

Урок 20
График линейного
уравнения с
двумя переменными

Проверка выполнения домашнего задания

Задача 1. Выразите из уравнения $-9x + y = -15$ переменную y через x и найдите любые три решения этого уравнения.

Задача 2. Из линейного уравнения $5x - 2y = -6$ выразите y через x и x через y .

Задача 3. Пары значений переменных x и y указаны в таблице.

	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
x	-5	-4	-2	-1	0	4	5
y	-1	3	4	-2	-7	-1	-4

Какие из них являются решениями уравнения $x + 3y = -7$?

Задача 4. Для нужд бухгалтерии заказали 27 ручек и 7 упаковок офисной бумаги. Одна ручка стоит x рублей, а одна упаковка бумаги стоит y рублей. Общая стоимость заказа составила 4935 рублей. Запишите данное условие в виде уравнения с двумя переменными.

Задача 5. У кассира есть банкноты номиналом исключительно 100 и 500 рублей на общую сумму 1900 рублей. Запишите данное условие в виде уравнения с двумя переменными (x — количество купюр номиналом 100 рублей, а y — количество купюр номиналом 500 рублей).

Найдите решение этого уравнения в натуральных числах, соответствующее наименьшему возможному значению x .

В предыдущем уроке мы познакомились с линейными уравнениями с двумя переменными и упомянули, что уравнения такого вида имеют бесконечное число решений. А что получится, если отметить на плоскости все точки, координаты которых являются решениями такого уравнения?

Рассмотрим уравнение $5x - 2y = 8$. Перенесём слагаемое с x в правую часть:

$$-2y = 8 - 5x.$$

Разделим обе части на -2 :

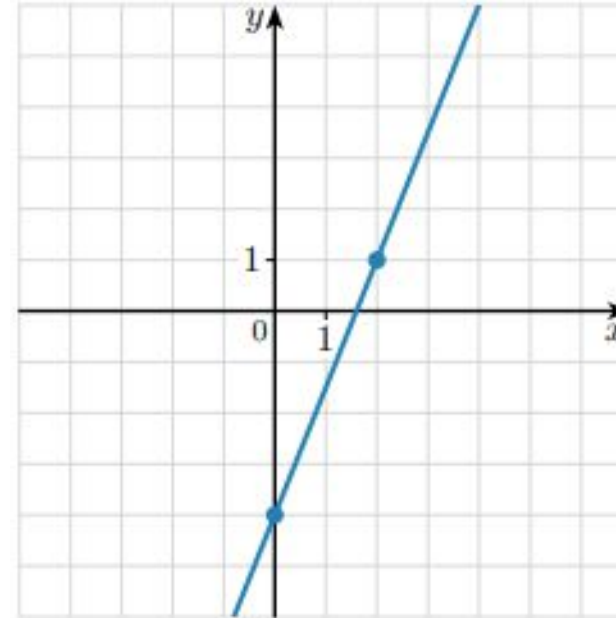
$$y = -4 + 2,5x.$$

У нас получилась формула, задающая линейную функцию:

$$y = 2,5x - 4.$$

Построим график этой функции.

x	0	2
y	-4	1



Построенная прямая называется графиком уравнения $5x - 2y = 8$.

Определение. График уравнения с двумя переменными — все точки плоскости, при подстановке координат которых в уравнение получается верное равенство.

Например, точка (2; 1) лежит на графике уравнения $5x - 2y = 8$, поскольку при подстановке получается верное равенство:

$$5 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 8.$$

а) Лежит ли точка с координатами (-3; 5) на графике уравнения $x + 3y = 12$?

б) Лежит ли точка с координатами (2; 1) на графике уравнения $-2x + y = 12$?

в) Лежит ли точка с координатами (-2,5; 1,5) на графике уравнения $x + y = -1$?

Постройте график уравнения $2x + y = 3$.

Постройте график уравнения $3y =$

Утверждение. Пусть $ax + by = c$ — линейное уравнение с двумя переменными.

Постройте график уравнения $2x = 4$

- Если a и b не равны 0, график уравнения является прямой и пересекает обе координатные оси, каждую в одной точке. При $c = 0$ это одна и та же точка, совпадающая с началом координат.
- Если $a = 0$, график уравнения является прямой, параллельной оси x .
- Если $b = 0$, график уравнения является прямой, параллельной оси y .

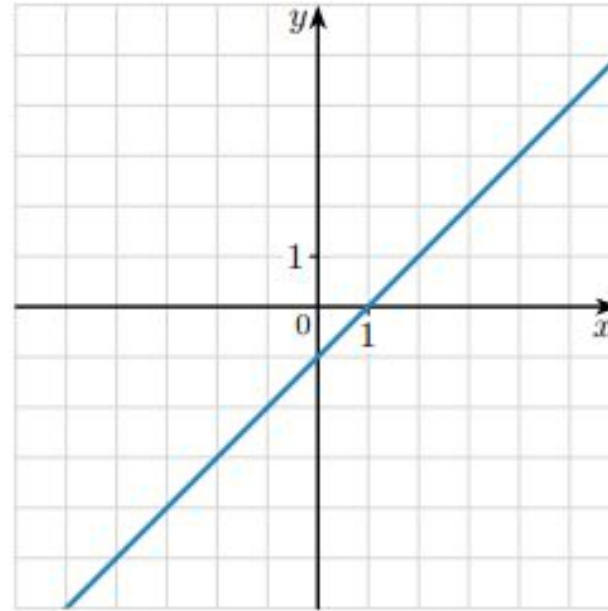
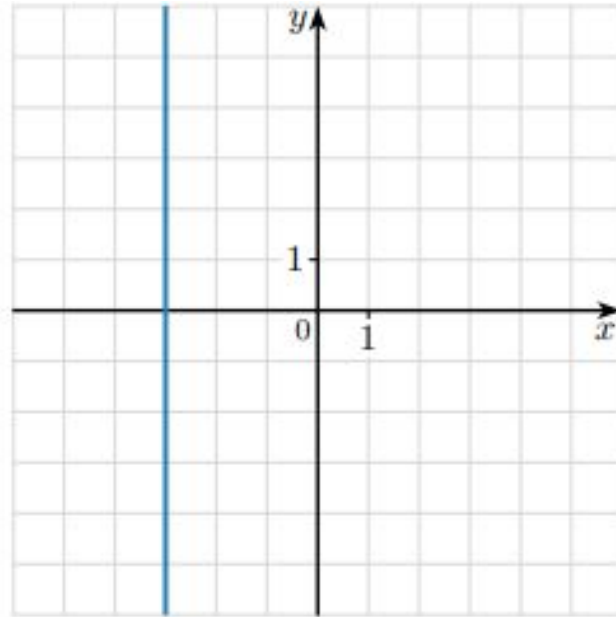
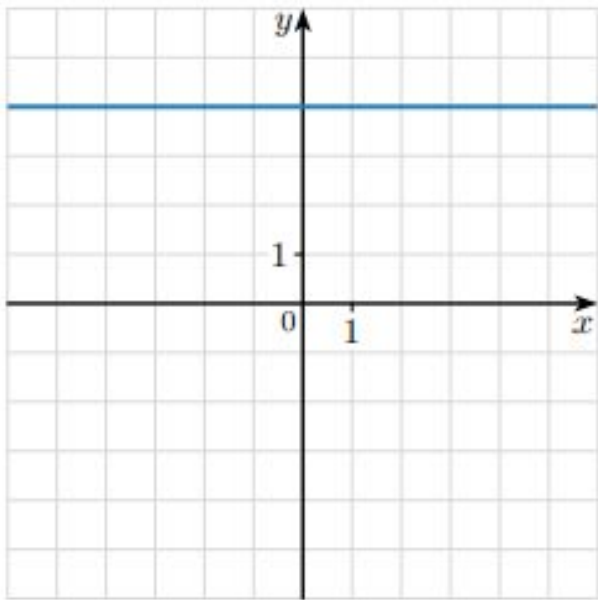
Доказательство утверждения

Действительно, если $b = 0$, мы можем преобразовать уравнение $ax + by = c$ к виду $x = \frac{c}{a}$. Графиком такого уравнения является вертикальная прямая. Если же $b \neq 0$, мы можем преобразовать уравнение к виду $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$. В этом случае его графиком будет прямая, являющаяся графиком соответствующей линейной функции (горизонтальная при $a = 0$ и наклонная при $a \neq 0$).

Мы рассмотрели все возможные случаи и можем заключить, что графиком линейного уравнения с двумя переменными всегда является прямая. Линейное уравнение, графиком которого является некоторая прямая, принято называть уравнением этой прямой. Кроме того, мы будем говорить, что уравнение задаёт прямую (если прямая является графиком этого уравнения), а прямую, задаваемую уравнением $ax + by = c$, будем для краткости называть прямой $ax + by = c$.

Запишите уравнение прямой, изображённой на

р



Обратите внимание, что одну и ту же прямую можно задать разными уравнениями (но все они будут равносильными). Например, в предыдущем примере мы могли записать ответ очень многими способами:

$$x - y = 1,$$

$$y - x = -1,$$

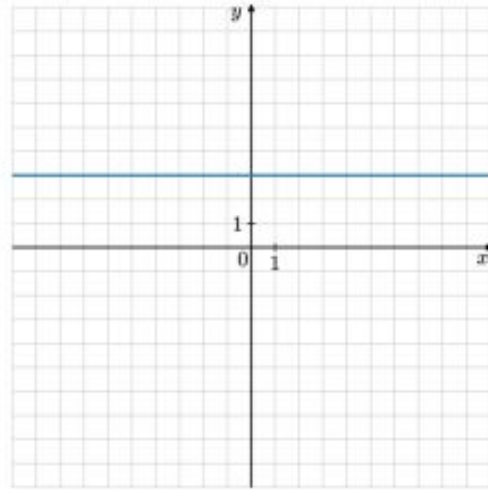
$$y = x - 1,$$

$$x = y + 1$$

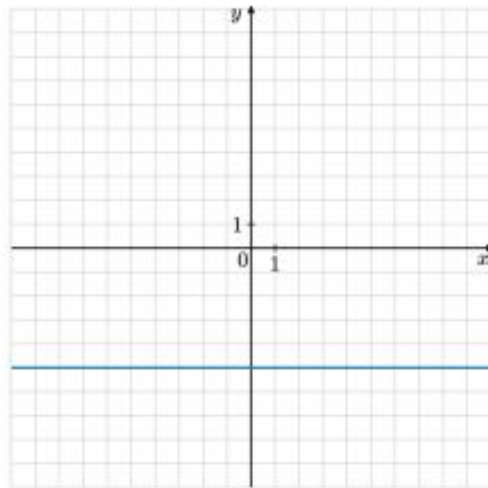
и так далее.

Однако для единообразия принято записывать уравнение прямой в виде $ax + by = c$ либо в виде $y = kx + b$ (если в условии не сказано иное).
Составьте линейное уравнение вида $ax + by = c$, график которого проходит через точку $(2; -1)$ параллельно графику уравнения $x + y = 4$.

Задача 1. Задайте линейным уравнением прямую, изображённую на рисунке.



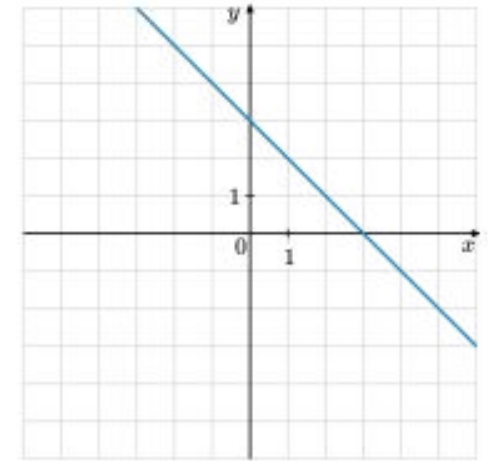
Задача 2. Задайте линейным уравнением прямую, изображённую на рисунке.



Задача 3. Постройте график уравнения $6y = -24$.

Задача 4. Постройте график линейного уравнения $4y - x = 8$.

Задача 5. Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке.



Задача 6. Установите соответствие между линейными уравнениями и характеристиками прямых, которые они задают.

Уравнения

1) $7y + 6x = 11$

2) $-7y + 5x = 0$

3) $7y + 3 = -10$

4) $5y - 2x = -6$

5) $10x = 9$

Характеристики

а) параллельна оси x

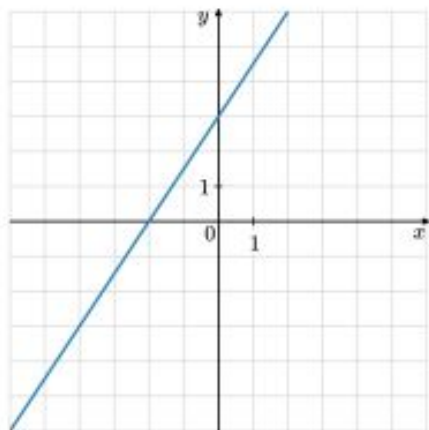
б) параллельна оси y

в) не параллельна ни оси x , ни оси y

Задача 7. Выразите y через x и постройте график линейного уравнения $3y - 2x = -6$.

Задача 8. Постройте на координатной плоскости прямую, заданную уравнением $4y + 7x = 16$.

Задача 9. Какие из данных уравнений задают прямую, изображённую на рисунке?

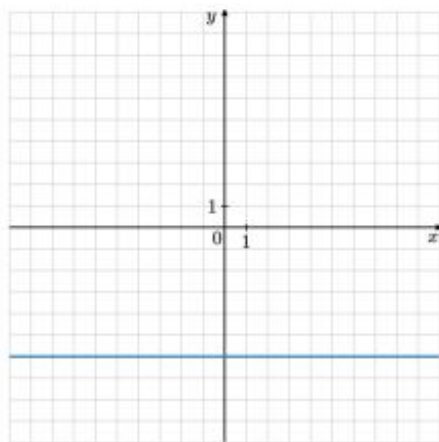


- 1) $3x - 2y = 6$ 2) $-1,5x + y = 3$ 3) $y = 3x + 6$ 4) $3x + 2y = 5$ 5) $-3x + 2y = 6$

Задача 10. Составьте уравнение вида $ax + by = c$, задающее прямую, которая проходит через точку $(-2; 1)$ и параллельна прямой $5x - 3y = 4$. Коэффициенты a , b и c — целые числа.

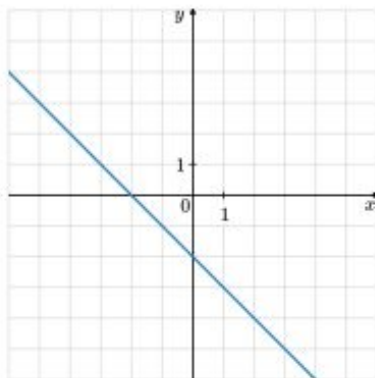
Домашнее

Задача 1. Задайте линейным уравнением прямую, изображённую на рисунке.



Задача 2. Постройте график линейного уравнения $x = -2,5$.

Задача 3. Запишите уравнение прямой, изображённой на рисунке.



Задача 4. Графики каких из следующих уравнений не совпадают с графиком функции $y = 7x + 9$?

- 1) $7x - y = -42$ 2) $28x - 4y = -36$ 3) $5y - 35x = 45$
4) $7x - y + 9 = 0$ 5) $y - 7x = 36$ 6) $5y - 7x = 45$

Задача 5. Постройте график линейного уравнения $3y - x = 9$.