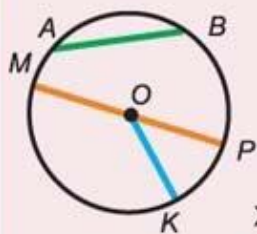
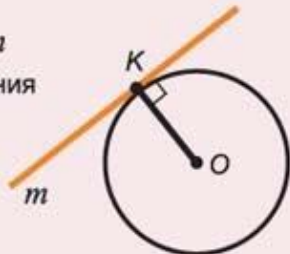


# 1 ОКРУЖНОСТЬ. ХОРДЫ И КАСАТЕЛЬНЫЕ

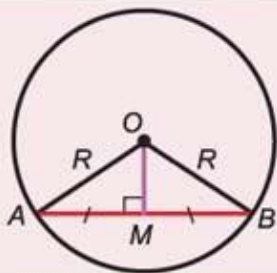


Касательная  $m$   
 $K$  – точка касания  
 $OK \perp m$



Хорда  $AB$   
 Диаметр  $MP$   
 Радиус  $OK$

## СВОЙСТВО ОТРЕЗКА РАДИУСА, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОГО ХОРДЕ

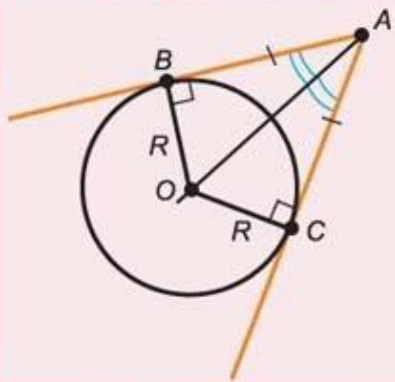


$M$  – середина хорды  $AB$



$OM \perp AB$

## СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНЫХ, ПРОВЕДЕННЫХ ИЗ ОБЩЕЙ ТОЧКИ

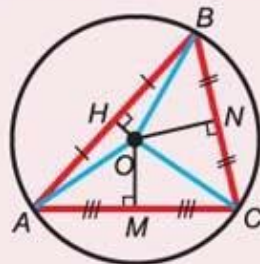


$B$  и  $C$  – точки касания



$AB = AC$ ,  
 $AO$  – биссектриса угла  $BAC$

# 2 ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ТРЕУГОЛЬНИКА



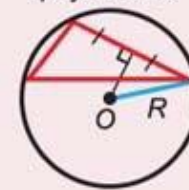
Стороны  $AB, BC, AC$  – хорды  
 $OA = OB = OC = R$   
 $\angle ABC, \angle BAC, \angle ACB$  – вписанные  
 $OH, OM, ON$  – серединные перпендикуляры к сторонам

## ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

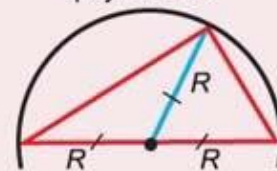
Остроугольный  
 треугольник



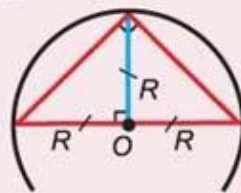
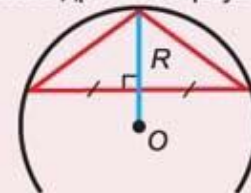
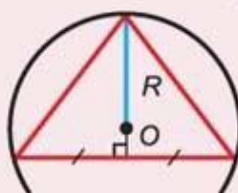
Тупоугольный  
 треугольник



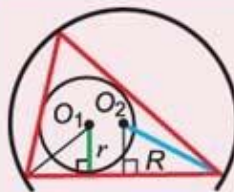
Прямоугольный  
 треугольник



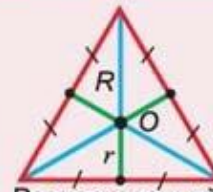
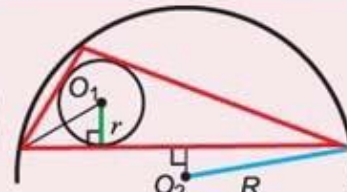
Равнобедренный  
 треугольник



## ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

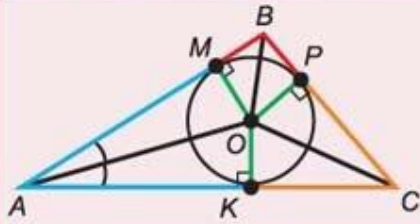


Разносторонний  
 треугольник



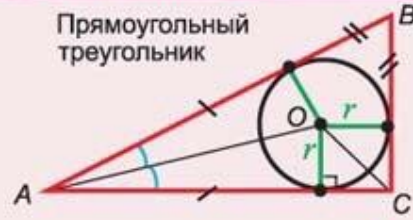
Равносторонний  
 треугольник

# ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ТРЕУГОЛЬНИК

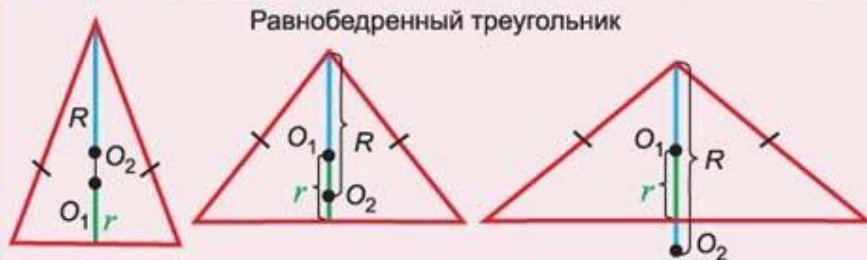


$AB, BC, AC$  – касательные  
 Отрезки касательных равны:  
 $AM = AK, BM = BP, CP = CK$   
 $OM = OK = OP = r$   
 $AO, BO, CO$  – биссектрисы углов

## ПОЛОЖЕНИЕ ЦЕНТРА ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

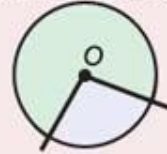


## ЦЕНТРЫ И РАДИУСЫ ВПИСАННОЙ И ОПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТЕЙ

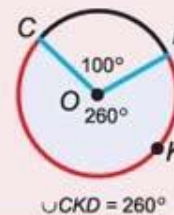
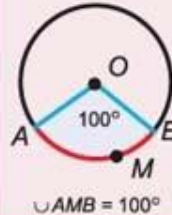


# ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

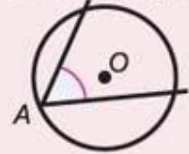
### Центральный угол



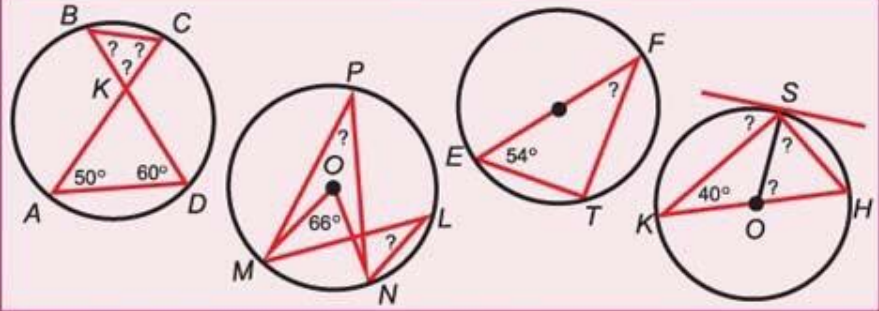
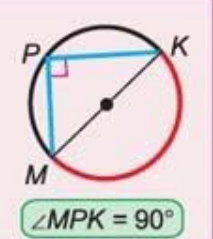
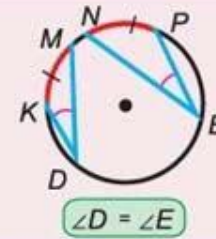
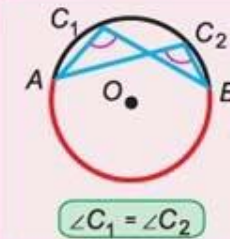
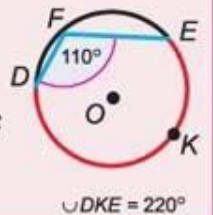
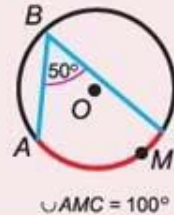
Величина центрального угла равна величине соответствующей дуги окружности



### Вписанный угол



Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается

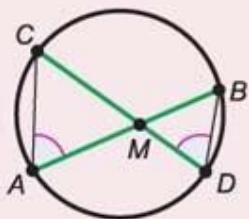




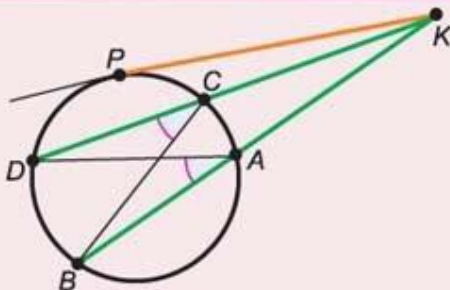
# 6

## СВОЙСТВА ХОРД И СЕКУЩИХ

### ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОТРЕЗКОВ ХОРД И СЕКУЩИХ ОКРУЖНОСТИ

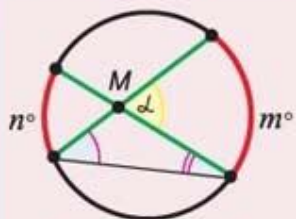


$$MA \cdot MB = MC \cdot MD$$

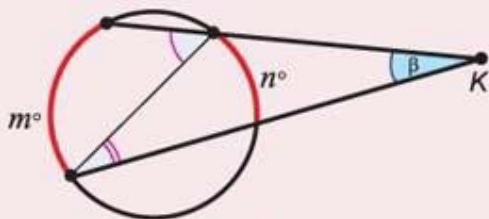


$$KA \cdot KB = KC \cdot KD = KP^2$$

### УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ХОРДАМИ И СЕКУЩИМИ ОКРУЖНОСТИ

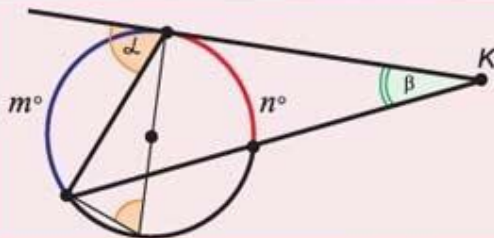


$$\alpha = \frac{1}{2}(n^\circ + m^\circ)$$



$$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$$

### УГЛЫ, ОБРАЗОВАННЫЕ КАСАТЕЛЬНОЙ С ХОРДОЙ И СЕКУЩЕЙ



$$\alpha = \frac{1}{2}m^\circ$$

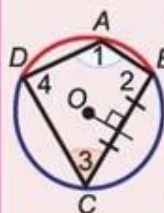
$$\beta = \frac{1}{2}(m^\circ - n^\circ)$$

# 7

## ВПИСАННЫЕ И ОПИСАННЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

### ПРОИЗВОЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Четырехугольник, вписанный в окружность

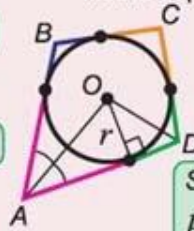


стороны – хорды

углы – вписанные

$$\begin{aligned} \angle 1 + \angle 3 &= 180^\circ \\ \angle 2 + \angle 4 &= 180^\circ \end{aligned}$$

Четырехугольник, описанный около окружности



стороны лежат на касательных

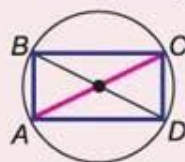
$$AB + CD = BC + AD$$

$$S_{ABCD} = p \cdot r$$

$p$  – полупериметр,  
 $r$  – радиус вписанной окружности

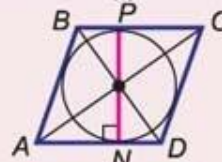
### ПАРАЛЛЕЛОГРАММЫ

Параллелограмм, вписанный в окружность, – прямоугольник



$$AC = 2R$$

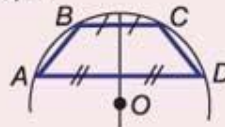
Параллелограмм, описанный около окружности, – ромб



$$h = PN = 2r$$

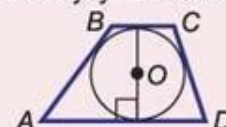
### ТРАПЕЦИИ

Трапеция, вписанная в окружность, – равнобедренная трапеция



Центр  $O$  лежит на серединном перпендикуляре к основаниям

В трапеции, описанной около окружности, средняя линия равна полусумме боковых сторон



$$P_{ABCD} = 4m$$

( $m$  – средняя линия)

$$h = 2r$$

## 8

## ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

Длина окружности



$$L = 2\pi R$$

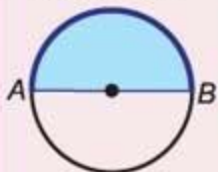
$$\pi = \frac{L}{2R} \approx 3,1416$$

Площадь круга



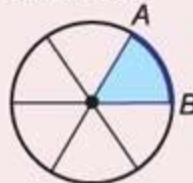
$$S = \pi R^2$$

## ДЛИНА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

 $\cup AB = 180^\circ$ 

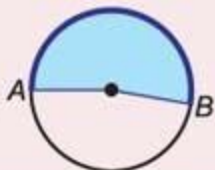
$$l = \frac{1}{2} L = \pi R$$

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2$$

 $\cup AB = 60^\circ$ 

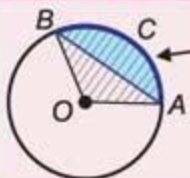
$$l = \frac{1}{6} L = \frac{\pi R}{3}$$

$$S = \frac{1}{6} \pi R^2$$

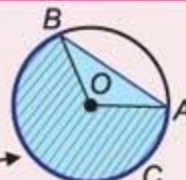
 $\cup AB = m^\circ$ 

$$l = \frac{m}{360} L = \frac{m}{180} \pi R \quad S = \frac{m}{360} \pi R^2$$

## ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА



$$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} - S_{\Delta AOB}$$



$$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} + S_{\Delta AOB}$$

## РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

$$\pi \leftrightarrow 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{2} \leftrightarrow 90^\circ$$

$$\frac{\pi}{3} \leftrightarrow 60^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} \leftrightarrow 45^\circ$$

$$\frac{\pi}{6} \leftrightarrow 30^\circ$$

$$1^\circ \leftrightarrow \frac{\pi}{180}$$

$$17^\circ \leftrightarrow 17 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$1 \leftrightarrow \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$25 \leftrightarrow 25 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$