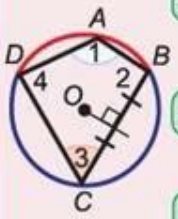
$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

7 ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

ПРОИЗВОЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Четырехугольник, вписанный в окружность

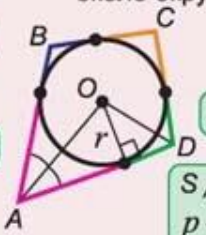


стороны – хорды

углы – вписанные

$\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$
$\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$

Четырехугольник, описанный около окружности



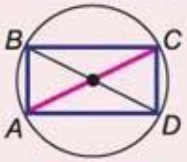
стороны лежат на касательных

$AB + CD = BC + AD$

$S_{ABCD} = p \cdot r$
p – полупериметр,
r – радиус вписанной окружности

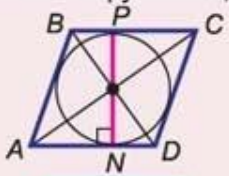
ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ

Параллелограмм, вписанный в окружность, – прямоугольник



$AC = 2R$

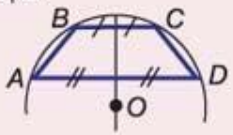
Параллелограмм, описанный около окружности, – ромб



$h = PN = 2r$

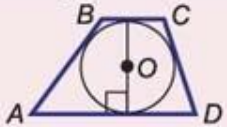
ТРАПЕЦИИ

Трапеция, вписанная в окружность, – равнобедренная трапеция



Центр O лежит на серединном перпендикуляре к основаниям

В трапеции, описанной около окружности, средняя линия равна полусумме боковых сторон



$P_{ABCD} = 4m$
(m – средняя линия)

$h = 2r$

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

8 ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

Длина окружности

$L = 2\pi R$

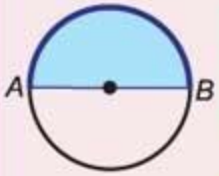
$\pi = \frac{L}{2R} \approx 3{,}1416$

Площадь круга

$S = \pi R^2$

ДЛИНА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

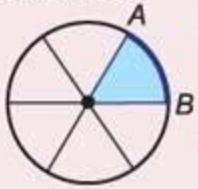
$\cup AB = 180°$



$l = \frac{1}{2} L = \pi R$

$S = \frac{1}{2} \pi R^2$

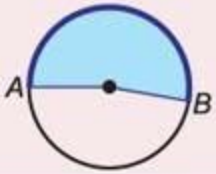
$\cup AB = 60°$



$l = \frac{1}{6} L = \frac{\pi R}{3}$

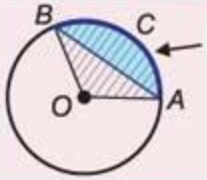
$S = \frac{1}{6} \pi R^2$

$\cup AB = m°$



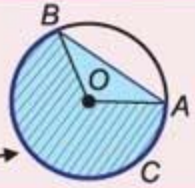
$l = \frac{m}{360} L = \frac{m}{180} \pi R \qquad S = \frac{m}{360} \pi R^2$

ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА



$S_{сегм.ABC} = S_{сект.AOB} - S_{\Delta AOB}$

$S_{сегм.ABC} = S_{сект.AOB} + S_{\Delta AOB}$



РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

$\pi \leftrightarrow 180°$

$\frac{\pi}{2} \leftrightarrow 90°$ $\quad \frac{\pi}{3} \leftrightarrow 60°$

$\frac{\pi}{4} \leftrightarrow 45°$ $\quad \frac{\pi}{6} \leftrightarrow 30°$

$1° \leftrightarrow \frac{\pi}{180}$

$17° \leftrightarrow 17 \cdot \frac{\pi}{180}$

$1 \leftrightarrow \frac{180°}{\pi}$

$25 \leftrightarrow 25 \cdot \frac{180°}{\pi}$