

Статика

Статика – часть теоретической механики, изучающая условия, при которых тело находится в равновесии.

Основная **цель** статики — определение условий, при выполнении которых механическая система (например, тело) будет находиться в состоянии покоя.

Основные **задачи** статики:

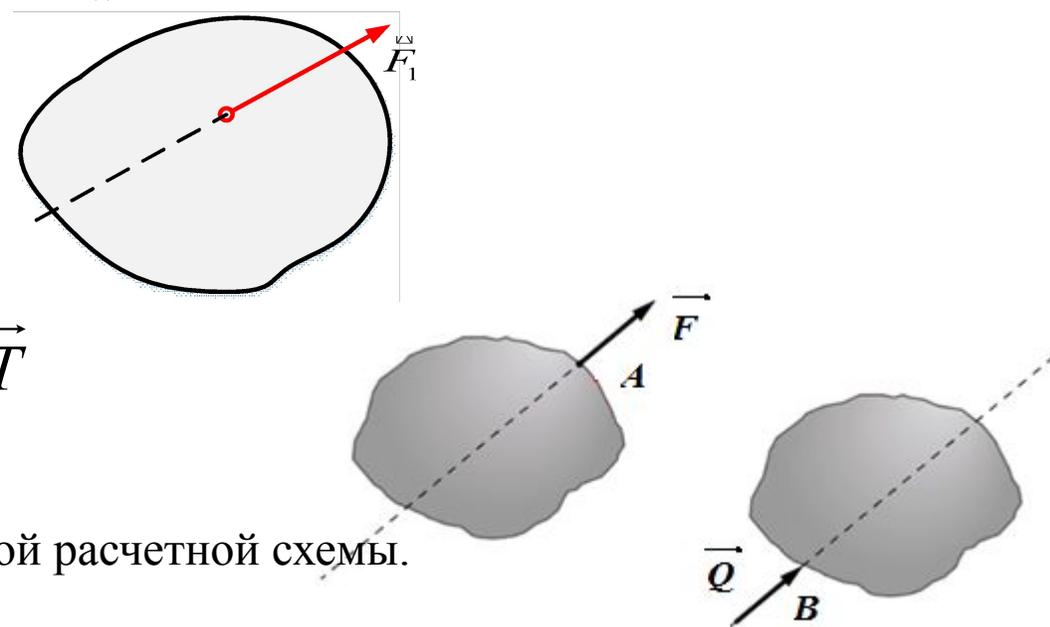
- изучение методов преобразования одних систем сил в другие, эквивалентные данным;
- установление условий равновесия систем сил.

В статике, не внося никаких погрешностей в вычисления, можно считать, что системы координат, жестко связанные с Землей, неподвижны.

Силы и системы сил

Сила — мера механического воздействия одного тела на другое. Физическая природа сил в механике не рассматривается. Сила задается модулем, направлением и точкой приложения. Обозначается большими буквами латинского алфавита \vec{F} , \vec{T} .

$|\vec{F}| = F$ — модуль силы



Способ приложения сил определяется удобством создания той или иной расчетной схемы.

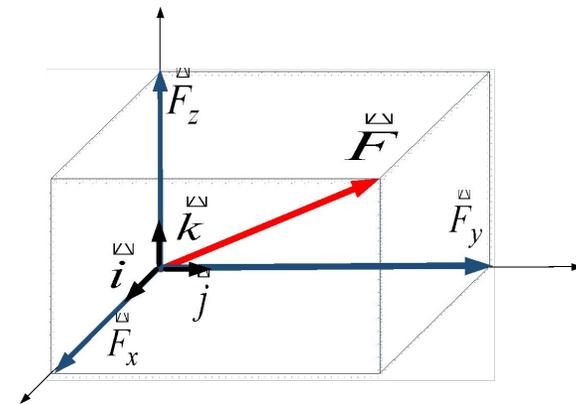
Аналитически силу можно задать ее проекциями на оси координат: F_x , F_y , F_z , а направление в пространстве — направляющими косинусами:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$$
$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} \quad \cos \beta = \frac{F_y}{F} \quad \cos \gamma = \frac{F_z}{F}$$

Сила – векторная величина, т.е. характеризуется тремя величинами:

- числовым значением (модуль силы),
- направлением
- точкой приложения.

Прямая линия, по которой направлен вектор силы, называется линией действия силы.



Силы могут быть приложены при непосредственном контакте, так и за счет поля, в данном случае сила тяжести – это действие поля притяжения Земли.



$$\{\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n\}$$

Если на тело действует не одна сила, а несколько сил, то говорят о *системе сил*, действующих на твердое тело.

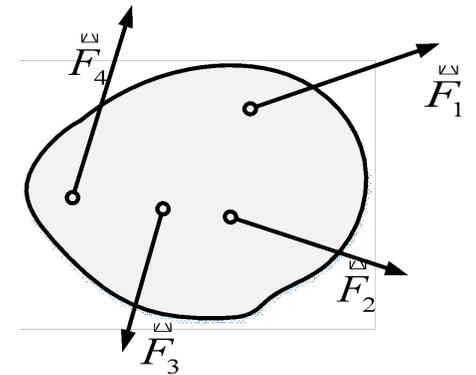
На рисунке изображена система сил, приложенных к самолету. Это равнодействующая сил тяжести, равнодействующая сил сопротивления, подъемные силы, силы тяги.



Система сил обозначается $(\overset{\sqcap}{F}_1, \overset{\sqcap}{F}_2, \dots, \overset{\sqcap}{F}_N)$

Плоские и пространственные системы сил, в свою очередь, делятся на:

- *сходящаяся* система сил, если линии действия сил системы пересекаются в одной точке;
- *параллельная* система сил, если линии действия сил параллельны;
- *произвольная* система сил.



Распределенная система сил – это система сил, когда точки приложения силы распределены по некоторой линии или поверхности.

На рисунках представлены распределенные системы сил.

Это сила, действующая со стороны снеговой нагрузки, со стороны чашек на стол, распределенная система сил со стороны ноги человека на поверхность - на пол.



Распределенные силы обычно заменяют сосредоточенными, приложенными в центре тяжести фигуры, описываемой распределенной нагрузкой

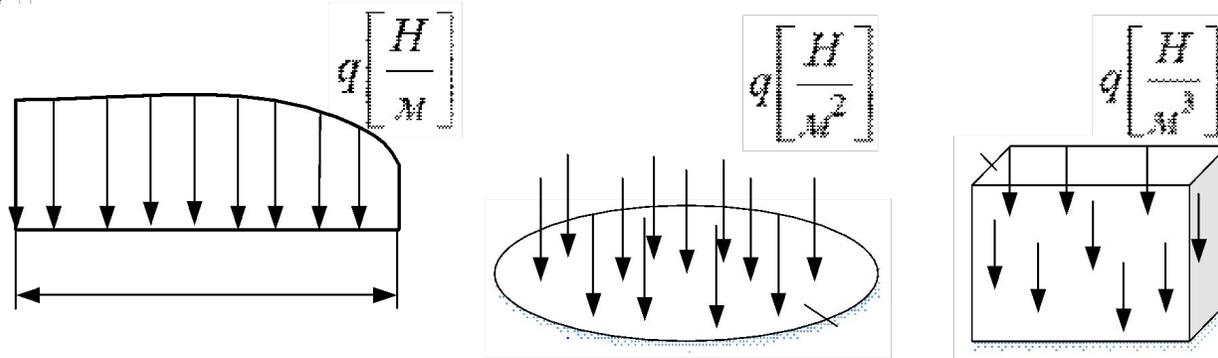


Рисунок. Распределенная нагрузка

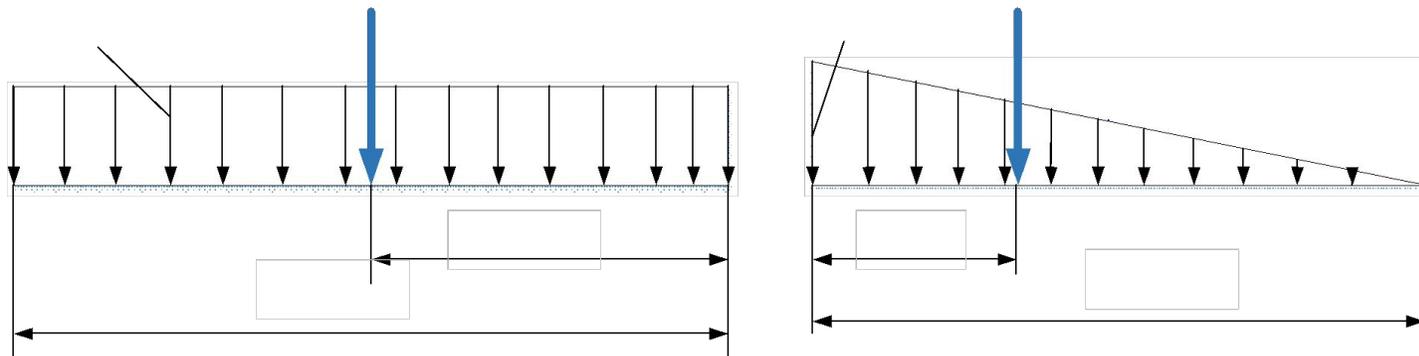


Рисунок. Замена распределенной нагрузки сосредоточенной силой

Две системы сил *эквивалентны* между собой (\sim), если не нарушая состояния тела, одну систему сил можно заменить другой.

Сила, эквивалентная данной системе сил, называется **равнодействующей**:

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n \sim \vec{R}$$

!!! Не всегда систему сил можно заменить равнодействующей.

Систему сил, приложенную к свободному твердому телу, находящемуся в равновесии, и не выводящую его из этого состояния, называют **уравновешенной системой сил**

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n \sim 0.$$

Пример уравновешенной системы сил – известные герои басни Крылова: лебедь, рак и щука.



Свойства простейших систем сил

- В **аксиомах** статики формулируются те простейшие и общие законы, которым подчиняются силы, действующие на одно и то же тело, или силы, приложенные к взаимодействующим телам.
- Эти законы установлены многочисленными непосредственными наблюдениями, а также опытной проверкой следствий (часто далеких и вовсе не очевидных), логически вытекающих из этих аксиом.

Аксиома 1. Аксиома двух сил

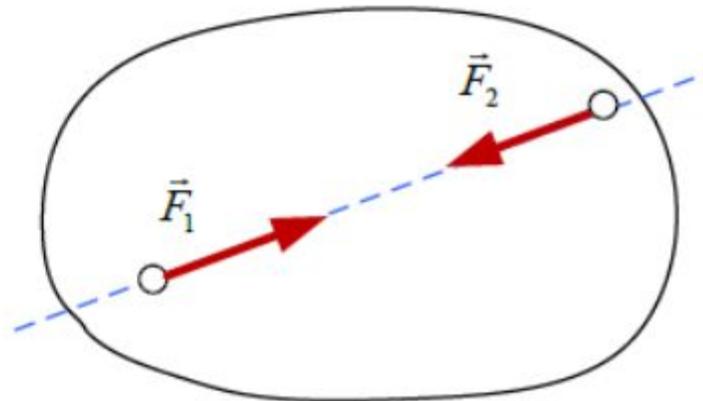
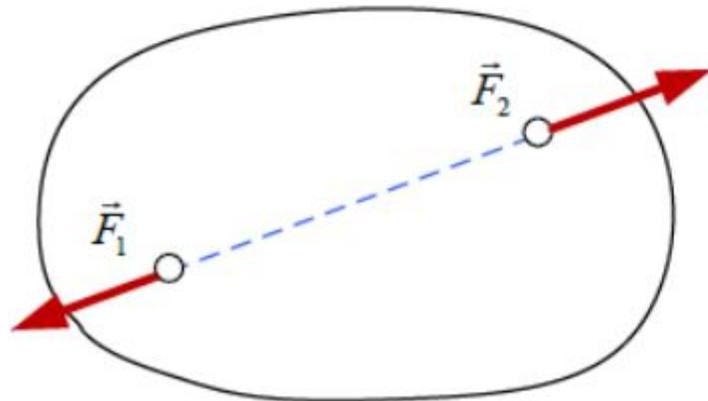
СИЛ

Система из двух сил является уравновешенной тогда и только тогда, когда эти силы:

- 1) имеют общую линию действия,
- 2) направлены по ней в противоположные стороны,
- 3) равны по модулю.

Возможных вариантов этого расположения сил всего два, они показаны на рис. В обоих случаях имеем: $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, но при этом $F_1 = F_2$

Из данной аксиомы сразу следует, что система из одной силы никогда не может быть уравновешенной.



Аксиома 2. Аксиома эквивалентности систем сил

Если среди действующих на тело сил есть взаимно уравновешивающие силы, их можно отбросить, т.е. другими словами: механическое состояние тела не изменится, если от действующих на него сил отнять или к этим силам прибавить взаимно уравновешивающие силы



Следствие из аксиом

1 и 2

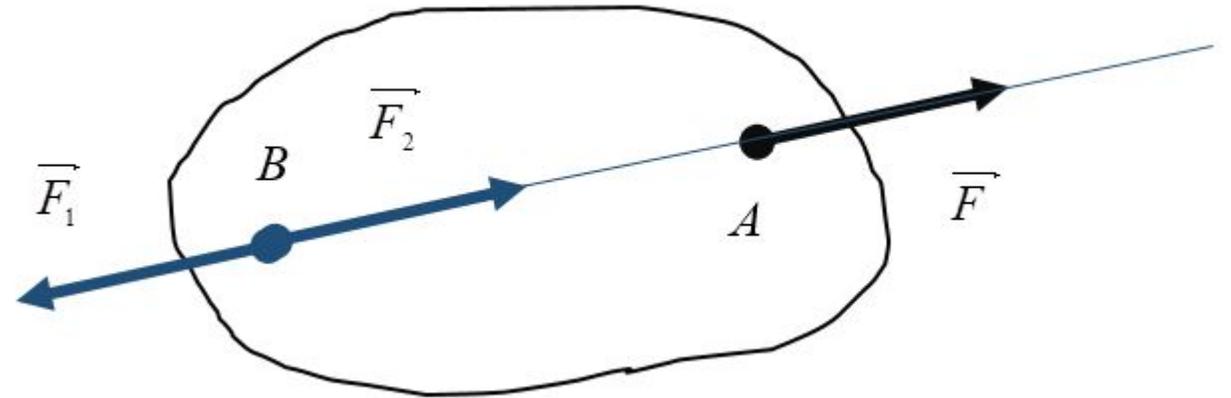
Силу можно переносить вдоль линии действия в другую точку данного тела.

Действительно, если на тело действует некоторая сила \vec{F}_2 , приложенная в точке A (рис.), то мы можем в произвольной точке B на линии действия силы добавить уравновешенную систему из сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 ($F_1 = F_2 = F$).

В точке B $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}$$

Отбросим \vec{F} и \vec{F}_2 , остается \vec{F}_1 в точке A



Аксиома 3. Аксиома параллелограмма сил

Она утверждает, что силы, действующие на твердое тело, приложенные в одной точке, складываются по правилу сложения двух векторов.

Модуль силы определяется формулой, которая является следствием теоремы косинусов.

Геометрически сумма двух сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 (рис. 1.5) изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах, как на его сторонах.

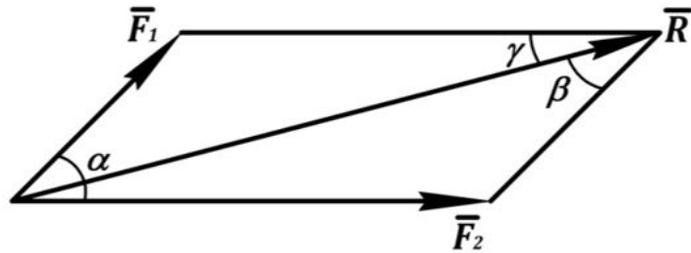


Рисунок 1.5

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2,$$

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \alpha},$$

$$\frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_2}{\sin \gamma} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

Следствие:

Любую силу можно разложить на две непараллельные силы, приложенные в той же точке, что и исходная сила.

Сумму двух векторов также можно найти, построив вместо параллелограмма сил треугольник сил (рис. 1.6). Треугольник сил строится от произвольной точки плоскости путем присоединения начала второго вектора к концу первого вектора.

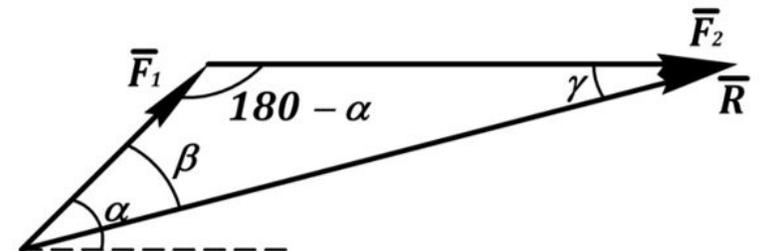
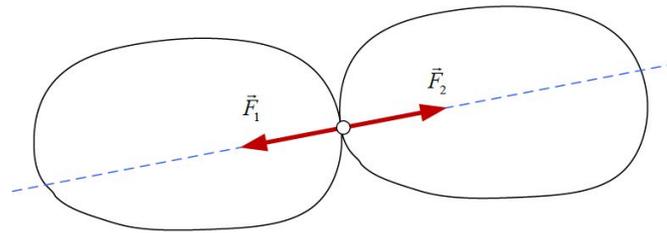


Рисунок 1.6

Аксиома 4. Аксиома двух тел (3-й закон Ньютона)

Два тела действуют друг на друга с силами, равными по величине и противоположными по направлению

Приведенная формулировка говорит о том, что силы никогда не возникают поодиночке. Действие всегда порождает противодействие



Свойство внутренних сил. Согласно данному закону при взаимодействии две любые части тела (или конструкции) действуют друг на друга с равными по модулю и противоположно направленными силами.

Так как при изучении условий равновесия тело рассматривается как абсолютно твердое, то все внутренние силы образуют при этом уравновешенную систему сил, которую можно отбросить. Следовательно, при изучении условий равновесия тела (конструкции) необходимо учитывать только внешние силы, действующие на это тело (конструкцию).

Аксиома 5. Аксиома затвердевания

Если деформируемое тело находится в равновесии, то равновесие не нарушается при его отвердевании (обратное утверждение не всегда верно)

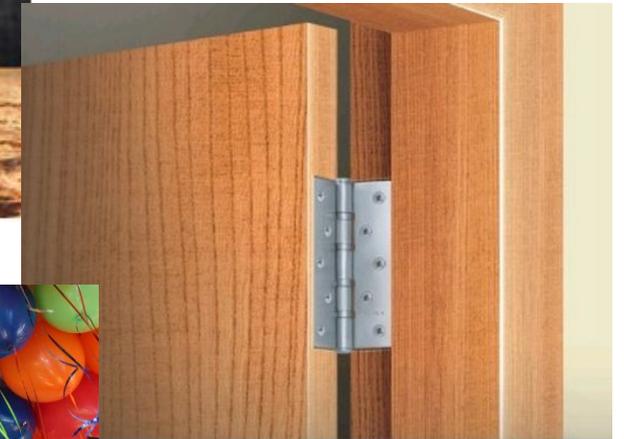
Пример – замерзание жидкости или застывания бетонной смеси.

Связи и реакции связей

Свободное тело — тело, которое может совершать из данного положения любые перемещения в пространстве не испытывая ограничений, пример — воздушный шар в воздухе.

Все то, что ограничивает перемещения тела в пространстве, называют *связью*.

Примеры несвободных тел: груз, лежащий на столе (связь — плоскость стола, не дающая грузу перемещаться по вертикали вниз), дверь, подвешенная на петлях (связь для двери — петли, не дающие двери отойти от косяка). Те же воздушные шары с гелием в комнате уже являются несвободным телом (связь — плоскость потолка, не дающая шарам перемещаться вверх).



Тело, стремясь под действием приложенных сил осуществить перемещение, которому препятствует связь, будет действовать на нее с некоторой силой, называемой ***силой давления на связь***.

Одновременно по закону о равенстве действия и противодействия связь будет действовать на тело с такой же по модулю, но противоположно направленной силой.

Сила, с которой данная связь действует на тело, препятствуя тем или иным его перемещениям, называется силой реакции (противодействия) связи или просто реакцией связи.

Значение реакции связи зависит от других действующих сил и наперед неизвестно (если никакие другие силы на тело не действуют, реакции равны нулю); для ее определения надо решить соответствующую задачу механики.

Направлена реакция связи в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

Активными силами называются силы, которые не являются реакциями.

Примеры активных сил: сила со стороны рук человека, действующая на коляску, сила тяжести – сила, действующая со стороны поля тяготения Земли

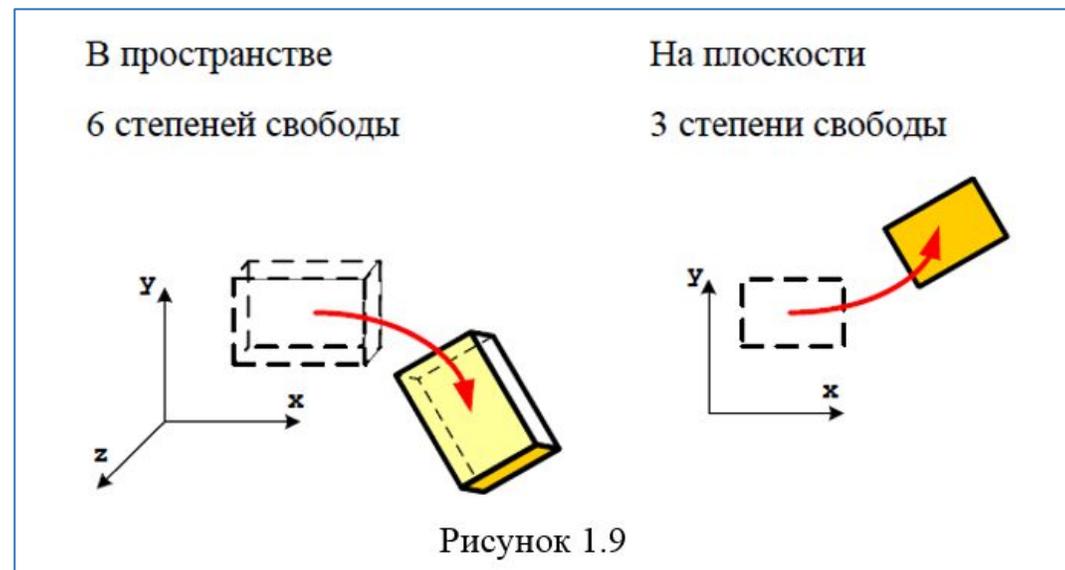
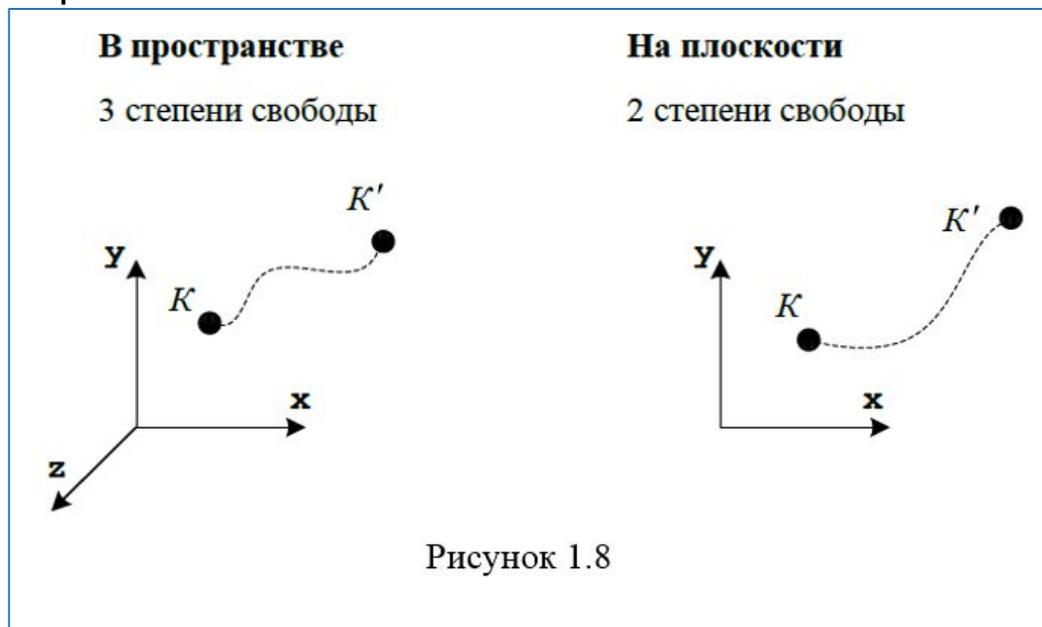
Степени свободы, число степеней свободы

Движение материальных тел и точек в пространстве можно представить в виде комбинации более простых (элементарных) форм движения, таких как движение вдоль прямолинейной оси или поворот относительно некоторой оси.

Возможность совершения телом одного из таких элементарных движений называется **степенью свободы**.

Количество элементарных форм движения, в виде комбинации которых может быть представлено движение тела, называется числом степеней свободы.

Степени свободы материальной точки показаны на рисунке 1.8, а степени свободы материального тела – на рис. 1.9



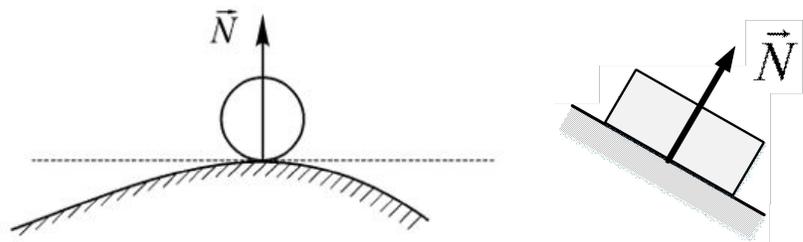
Чтобы конструкция, находясь под действием внешних сил находилась в покое, конструкции опор и их количество должны быть подобраны таким образом, чтобы исключить все степени свободы тела.

Основные виды связей и их реакции

реакции

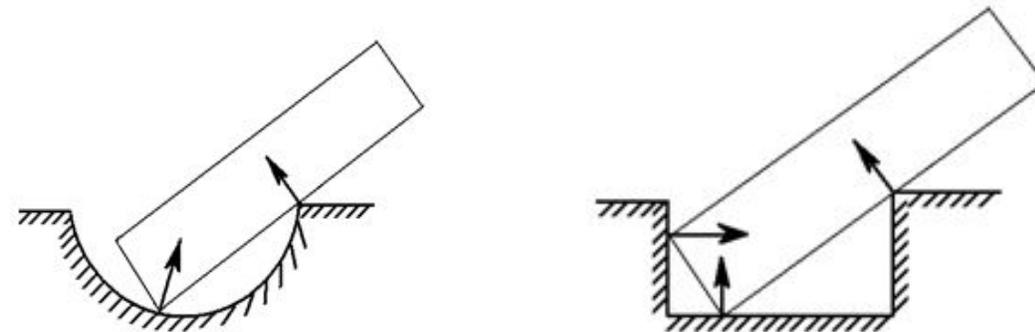
Гладкая поверхность (без трения) или *опора* (рис. 1.10):

Такая поверхность не дает телу перемещаться только по направлению общего перпендикуляра (нормали) к поверхностям соприкасающихся тел в точке их касания. Реакция гладкой поверхности направлена по нормали к этой поверхности (перпендикулярна общей касательной).



Пример
гладкой
поверхности —
катальная горка.

- *Опорная точка* — реакция балкона направлена перпендикулярно лестнице



Основные виды связей и их

реакции

идеальная нить (нить, шнур, цепь)

Идеальной называется гибкая, невесомая и нерастяжимая нить.

В природе таких нитей нет, но во многих случаях за идеальную нить можно принять трос либо цепь.

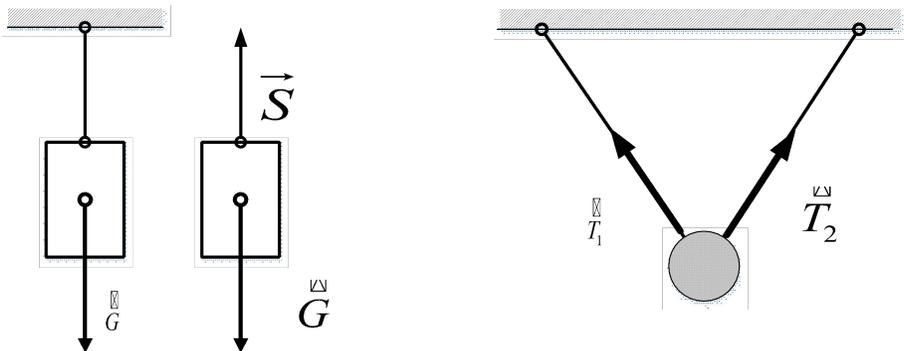
Реакция идеальной нити направлена по нити от точки закрепления с телом.

Реакция тросов, удерживающих строительный вагончик, направлена по нити.

Реакция цепей, удерживающих деталь, направлена по цепям.

Если к концу В нити АВ, прикрепленной в точке А, подвесить груз весом G (рис. 1.11 слева), то реакция S нити будет приложена к грузу в точке В, равна по модулю его весу G и направлена вертикально вверх, реакция нити направлена вдоль нити.

Связь, осуществленная в виде гибкой нерастяжимой нити (рис. 1.11 центр), не дает телу М удалиться от точки подвеса нити по направлению АМ. Поэтому реакция T натянутой нити направлена вдоль нити к точке ее подвеса.

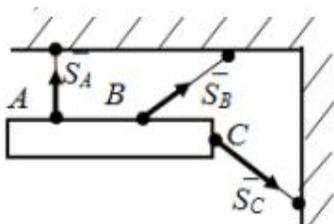
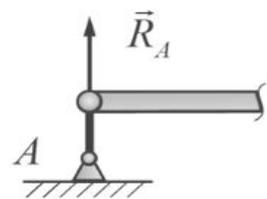
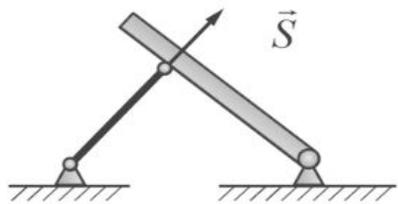


Основные виды связей и их

реакции

Идеальный стержень. Идеальным называется невесомый, нерастяжимый стержень, на концах которого шарниры и между этими концами никакой нагрузки не приложено.

Так же как и с нитью идеальных стержней нет, но во многих случаях идеальными стержнями могут служить элементы пространственных конструкций, стержни пространственной фермы либо гидроцилиндры, которые обеспечивают перемещение в данном случае кузова автомобиля.



Схематическое изображение идеального стержня выглядит следующим образом: вот это идеальный стержень.

Реакция идеального стержня всегда направлена по стержню.

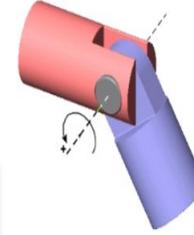
В некоторых случаях подвижную шарнирную опору также изображают с использованием идеального стержня.

Так как реакция направлена по стержню в этом случае связь не препятствует перемещению в горизонтальном направлении, и реакция направлена вертикально.

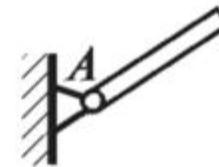
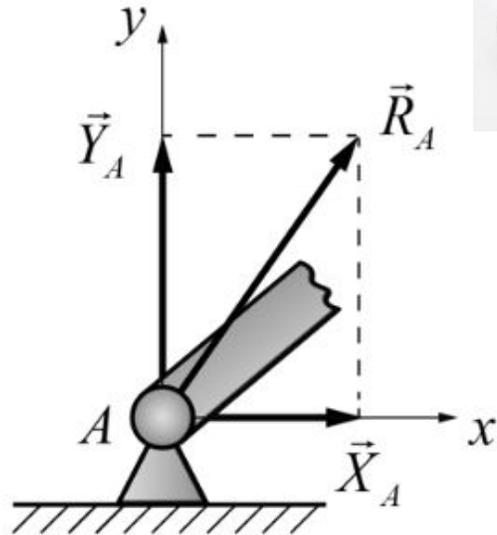
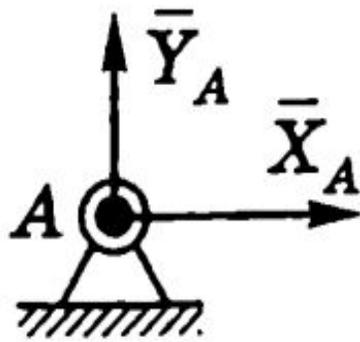
• Шарнирно-неподвижная опора

Неподвижными называются шарнирные опоры, в которых возможность линейного перемещения точки закрепления ограничивается во всех направлениях

Сила реакции шарнирно-неподвижной опоры расположена в плоскости, перпендикулярной оси вращения шарнира; проходит через центр шарнира; неизвестна ни по величине, ни по направлению.



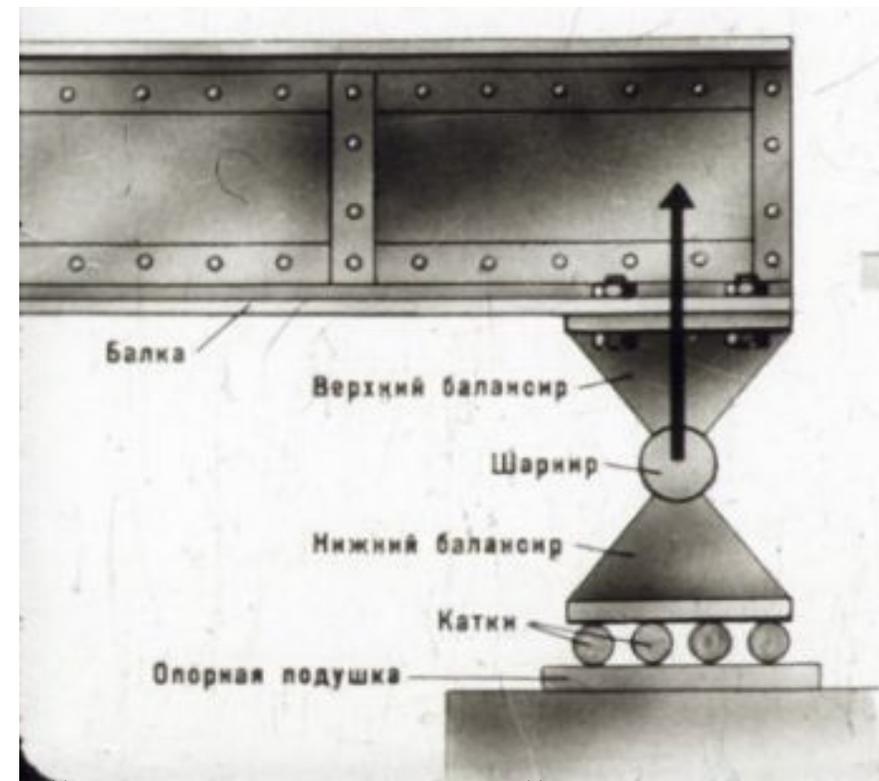
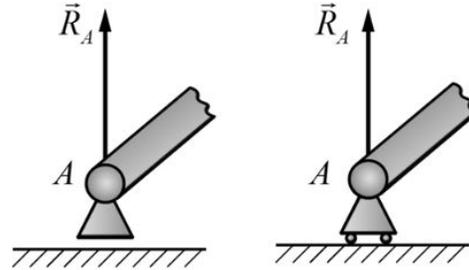
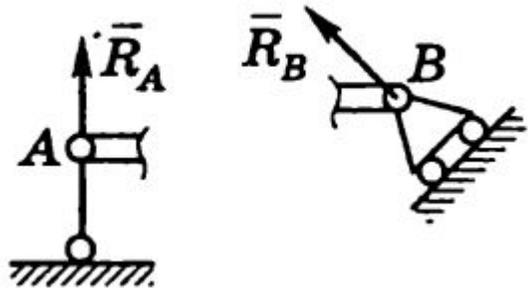
Шарниры применяются также в опорах в зданиях и сооружениях. Опорные части мостов предназначены для передачи опорных реакций от пролетных строений на опоры и обеспечения угловых и поступательных перемещений опорных узлов.



A — ось подшипника перпендикулярна чертежу

- **Шарнирно-подвижная опора** отличается от цилиндрического шарнира тем, что допускает перемещение в одном из направлений, в данном случае на фотографии изображена подвижная шарнирная опора железнодорожного моста.

На другой фотографии изображены подвижные шарнирные опоры подъемного стола, который приводится в движение с помощью гидроцилиндров.



На рисунке - шарнирно-неподвижный опорный узел моста, состоящий из двух частей, нижняя часть – это гладкий шарнир на поставке, связанной с бетонной опорой моста.

Изображается на расчётных схемах подвижная шарнирная опора следующим образом: указывается либо зазор между шарниром и неподвижной поверхностью, либо катки.

И в том, и в другом случае это иллюстрирует возможность горизонтального смещения, и реакция в этом случае направлена перпендикулярно поверхности, на которую опирается этот подвижный шарнир.

Основные виды связей и их реакции

Сферический шарнир не дает перемещаться телу ни в одном из направлений относительно точки закрепления.

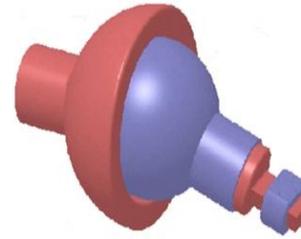
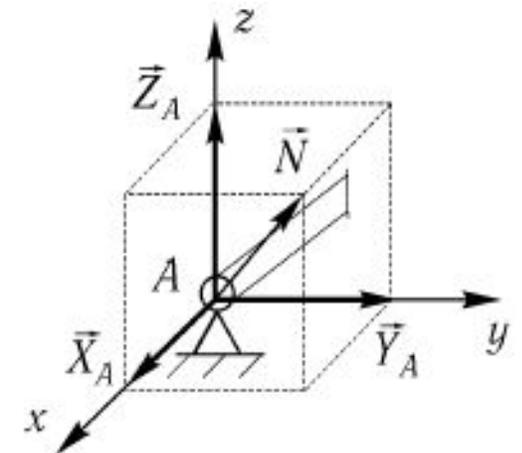
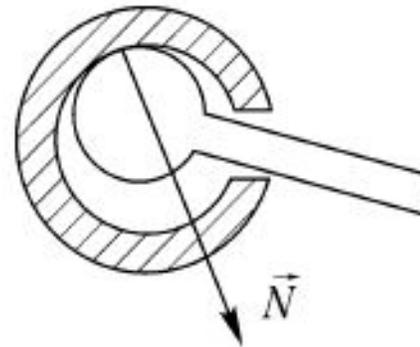
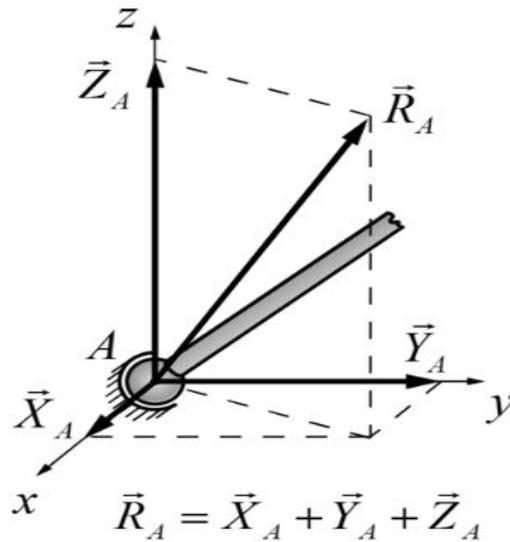
Примеры сферических шарниров: протез тазобедренного сустава и устройства для крепления прицепов автомобилей – фаркоп.

Схематическое изображение сферического шарнира наглядно демонстрирует возможное перемещение, повороты тела вокруг точки закрепления в разных направлениях.

Схематическое изображение сферического шарнира, аналогично как и цилиндрического, только требует 3d расчётной схемы.

Реакция шарнира раскладывается на три составляющие X_A , Y_A и Z_A по осям координат.

По правилу векторного сложения результирующая реакция определяется как сумма этих составляющих векторов.

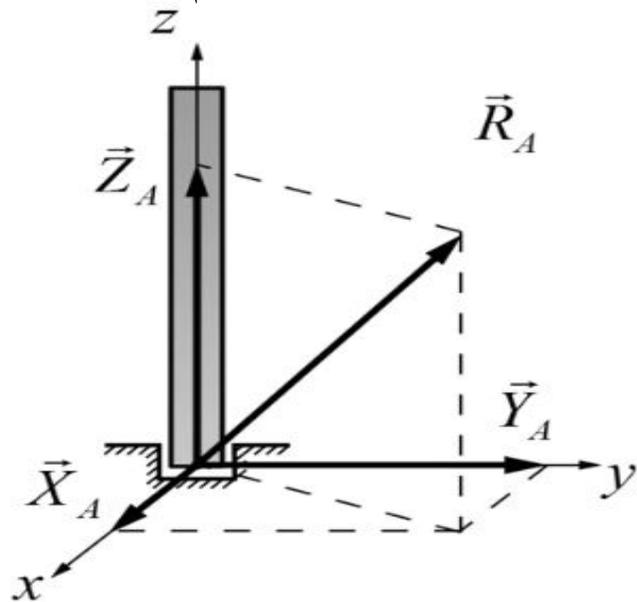


Основные виды связей и их реакции

Подпятник: эта связь, аналогично сферическому шарниру, не дает перемещаться точке закрепления в нижнюю полуплоскость.

Используются подпятники для придания устойчивости автомобильных кранов, когда они находятся в рабочем состоянии

Реакция также раскладывается на 3 составляющие

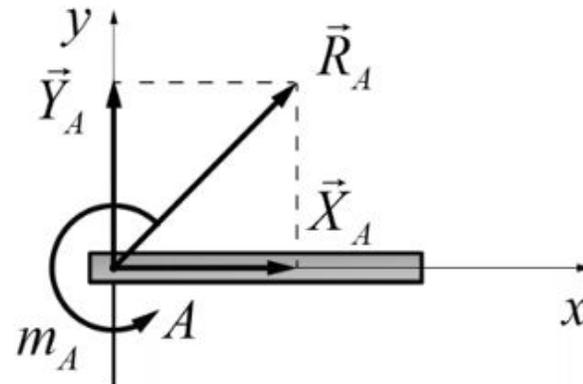


Основные виды связей и их реакции

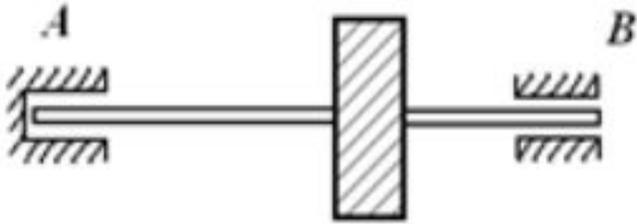
- *Жесткая заделка.* Жесткая заделка не дает не только перемещаться телу относительно точки закрепления, но не позволяет и поворачиваться телу относительно точки закрепления.

Примеры жестких заделок: ступени лестницы, заделанные в стену, балки, поддерживающие балкон, консольные конструкции, которые не могут поворачиваться вокруг точек закрепления.

В случае жесткой заделки контакт тела со связью осуществляется по некоторой поверхности, и в этом случае со стороны связи на тело действует распределенная система сил. Как будет показано в дальнейшем, эту распределенную систему сил можно заменить одной силой, эта сила может быть разложена на оставляющие, и парой сил. Момент этой пары изображен на рисунке.

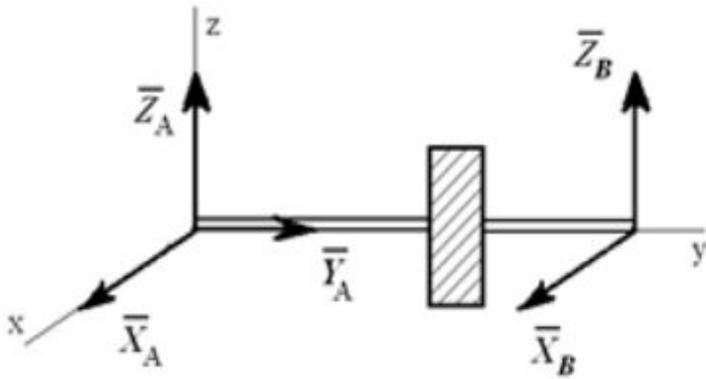


- Пространственные опоры и их реакции*



Вал, закрепленный в опорах: в точке A – подпятник (или стакан), в точке B – втулка или подшипник.

Подпятник – подшипник с упором. Реакция подпятника аналогично сферическому шарниру имеет произвольное направление в пространстве.



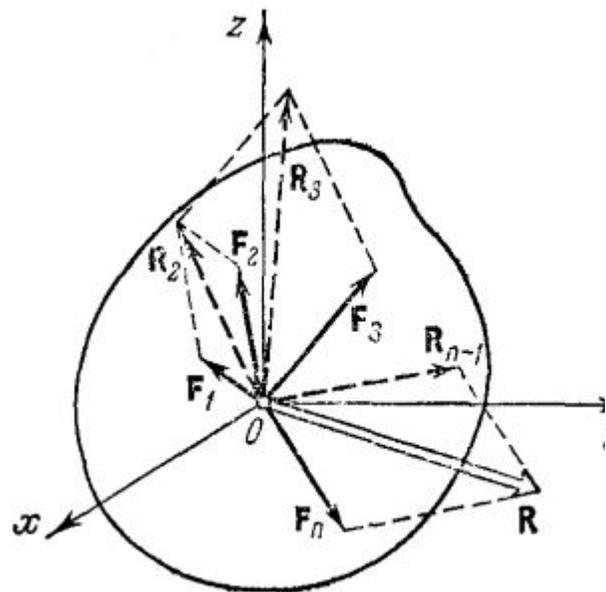
Действие опор заменено силами $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Z}_A$ и \vec{X}_B, \vec{Z}_B .



Сходящаяся система сил

Сходящейся системой сил называется система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке

Сходящуюся систему сил всегда можно заменить одной равнодействующей



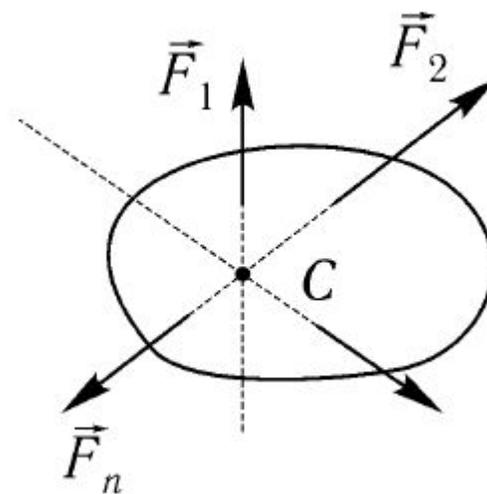
$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{R}_2 = \vec{R}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

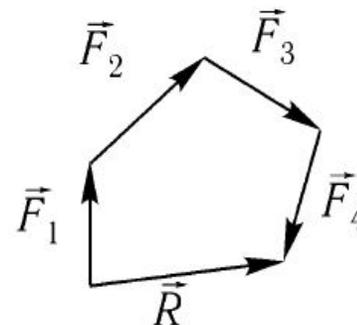
...

$$\vec{R}^* = \vec{R}_{n-1} + \vec{F}_n = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

$$\vec{R}^* = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$$



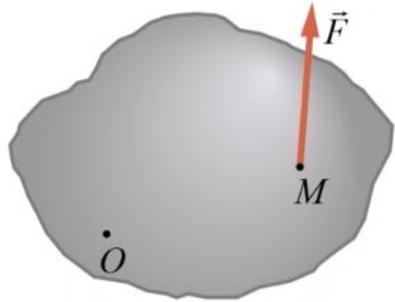
Построение равнодействующей может быть упрощено, если вместо параллелограммов построить силовой многоугольник



Момент силы

Момент силы – это мера вращательного действия силы, приложенного к телу, закрепленному в одной точке.

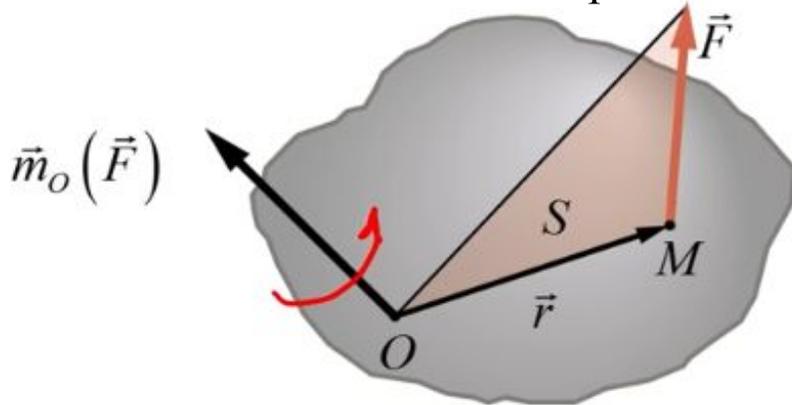
Пусть задано некоторое тело, к нему в точке М приложена сила F . Если мы мысленно закрепим тело шарниром в точке O , то под действием этой силы, очевидно, тело будет поворачиваться. Интенсивность вращательного действия силы и характеризует момент силы, при этом тело будет поворачиваться в определенной плоскости и в определенном направлении.



Введем в рассмотрение радиус – вектор точки M и плоскость, в которой лежит радиус – вектор точки M и сила F .

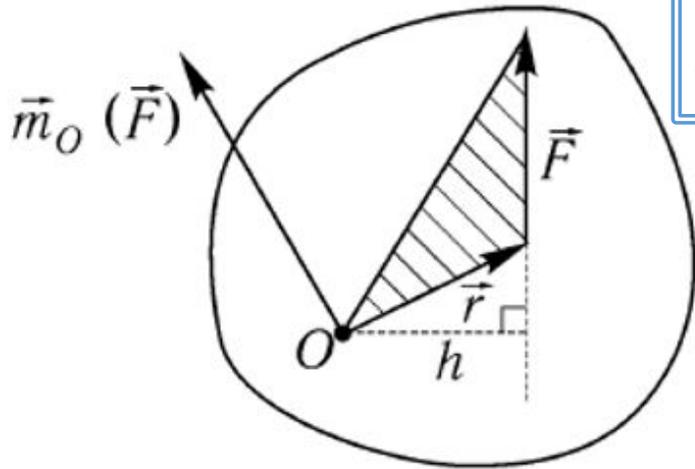
Вектор момента силы перпендикулярен плоскости, в которой лежат сила и вектор r , и направлен в ту сторону, откуда вращение под действием силы видно происходящим против хода часовой стрелки.

Всю информацию о вращательном действии силы может дать вектор момента силы, который определяется равенством: вектор момента силы равен векторному произведению радиус – вектора, проведенного из центра момента в точку приложения силы, на вектор силы.



$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

Алгебраическим моментом силы относительно точки (центра) называется произведение величины силы на длину плеча, взятое со знаком «+», если тело под действием силы стремится повернуться вокруг оси против часовой стрелки, и со знаком «-», если поворот осуществляется по ходу часовой стрелки.



$$\vec{m}_0(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F},$$

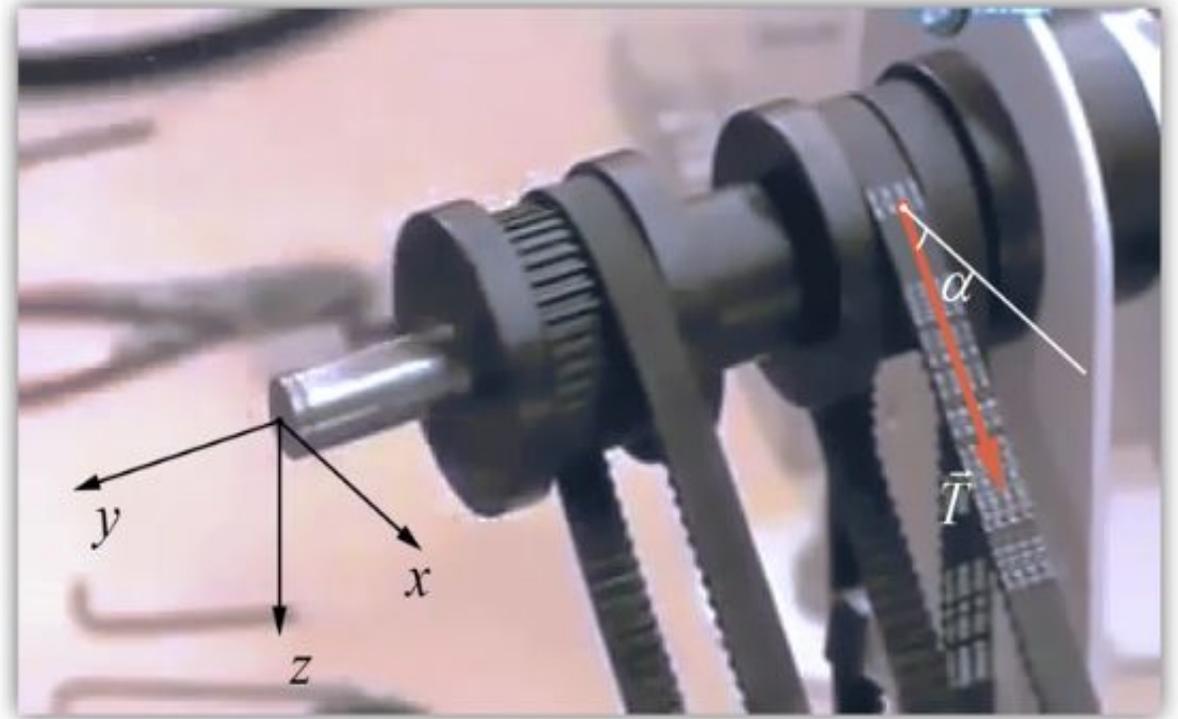
$$m_0(\vec{F}) = \pm F \cdot h$$

h – плечо силы – кратчайшее расстояние от точки до линии действия силы

Свойства момента сил относительно точки

- 1) Момент силы относительно точки не изменится, если силу перенести вдоль линии ее действия
- 2) Момент силы относительно точки равен 0, если линия действия этой силы проходит через заданную точку
- 3) Момент силы относительно точки численно равен удвоенной площади треугольника, получаемого в результате соединения начала и конца силы с заданной точкой

Пример: найти реакции ремня трансмиссионной передачи относительно оси y . Ось y – это ось вала, на которой надеты шкивы. Из этих шкивов сходят ремни. Эти ремни натянуты, и одна из сил, сила T , образует с горизонтальной плоскостью угол α .



Сила T лежит в плоскости, перпендикулярной оси y .

И если посмотреть с положительного направления оси y , то видно, что эта сила стремится поворачивать по ходу часовой стрелки, значит, момент отрицательный.

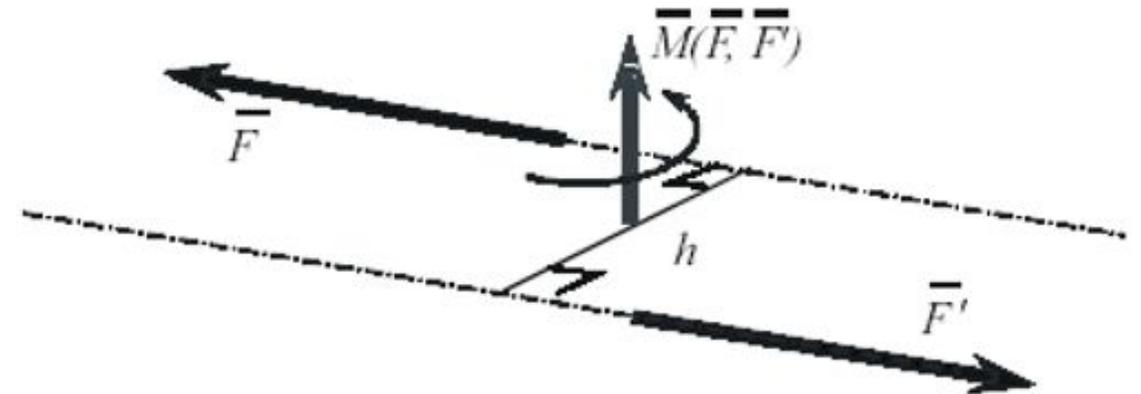
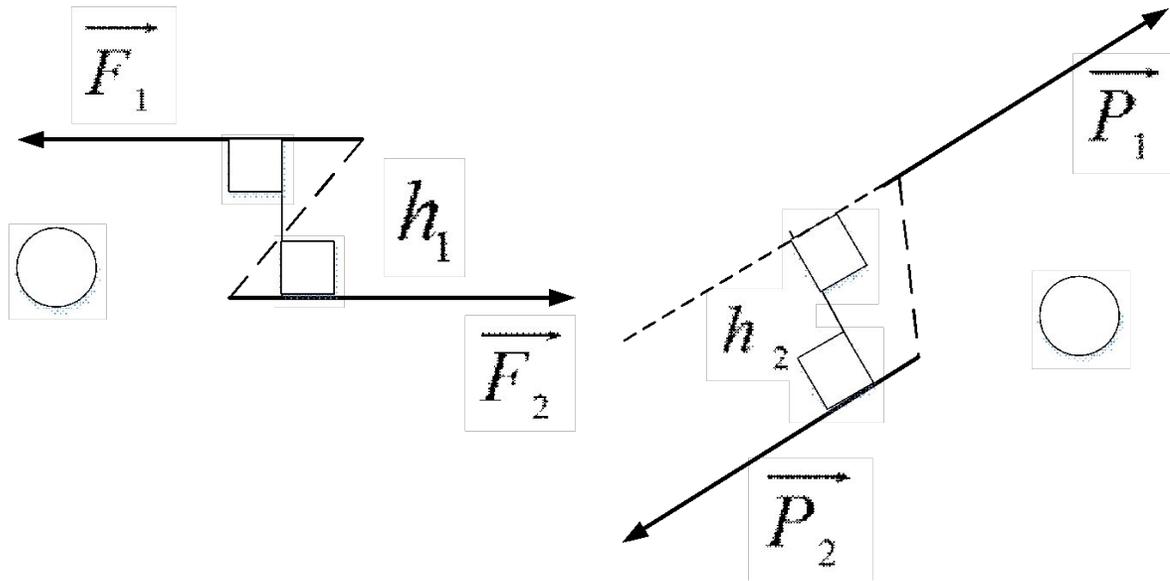
При этом расстояние от оси до линии действия силы равно радиусу.

Мы знаем, что радиус перпендикулярен касательной в точке схода касательной.

$$m_y(\vec{T}) = -T \cdot R$$

Пара сил. Теория пар сил, расположенных в одной плоскости

Парой сил называют совокупность двух равных по величине, противоположных по направлению, сил, линии действия которых параллельны.

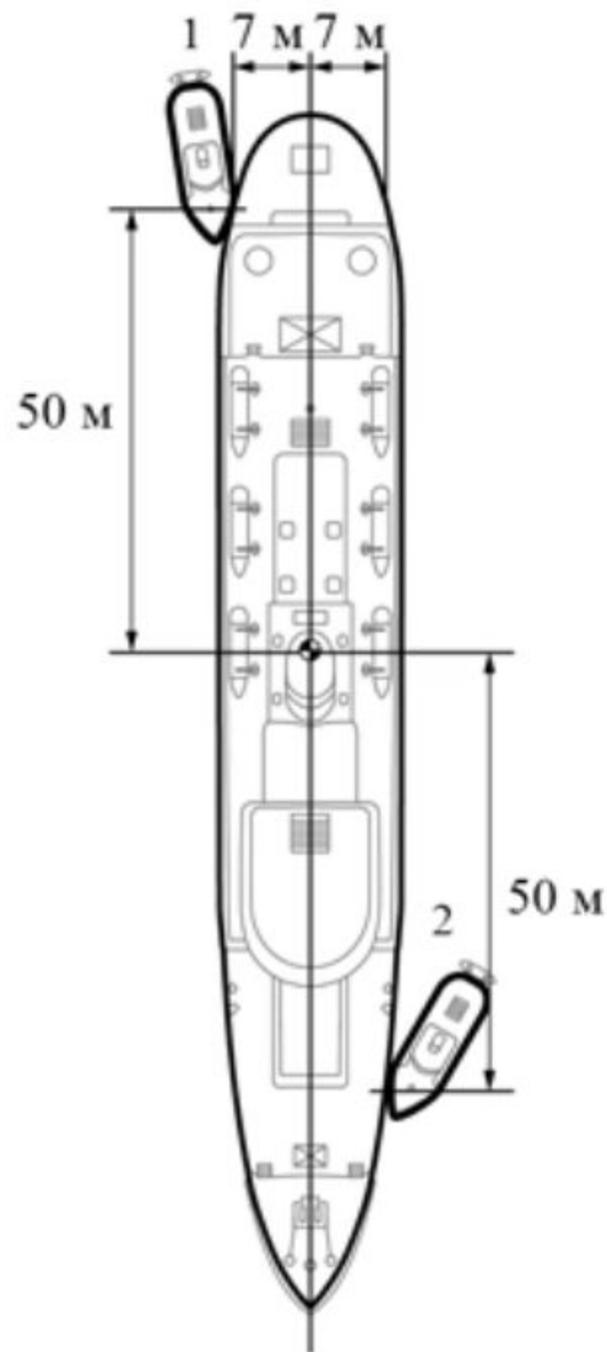


Сила, равная геометрической сумме всех сил системы, называется **главным вектором системы**.

$$R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx} \quad R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky} \quad R_z = \sum_{k=1}^n F_{kz}$$

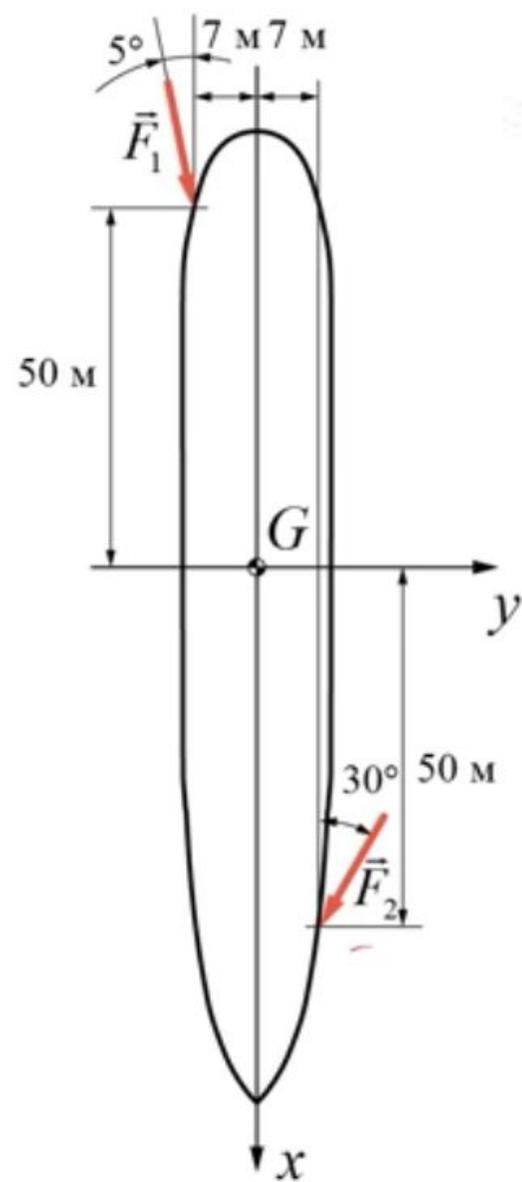
$$R = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^n F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n F_{ky}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n F_{kz}\right)^2}$$

$$\cos(\vec{R}; \vec{i}) = \frac{R_x}{R} \quad \cos(\vec{R}; \vec{j}) = \frac{R_y}{R} \quad \cos(\vec{R}; \vec{k}) = \frac{R_z}{R}$$



Портовые буксиры толкают барк силами $F_1 = 190 \text{ кН}$ и $F_2 = 16 \text{ кН}$, которые составляют углы с осью симметрии судна 5° и 30° соответственно.

Для заданной системы сил определить величины главного вектора и главного момента относительно центра тяжести судна.



$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

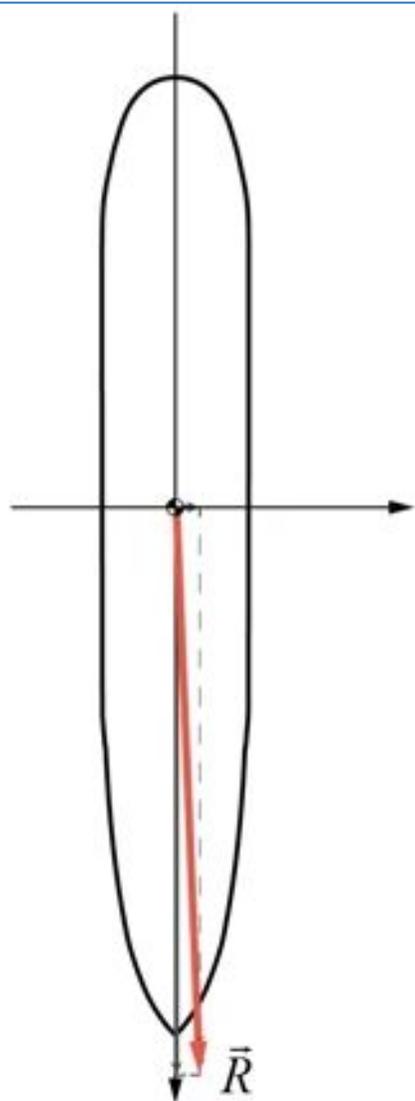
$$R_x = F_1 \cos 5^\circ + F_2 \cos 30^\circ$$

$$R_y = F_1 \sin 5^\circ - F_2 \sin 30^\circ$$

$$R_x = 190 \cos 5^\circ + 16 \cdot \cos 30^\circ = 203,13339 \text{ кН} \approx 203 \text{ кН}$$

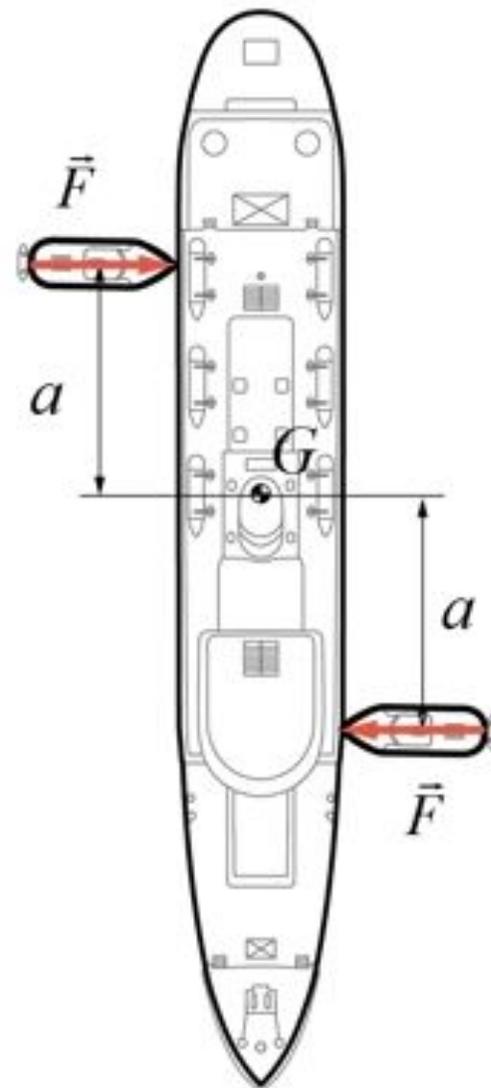
$$R_y = 190 \sin 5^\circ - 16 \cdot \sin 30^\circ = 8,559 \text{ кН} \approx 8,6 \text{ кН}$$

$$M_G = m_G(\vec{F}_1) + m_G(\vec{F}_2) \quad M_G = F_1 \cos 5^\circ \cdot 7 - F_1 \sin 5^\circ \cdot 50 - \\ - F_2 \cos 30^\circ \cdot 7 - F_2 \sin 30^\circ \cdot 50 \approx 0$$



$$M_G = 0$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{8,6^2 + 205^2} = 203 \text{ кН}$$



Условия равновесия произвольной пространственной системы сил

Из основной теоремы статики вытекает условие равновесия произвольной системы сил.

Для равновесия произвольной пространственной системы сил *необходимо* и *достаточно*, чтобы суммы проекций всех сил на три координатные оси и суммы моментов всех сил относительно этих осей были равны нулю:

$$\vec{R} = 0, \quad M_o = 0$$

Аналитические уравнения равновесия произвольной плоской системы сил:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0,$$

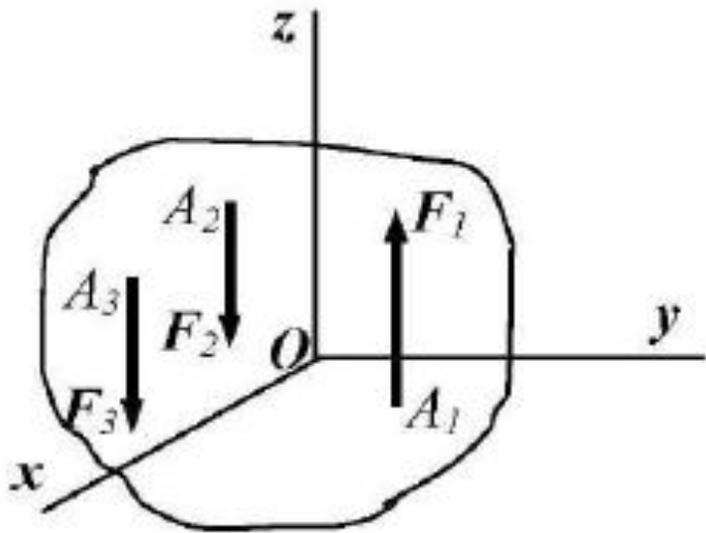
$$\sum_{k=1}^n F_{kz} = 0$$

$$\sum_{k=1}^n m_x(\vec{F}_k) = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_y(\vec{F}_k) = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k) = 0$$

Равновесие системы параллельных сил



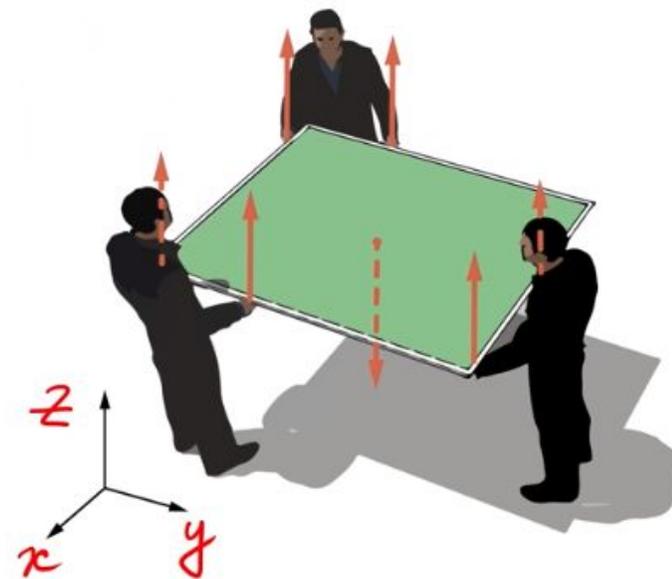
Выберем оси координат таким образом, чтобы ось Oz была параллельна силам системы (рис.). Тогда проекции каждой силы на оси Ox и Oy равны нулю. Момент каждой силы относительно оси Oz также равен нулю. Следовательно, для системы параллельных сил остаются следующие уравнения равновесия:

$$\sum_{k=1}^n F_{kz} = 0,$$

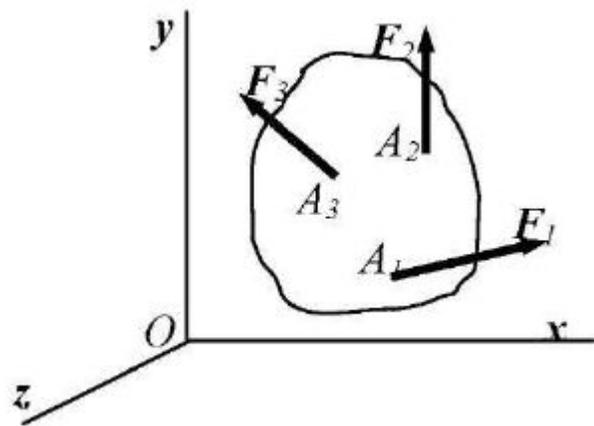
$$\sum_{k=1}^n m_x(\vec{F}_k) = 0,$$

$$\sum_{k=1}^n m_y(\vec{F}_k) = 0,$$

Для равновесия системы параллельных сил *необходимо и достаточно*, чтобы сумма проекций этих сил на ось, параллельную этим силам, равнялась нулю, а также равнялись нулю суммы моментов всех сил относительно двух других координатных осей



Равновесие плоской системы сил



Выберем плоскость, в которой расположены силы, за координатную плоскость Oxy (рис.), тогда проекции каждой силы на ось Oz будет равна нулю (силы лежат в плоскости, перпендикулярной оси). Также будет равняться нулю моменты каждой силы относительно осей Ox и Oy , т.к. силы данной системы либо пересекают обе оси, либо параллельны одной из них и пересекают другую. Следовательно, уравнения равновесия плоской системы сил выглядят следующим образом:

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \quad \sum_{k=1}^n m_z(\vec{F}_k) = 0$$

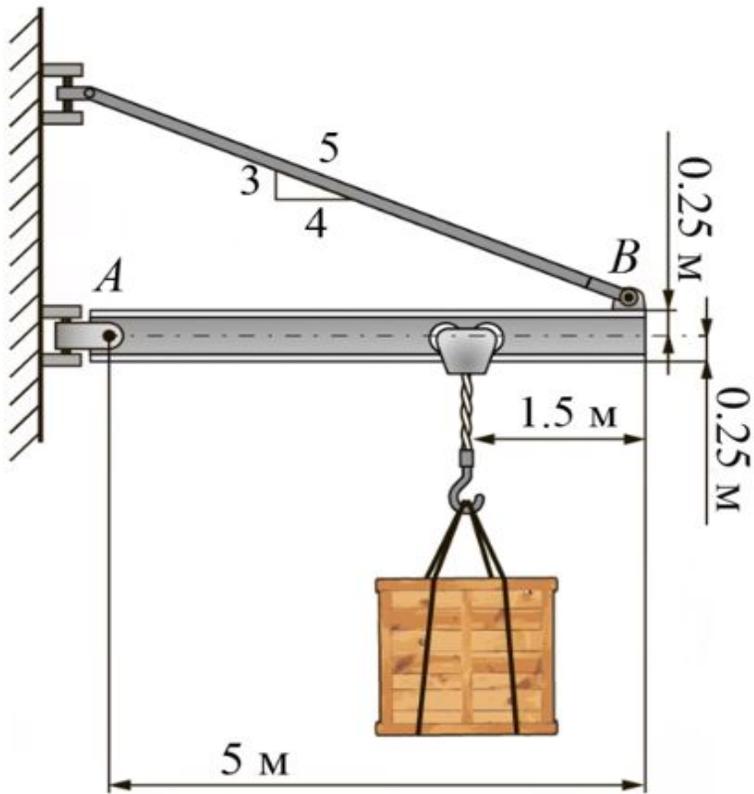
На основании определения момента силы относительно оси, момент каждой силы плоской системы относительно оси Oz равен моменту этой силы относительно точки O :

$$m_z(\vec{F}_k) = m_O(\vec{F}_k)$$

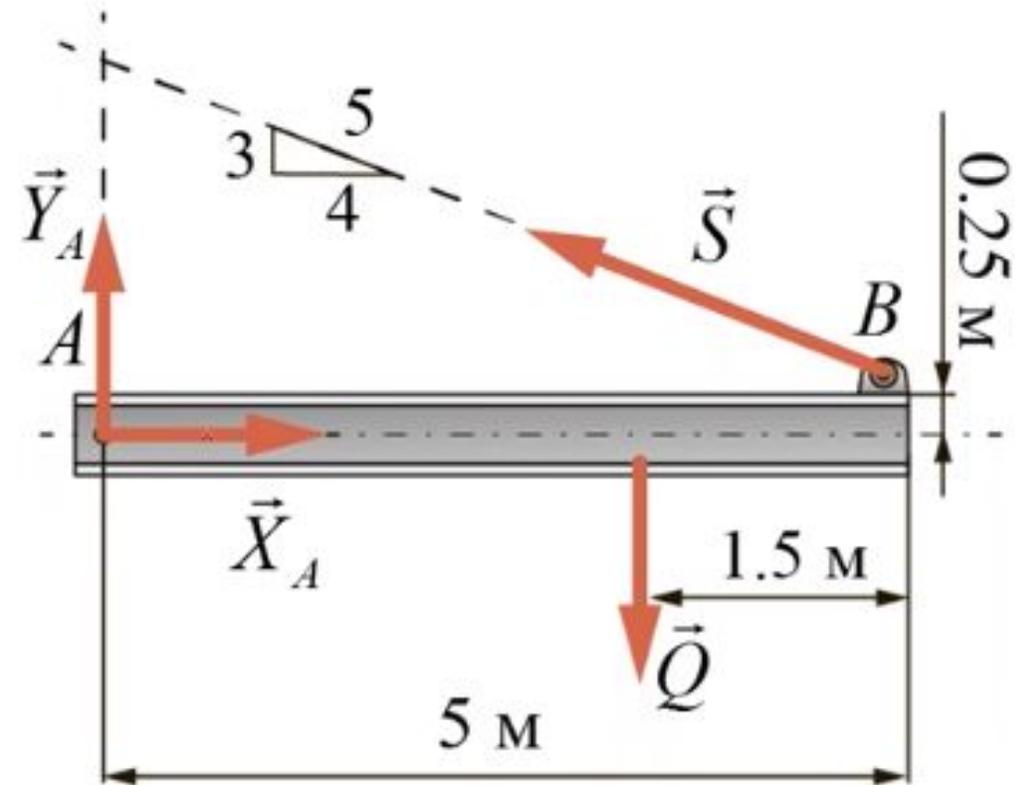
Тогда получим

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0, \quad \sum_{k=1}^n m_O(\vec{F}_k) = 0$$

Для равновесия плоской системы сил *необходимо и достаточно*, чтобы сумма проекций этих сил на оси x и y равнялась нулю, а также равнялись нулю сумма моментов этих сил относительно произвольно выбранной точки.



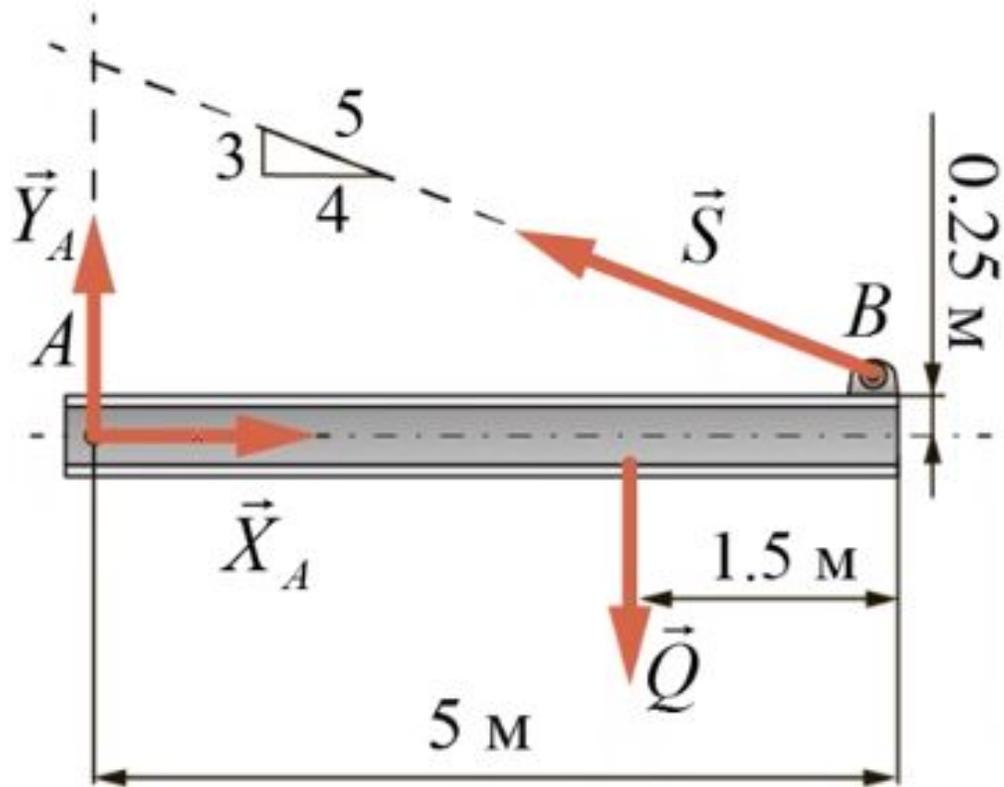
Кран-укосина удерживает груз массой 1 т. Определить величину усилия связи в точке В и составляющие реакции связи в точке А.



Связью для крана является шарнир в точке А и идеальный стержень, который удерживает кран в точке В.

Реакцию шарнира раскладываем на две составляющие X_A и Y_A .

Реакцию стержня направляем от точки В по стержню. Получили произвольную плоскую систему сил.



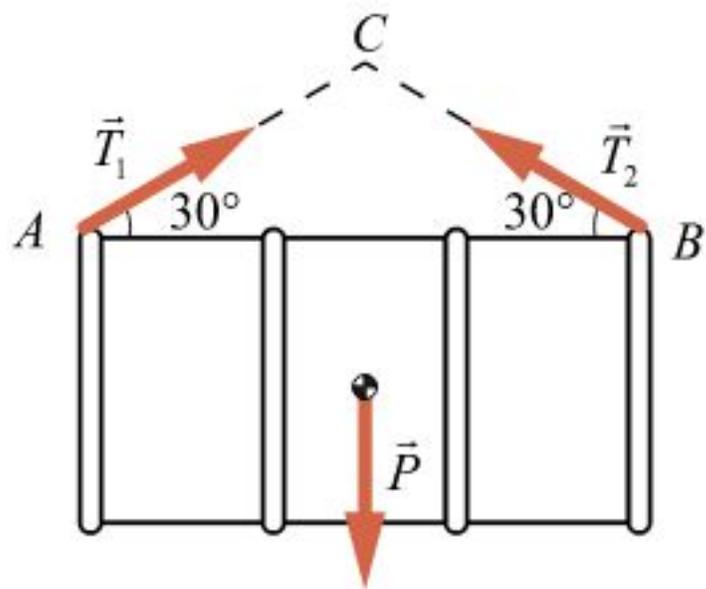
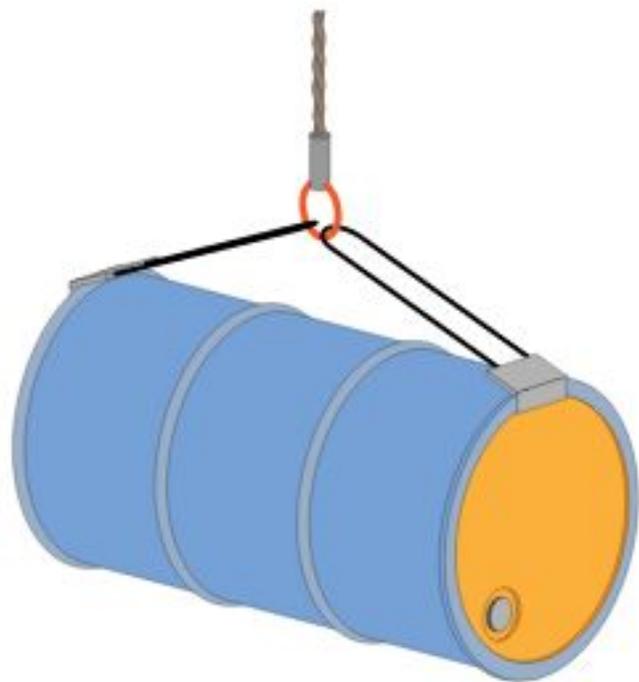
Для тела, находящегося в равновесии под действием произвольно плоской системы сил, можно составить 3 уравнения равновесия.

$$\sum_{k=1}^n F_{kx} = 0 \quad \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0 \quad \sum_{k=1}^n m_A(\vec{F}_k) = 0$$

$$X_A - S \cdot \frac{4}{5} = 0$$

$$Y_A - Q + S \cdot \frac{3}{5} = 0$$

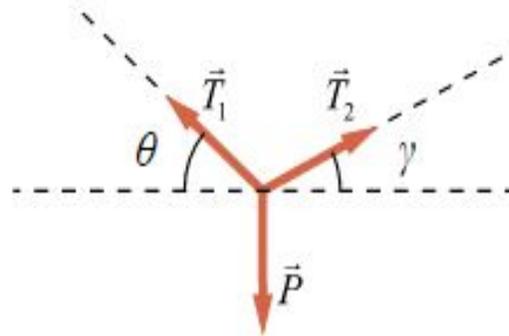
$$S_x \cdot 0.25 + S_y \cdot 5 - Q \cdot (5 - 1.5) = 0$$



Определить натяжение тросов, удерживающих бочку весом 20 кН.



Канатная дорога к горе Ай-Петри (Крым) с самым большим безопорным пролетом в Европе (1670 м).



натяжение ветви каната, T_1 , кН

натяжение ветви каната, T_2 , кН

Гондола канатной дороги весом $P = 22$ кН удерживается над обрывом. При этом правая ветвь каната составляет угол $\gamma = 5^\circ$ с горизонтом, а левая - $\theta = 15^\circ$. Определить:

