

Центр образования № 654 имени А.Д. Фридмана

Двоичное представление отрицательных целых чисел

Информатика

10 классы

Профильная подготовка

Учитель: *Ермаков Максим Геннадьевич*

Терминология

- *Разрядная сетка* – количество разрядов в записи двоичного числа
- *Знаковый разряд* – старший бит в записи двоичного числа
- *Информационные разряды* – разряды в записи двоичного числа после знакового, т.е. с нулевого до знакового.
- *Переполнение разрядной сетки* – получение числа, количество разрядов которого превышает разрядную сетку.

Терминология

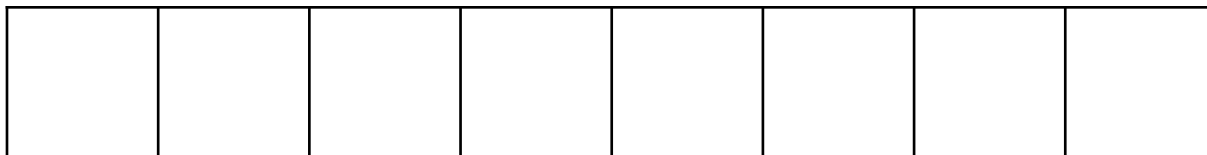
- *Прямой код* – обычный способ представления положительного двоичного числа.
- *Обратный (инверсный) код* – способ записи двоичного числа, каждый разряд которого инвертирован из прямого кода.
- *Дополнительный код* – способ записи отрицательного числа, получаемый из обратного кода увеличением его значения на единицу

Особенности двоичной арифметики

- Все вычисления выполняются в рамках разрядной сетки, т. е. все числа «одинаково-разрядные».
- Диапазон вычислений ограничен разрядной сеткой: для 8 разрядов диапазон чисел либо $0 \dots 255$ ($0 \dots 2^8 - 1$) для натуральных чисел, либо $-127 \dots 127$ ($-2^7 - 1 \dots 2^7 - 1$) для целых
- Каждое число записывается в двоичном коде без знака
- Знак для целых чисел задается цифрой старшего разряда: «0» для положительных, «1» для отрицательных;
- Положительные числа принято представлять в прямом коде
- Отрицательные числа представляются либо в дополнительном, либо в обратном коде.

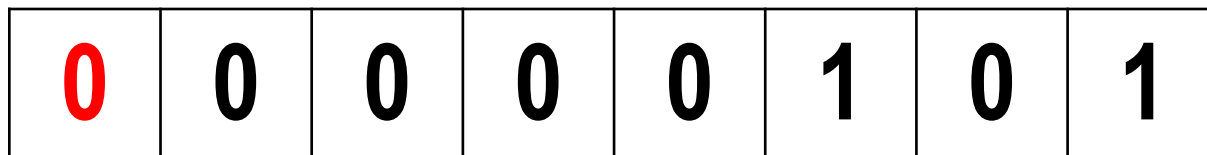
Кодовое представление числа

Разрядная сетка

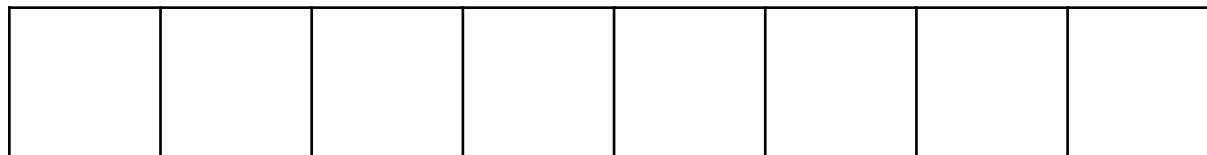


Знак Информационные разряды

Знак Информационные разряды



$X = +5$



Пример представления положительного целого числа

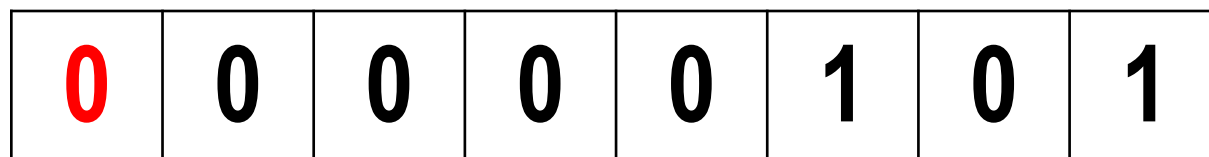
Кодовое представление числа

Разрядная сетка

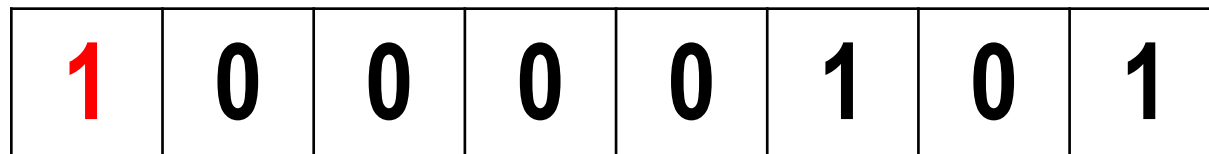


Знак Информационные разряды

Знак Информационные разряды



$X = +5$



$X = -5$

«Интуитивное» представление отрицательного целого числа

Кодовое представление числа

Разрядная сетка

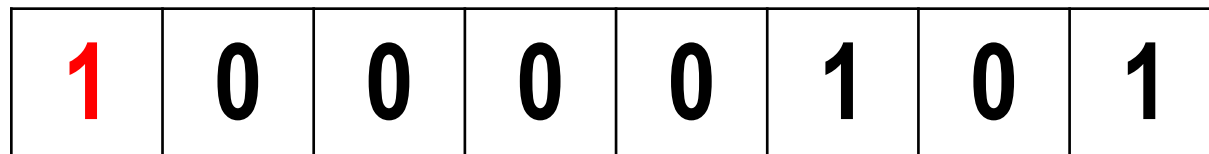


Знак Информационные разряды

Знак Информационные разряды



$X = +5$



$X = -5$

«Интуитивное» представление отрицательного целого числа

ЦЕБЕРНОЕ

Для чего нужны отрицательные числа?

Понятие «отрицательного» числа позволяет заменить понятие «разность» положительных чисел на «сумма» положительного и отрицательного числа, т.е. двух целых чисел.

Это позволит компьютеру освоить только одну «программу» - суммирование чисел вместо двух: суммирование и разность

Как компьютер определяет, как закодировано число?

Однobaйтовое двоичное число может быть задано как в прямом, так и в дополнительном или обратном коде.

Способ представления двоичного числа определяется из блока описания переменных программы (и никак иначе).

Например,

Var a: **byte**; {a – целое положительное число **0...255** }

Var x: **short**; {x – целое число со знаком **-127...+127** }

Обратный код

Применяется для преобразования операции вычитания в операцию сложения.

Совпадает с прямым кодом для положительных чисел.

Представляет собой инверсию прямого кода записи двоичного отрицательного числа.

Практически не используется в настоящее время

Обратный код

Порядок получения обратного кода отрицательного числа:

- Записать двоичное представление модуля отрицательного числа
- Дописать незначащие «нули» слева от информационных до заполнения разрядной сетки
- Заменить во всех разрядах $0 \rightarrow 1$; $1 \rightarrow 0$

Пример :

$$\begin{aligned}x_{10} = -5 & \Rightarrow |x_2| = 101_2 \Rightarrow \\ & |x_2| = 00000101_2 \Rightarrow \\ & x_2 = 11111010_2\end{aligned}$$

Обратный код

- Недостаток: существуют два «нуля»: положительный (0000 0000) и отрицательный (1111 1111), что усложняет техническую реализацию вычислительного процесса суммирования чисел
- Разряд, «выпадающий» из разрядной сетки при суммировании, добавляется в младший разряд результата
- Чтобы получить прямой код модуля отрицательного числа, нужно инвертировать все его разряды

Пример сложения в обратном коде

0	0	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

a=5

+

1	1	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

b= -5

1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

a+b= 5 - 5= -0

Пример сложения в обратном коде

0	0	0	0	0	1	0	1
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

a=5

+

1	1	1	1	1	0	0	0
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

b= -7

1	1	1	1	1	1	0	1
----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

a+b= 5 - 7=-2

Пример сложения в обратном коде

0	0	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

a=5

+

1	1	1	1	1	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

b= -3

1	0	0	0	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

+

1

0	0	0	0	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

a+b= 5 - 3 = 2

Дополнительный код

Применяется для преобразования операции вычитания в операцию сложения.

Совпадает с прямым кодом для положительных чисел.

Представляет собой инверсию прямого кода записи двоичного отрицательного числа, дополненную единицей. Такой алгоритм позволяет исключить «двойной ноль»

Применяется в настоящее время

Дополнительный код

Порядок получения дополнительного кода отрицательного числа:

- Записать двоичное представление модуля отрицательного числа
- Дописать незначащие «нули» слева от информационных до заполнения разрядной сетки
- Заменить во всех разрядах $0 \rightarrow 1$; $1 \rightarrow 0$
- Прибавить единицу

Пример :

$$x_{10} = -5 \Rightarrow |x_2| = 101_2 \Rightarrow$$

$$|x_2| = 0000101_2 \Rightarrow$$

$$x_2 = 11111010_2 + 1 = 11111011_2$$

Пример сложения в дополнительном коде

0	0	0	0	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

a=10

+

1	1	1	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

b= -5

1	0	0	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---

a+b= 10-5=5



отбрасывается

Пример сложения в дополнительном коде

0	0	0	0	0	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---

a=5

+

1	1	1	1	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

b= -5

1	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

a+b= 5-5=0



отбрасывается

Дополнительный код

- Вычитание заменяется сложением чисел в дополнительном коде
- Чтобы получить прямой код модуля отрицательного числа, нужно определить его дополнительный код

Пример :

$$\begin{aligned}x_{10} = -5 \Rightarrow x_2 &= 1111011_2 \Rightarrow \\|x_2| &= 0000100_2 + 1 \Rightarrow \\|x_2| &= 0000101_2\end{aligned}$$

Примеры заданий

Используя восьмибитное представление чисел:

- вычислить значение, заменяя вычитание «сложением» чисел в обратном коде:
12-12, 17-12, 13-19
- вычислить значение, заменяя «вычитание» «сложением» чисел в дополнительном коде:
12-12, 17-12, 13-19

Примеры заданий

- Записать внутреннее представление числа -234 в двухбайтовой ячейке памяти. Представить число шестнадцатиричным обратным кодом.
- Написать десятичное число, если его дополнительный код равен $СВАЗ_{16}$
- Определите модуль двоичного числа, заданного в дополнительном коде $82A5_{16}$. Представьте ответ в виде двоичного и шестнадцатиричного числа.