Магнитное поле в веществе

Лекции 6

Главы 7.1-7.9

1

Список литературы

- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 2. Электричество и магнетизм. ISBN - 978-5-8114-1208-2. Издательство «Лань». 2021 г.
- Савельев И.В. Курс общей физики. В 5-и тт. Том 4. Волны. Оптика. ISBN - 978-5-8114-1210-5. Издательство «Лань». 2021 г.
- Трофимова Т. И. Руководство к решению задач по физике : учебное пособие для прикладного бакалавриата: Учебное пособие/Трофимова Т. И..-М:Издательство Юрайт,2019, ISBN 978-5-9916-3429-8.-265. https://elis.psu.ru/node/557918

Основные темы

- Циркуляция и ротор векторного поля
- Дивергенция и ротор магнитного поля
- Намагничение магнетика
- Напряженность магнитного поля
- Вычисление поля в магнетиках
- Условия на границе двух магнетиков
- Виды магнетиков
- Магнитомеханические явления
- •Диамагнетизм
- Парамагнетизм
- Ферромагнетизм

Циркуляция векторного поля



Рис.1

- Представим себе канал очень тонкого сечения, в котором течет жидкость.
- Этот канал включает в себя контур Г.
- В зависимости от характера поля вектора скорости v жидкость в канале будет либо неподвижной, либо будет циркулировать в том
- Циркуляцией вектора УПО копуру Г Называют величину, равную произведению скорости жидкости в канале на длину канала.

циркуляция
$$\mathbf{F}$$
 по $= vl$

• Циркуляция любого вектора а по произвольному замкнутому контуру Г циркуляция Г по $a = I \int d = \int a_l dl$

Ротор векторного поля



- Циркуляция *С* вектора а состоит из суммы циркуляций элементарных площадок *ДS*.
- Элементарная циркуляция *ДС* зависит не от длины контура, а от поверхности элементарной площадки, охватываемой контуром.

Рис.2

- То есть, циркуляция порождается на поверхности.
- Плотность порождения циркуляции это циркуляция, порождаемая бесконечно малым участком поверхности в расчете на единицу площади этого участка:

плотность порождения циркуляции = $\lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta S}$

Ротор векторного поля

•В однородном поле циркуляция по любому контуру равна



- Плотность порождения циркуляции так же равна нулю.
- В неоднородном поле плотность порождения циркуляции ведет себя при вращении контура как проекция вектора er на нормаль к контуру
- Этот вектор называют ротором векторного поля и обозначают символом rot а либо [∇а]

Ротор векторного поля

• Плотность порождения циркуляции равна проекции характеризующего поле вектора rot а на положительную нормаль к контуру ΔC 1 f

(rot **a**)_n =
$$\lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta S} = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{1}{\Delta S} \oint \mathbf{a} d\mathbf{l}$$



Рис.4

- Наглядное представление о роторе v можно получить, представив небольшую крыльчатку, помещенную в жидкость.
- В тех местах, где ротор отличен от нуля, крыльчатка будет вращаться, причем с тем большей скоростью, чем больше проекция ротора на ось крыльчатки.

Теорема Стокса

- Эная ротор вектора а в каждой точке некоторой поверхности, можно вычислить циркуляцию этого вектора по контуру Г.
- Теорема Стокса гласит, что циркуляция вектора а по произвольному контуру Γ равна потоку вектора rot a через произвольную поверхность S, ограниченную данным контуром Γ . $\int \mathbf{a} d\mathbf{l} = \int \operatorname{rot} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S}$

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{a} d\mathbf{l} = \int_{S} \operatorname{rot} \mathbf{a} \cdot d\mathbf{S}$$

- То есть, ротор соотносится с циркуляцией подобно тому как дивергенция соотносится с потоком.
- •Дивергенция порождает поток.
- Ротор порождает циркуляцию.

Дивергенция и ротор магнитного поля

- Отсутствие в природе магнитных зарядов приводит к тому, что линии вектора В магнитной индукции не имеют ни начала ни конца.
- Поэтому поток вектора В через замкнутую поверхность должен быть равен нулю.
- Таким образом, для любого магнитного поля и произвольной замкнутой поверхности *S* имеет место условие

$$\Phi_B = \oiint_S \mathbf{B} dS = 0 \tag{7.1}$$

•Заменив поверхностный интеграл на объемный получим, что

$$\int_{V} \nabla \mathbf{B} dV = 0$$

Дивергенция и ротор магнитного поля

- Это условие должно выполняться для любого произвольного объема *V*.
- Это возможно, если подынтегральная функция в каждой точке поля равна нулю.
- Таким образом, магнитное поле обладает тем свойством, что его дивергенция всюду равна нулю:

$$\nabla \mathbf{B} = 0 \tag{7.2}$$

• Циркуляция вектора В по определению равна

$$\mathbf{B}d\mathbf{l} \tag{7.3}$$

• Ротор вектора магнитной индукции пропорционален вектору плотности тока в данной точке $[\nabla \mathbf{B}] = \mu_0 \mathbf{j}$ (7.4)

Дивергенция и ротор магнитного поля

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$$

Дивергенция E равна ρ , деленному на ε_0

$$\left[\nabla \mathbf{E}\right] = \mathbf{0}$$

Ротор Е равен 0

 $\nabla \mathbf{B} = \mathbf{0}$

Дивергенция В равна 0

 $\left[\nabla \mathbf{B}\right] = \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{j}$

Ротор **В** равен j, умноженному на μ_0

• Сопоставление этих формул показывает, что электростатическое и магнитное поля имеют существенно различный характер.

- Если несущие ток провода находятся не в вакууме, а в какой либо среде, магнитное поле изменяется.
- Это объясняется тем, что всякое вещество является *магнетиком*, т.е. способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться).
- Намагниченное вещество создает магнитное поле В', которое накладывается на обусловленное токами поле В₀.
- Оба поля в сумме дают результирующее поле

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B'} \tag{7.5}$$

- Истинное (микроскопическое) поле в магнетике сильно изменяется в пределах межмолекулярных расстояний.
- Под В подразумевается усредненное (макроскопическое) поле.
- Для объяснения намагничения Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют круговые токи (молекулярные токи).
- Каждый такой ток обладает магнитным моментом и создает в окружающем пространстве магнитное поле.
- •В отсутствие внешнего поля молекулярные токи ориентированы хаотично, вследствие чего результирующее 13 попе равно нупю

- •В силу хаотичной ориентации магнитных моментов молекул суммарный магнитный момент тела также равен нулю.
- Под действием поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, вследствие чего магнетик намагничивается – его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля.
- Магнитные поля отдельных молекулярных токов в этом случае уже не компенсируют друг друга и возникает поле В'.

- Намагничение магнетика естественно характеризовать магнитным моментом единицы объема.
- Эту величину называют намагниченностью и обозначают буквой J.
- Если магнетик намагничен неоднородно, намагниченность в данной точке определяется следующим выражением

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{\Delta V} \mathbf{p}_{\mathrm{m}}$$
(7.6)

• Где $\varDelta V$ – физически бесконечно малый объем, взятый в окрестности рассматриваемой точки, \mathbf{p}_{m} – магнитный момент отдельной молекулы, заключенной в объеме $\varDelta V$.

• Поле В', так же как и поле В₀, не имеет источников. Поэтому дивергенция результирующего поля (7.1) равна нулю:

$$\nabla \mathbf{B} = \nabla \mathbf{B}_0 + \nabla \mathbf{B'} = \mathbf{0} \tag{7.7}$$

• Таким образом, для магнитного поля в веществе справедливы выражения

$$\Phi_B = \bigoplus_S \mathbf{B} dS = \mathbf{a} \qquad \nabla \mathbf{B} \mathbf{0} = \tag{7.8}$$

- Напишем выражение для ротора результирующего поля (7.5): $[\nabla \mathbf{B}] = [\nabla \mathbf{B}_0] + [\nabla \mathbf{B}']$
- Ранее мы показывали, что

$$\nabla \mathbf{B}_0] = \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{j}$$

- •Где ј плотность макроскопического тока.
- Аналогично ротор вектора В' должен быть пропорционален плотности молекулярных токов:

$$\nabla \mathbf{B'}] = \mu_{\mathbf{M}} \mathbf{j}_{\pi}$$

• Следовательно, ротор результирующего поля определяется как $[\nabla \mathbf{B}] = \mu_{\Omega \alpha} (\mathbf{j} + \mathbf{j})$ (7.9)

- Для того, чтобы определить ротор **В**, нужно знать плотность не только макроскопических, но также и молекулярных токов.
- •Плотность же токов, зависит от значения вектора В.
- Для того, чтобы выйти из ситуации можно найти вспомогательную величину, ротор которой определяется только плотностью макроскопических зарядов.
- Чтобы установить вид этой вспомогательной величины, попробуем выразить плотность молекулярных токов $\mathbf{j}_{_{MOЛ}}$ через намагниченность магнетика **J**.

- Для чего вычислим алгебраическую сумму молекулярных токов **j**_{мол}, охватываемых некоторым контуром Γ. Эта сумма равна
 ј j_{мол} *d* **S** (7.10)
- где *S* поверхность, натянутая на контур.
- •В алгебраическую сумму молекулярных токов входят только



вардая не пересекут поверхность, либо не пересекут поверхность, либо пересекут ее дважды, один раз в одном направлении, второй раз - в другом (І"мол).



Рис.6

- В результате их вклад в алгебраическую сумму токов, охватываемых контуром, оказывается равным нулю.
- Из рисунка видно, что элемент контура *dl*, образующий с направлением намагниченности J угол α, нанизывает на себя те молекулярные токи, центры которых попадают внутрь косого цилиндра с
- (S_{мол} площадь, охвабываеМая обделеным молекулярным током).
- Если *n* число молекул в единице объема, то суммарный ток, охватываемый элементом *dl*, равен *I*_{мол}*nS*_{мол}*cosα dl*.
- Произведение $I_{MOR} S_{MOR}$ равно магнитному моменту \mathbf{p}_{m} отдельного молекулярного тока.

- Следовательно выражение I S MON n представляет собой магнитный момент единицы объема, т.е. дает модуль вектора j, а I NS COS α dl проекцию вектора J на направление элемента dl.
- Таким образом суммарный молекулярный ток, охватываемый элементом *dl*, равен J*d*I, а сумма молекулярных токов, охватываемых всем контуром равна
- Преобразовав правую часть по теореме Стокса, получим $\int \mathbf{j}_{MOJ} d\mathbf{S} = \mathbf{M} [\nabla \mathbf{J}] \cdot d\mathbf{S}$

- Это равенство должно выполняться при произвольном выборе поверхности *S*.
- Это возможно лишь в том случае, если подынтегральные выражения равны в каждой точке магнетика:

$$\mathbf{j}_{\text{мол}} = \begin{bmatrix} \nabla \mathbf{J} \end{bmatrix}$$
(7.11)

- Таким образом, плотность молекулярных токов определяется значением ротора намагниченности.
- В случае, когда ротор намагниченности [∇J] равен нулю, молекулярные токи отдельных молекул ориентированы так, что их сумма в среднем равна нулю.



- Формула (7.6) допускает следующую наглядную интерпретацию.
- На рисунке 7 изображены векторы намагниченности J1 и J2 в непосредственной близости к точке *P*.
- Точка *P* и оба вектора лежат в плоскости рисунка.
- Изображенный штриховой линией контур Г также расположен в плоскости рисунка.
- Если характер намагниченности таков, что векторы J1 и J2 одинаковы по модулю, то циркуляция J по контуру Г будет равна нулю.
- Соответственно [∇ **J**] в точке *P* также будет равен нулю.



- Намагниченностям **J**₁ и **J**₂ можно сопоставить молекулярные токи *i*₁ и *i*₂, текущие по контурам, изображенным на рисунке сплошными линиями.
- Эти контуры лежат в плоскости, перпендикулярной к плоскости рисунка.

Рис.7

- При одинаковом направлении векторов \mathbf{J}_1 и \mathbf{J}_2 направления токов i'_1 и i'_2 в точке P будут
- В силу $J_1 = J_2$ токи взаимнодинативалево вблычине, вследствие чего результирующий молекулярный ток в точке P оказывается, как и $[\nabla J]$, равным нулю: $j_{MOI} = 0$.

- Теперь допустим, *J*₁>*J*₂. Тогда циркуляция **J** по контуру **Г** окажется отличной от нуля.
- Соответственно поле вектора J в точке *P* будет характеризоваться вектором [∇J], направленным за чертеж.
- Большей намагниченности отвечает больший молекулярный ток, поэтому *i*'₁>*i*'₂.
- В итоге в точке *P* будет наблюдаться отличный от нуля результирующий ток, характеризуемый плотностью j_{мол}, направленной так же как и ∇J, за чертеж.
- В случае $J_1 < J_2$ векторы ∇J и j_{MOR} будут направлены не за чертеж а на нас.

- Итак, в точках, где отличен от нуля ротор намагниченности, оказывается отличной от нуля и плотность молекулярных токов, причем векторы [abla J] и $\mathbf{j}_{_{MOЛ}}$ имеют одинаковое направление.
- Подставим выражение (7.11) для плотности молекулярных токов в формул $\mathbf{M}^{T}\mathbf{B}^{\mathbf{g}} \models \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 [\nabla \mathbf{J}]$
- Разделив это выражение на μ_0 и объединив роторы, получим $\nabla, \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} \mathbf{J}\right) = \mathbf{j}$ (7.12)

• Из выражения (7.12) следует, что искомая величина, ротор которой определяется одними лишь макроскопическими токами, равна:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}$$
(7.13)

- Эта величина называется напряженностью магнитного поля.
- •В соответствии с (7.12) ротор вектора Н равен вектору плотности макроскопических токов: (7.14)

• Возьмем произвольный контур Γ с натянутой на него поверхностью S и образуем выражение

$$\int_{S} \left[\nabla \mathbf{H} \right] d\mathbf{S} = \int_{S} \mathbf{j} d\mathbf{S}$$

• Согласно теореме Стокса левая часть этого равенства эквивалентна циркуляции вектора **H** по контуру **Г**, следовательно $\int_{\Gamma} \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_{S} \mathbf{j} d\mathbf{S}$ (7.15)

• Если макроскопические токи текут по проводам, охватываемым контуром, соотношение (7.15) можно записать в виде $\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{k} I_{k}$ (7.16)

• Формулы (7.15) и (7.16) выражают теорему о циркуляции вектора **H**:

циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

- Напряженность магнитного поля **Н** является аналогом электрического смещения D.
- Первоначально предполагалось, что в природе существуют подобные электрическим зарядам магнитные массы.
- Именно тогда были введены понятия магнитная индукция для **B** и напряженность поля для **H**.
- Впоследствии выяснилось, что магнитных масс в природе не существует и что величина, названная магнитной индукцией В, в действительности является аналогом не электрического смещения D, а напряженности электрического поля E.
- Соответственно Н аналог D, а не Е.

- Однако изменять уже установившуюся терминологию не стали.
- К тому же, вследствие различной природы электрического и магнитного полей (электрическое поле потенциально, а магнитное поле соленоидально) величины **В** и **D** обнаруживают много сходства в своем поведении.
- Например, линии **B** как и **D** не претерпевают разрыва на границе двух сред.

- Напряженность поля прямого тока в вакууме определяется как $H = \frac{1}{4\pi} \frac{2I}{b}$ (7.17)
- Из чего следует, что напряженность магнитного поля имеет размерность силы тока, деленную на размерность длины.
- •В СИ единица напряженности магнитного поля носит название ампер на метр (А/м).
- В гауссовой системе напряженностью магнитного поля называют величи $\mathbf{H} = \mathbf{B} 4\pi \mathbf{J}$ (7.18)
- Из этого следует, что в вакууме Н совпадает с В. Единица Н в гауссовой системе называемая эрстедом (Э), имеет ту же вепичину и размерность что и гаусс (Гс)

- Намагниченность принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью поля.
- Полагают, что в каждой точке магнетика

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H} \tag{7.19}$$

- Гдеχ (кси) характерная для данного магнетика величина, называемая магнитной восприимчивостью.
- χ является безразмерной величиной.

• Подставив в формулу (7.13) выражение (7.19) для Ј, получим

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu \mathbf{Q}} - \mathbf{Q}\mathbf{H}\mathbf{E}$$
довательно = $\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu 0(1+)}$ (7.20)

• Безразмерная величина $\mu = \chi +$

называется относительной магнитной проницаемостью, или просто магнитной проницаемостью.

- Магнитная восприимчивост может быть как положительной, так и отрицательной.
- Поэтому магнитная проницаемость µ может быть как больше, так и меньше единицы

•С учетом (7.21) формуле (7.20) можно придать вид

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu}$$
(7.22)
• В гауссовой системе
$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - \mathbf{A}\pi \mathbf{K} \mathbf{H} a \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{X} + 4\pi}$$
(7.23)

• Поэтому магнитной проницаемостью вещества называется безразмерная величина

$$\mu = \chi + 4\pi \tag{7.24}$$

• То есть (7.23) можно выразить как $\mathbf{H}=rac{\mathbf{B}}{-}$

 Значение µ в гауссовой системе совпадает со значением µ в СИ.

μ

•Из этого следует, что $\chi_{\rm CH} = 4\pi\chi_{\Gamma{
m C}}$ (7.26)

(7.25)


- Рассмотрим поле, создаваемое бесконечно длинным круглым намагниченным стержнем.
- Намагниченность **J** будем считать всюду одинаковой и направленной по оси стержня.
- Разобьем мысленно стержень на перпендикулярные к оси слои толщиной *dl*.
- Каждый слой разобьем в свою очередь на малые цилиндрические элементы с основаниями произвольной площади.
- •Каждый такой элемент обладает магнитным моментом $dp_m = J \cdot dS \cdot dl$ (7.27)

- Поле В', создаваемое элементом на расстояниях, больших по сравнению с его размерами, эквивалентно полю, которое создавал бы ток силы *I=Jdl*, обтекающий элемент по его боковой поверхности.
- •Действительно, магнитный момент такого тока равен

 $dp_m = IdS = J \cdot dl \cdot dS$

- На больших расстояниях магнитное поле определяется только модулем и направлением магнитного момента.
- Воображаемые токи, текущие по общему для двух соседних элементов участку поверхности, одинаковы по величине и противоположны по направлению, поэтому сумма их равна нулю.
- Таким образом, некомпенсированными останутся только

- Из этого следует, что слой стержня толщины *dl* создает поле, эквивалентное полю, которое создавал бы ток силы *Jdl*, обтекающий слой по боковой поверхности.
- Линейная плотность этого тока равна $j_{_{\mathrm{ЛИН}}}$ =J
- Весь же бесконечный намагниченный стержень создает поле, эквивалентное полю цилиндра, обтекаемого током с линейной плотностью $j_{_{\rm ЛИН}}$ =J.
- Ранее мы выяснили, что вне такого цилиндра поле равно нулю, а внутри цилиндра поле однородно и равно

$$\mathbf{B'} = \boldsymbol{\mu}_0 \mathbf{J} \tag{7.28}$$

- Пусть имеется однородное поле **B**₀, создаваемое макротоками в вакууме.
- Согласно (7.22) напряженность этого поля равна

$$\mathbf{H}_0 = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} \tag{7.29}$$

- Внесем в это поле (будем называть его внешним) бесконечно длинный круглый стержень из однородного и изотропного магнетика, расположив его вдоль направления **B**₀.
- Из соображений симметрии следует, что возникающая в стержне намагниченность J коллинеарна с вектором **B**₀.

- Намагниченный стержень создает внутри себя поле В', определяемое (7.28).
- •В результате поле внутри стержня станет равным

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B'} = \mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{J}$$
(7.30)

• Подставив это значение **В** в формулу (7.13), получим напряженность поля внутри стержня

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} = \frac{\mathbf{B}_0 + \mu_0 \mathbf{J}}{\mu_0} - \mathbf{J} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mathbf{H}_0$$

• Таким образом, напряженность поля в стержне оказывается совпадающей с напряженностью внешнего поля.

• Умножив \mathbf{H} на $\mu_{0}\mu$, получим магнитную индукцию внутри стержня:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mu \mathbf{B}_0$$
(7.31)

- Отсюда следует, что магнитная проницаемость µ показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике.
- Заметим, что поскольку поле В' отлично от нуля только внутри стержня, магнитное поле вне стержня остается без изменений.
- Полученный результат бывает справедлив в тех случаях, когда однородный и изотропный магнетик заполняет объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями напряженности внешнего поля.
- В противном случае напряженность поля не совпадает с $\mathbf{H}_{0} = \mathbf{B}_{0} / \mu_{0}$

- Условно полагают, что напряженность поля в магнетике равна $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \mathbf{H}_{\mathbb{R}}$ (7.32)
- где H₀ внешнее поле, а H₅ так называемое *размагничивающее поле*, которое предполагается пропорциональным **На**маг**М**иченности:

(7.33)

- •Коэффициент пропорциональности *N* называется размагничивающим фактором.
- Он зависит от формы магнетика.
- Для тела, поверхность которого не пересекается линиями напряженности внешнего поля, размагничивающий фактор равен нулю.

- Для тонкого диска, перпендикулярного внешнему полю, *N*=1, а для шара *N*=1/3.
- Соответствующий расчет показывает, что если однородный и изотропный магнетик имеющий форму эллипсоида, помещается в однородное внешнее поле, магнитное поле хотя и отлично в нем, но тоже однородно.
- То же справедливо для шара (частный случай эллипсоида), а также для длинного стержня, и тонкого диска, которые можно считать предельными случаями эллипсоида.

- •В заключении найдем поле бесконечно длинного соленоида, заполненного однородным и изотропным магнетиком.
- Применив к соленоиду теорему о циркуляции (7.16), получим соотношение *Ha=naI*, отсюда

$$H = nI \tag{7.34}$$

- Таким образом, напряженность поле внутри бесконечного соленоида равно произведению силы тока на число витков, приходящееся на единицу длины.
- Вне соленоида поле равно нулю.

• Вблизи поверхности раздела двух магнетиков векторы В и Н должны удовлетворять определенным граничным условиям, которые вытекают из соотношений (см. Формулы 7.2 и 7.9)

$$\nabla \mathbf{B} = 0, \ \left[\nabla \mathbf{H} \right] = \mathbf{j} \tag{7.35}$$

- Мы рассматриваем стационарные поля
- Возьмем на границе двух магнетиков с проницаемостями μ_1 и μ_2 воображаемую цилиндрическую поверхность высоты h с основаниями S_1 и S_2 , расположенными по разные стороны поверхности раздела.



• Поток вектора В через эту поверхность равен

$$\Phi_{\mathcal{B}_{OK}} = B_{1n}S + B_{2n}S + \langle B_n \rangle S$$
(7.36)

- В соответствии с тем, что ∇В=0, поток вектора
 В через любую замкнутую поверхность равен
- Приравняв нулю выражение (7.36) и сделав переход $h \rightarrow 0$, придем к соотношению $B_{1n} = -B_{2n}$
- Если проецировать $\mathbf{B}_{_1}$ и $\mathbf{B}_{_2}$ на одну и ту же нормаль, получится условие

$$B_{1n} = B_{2n} \tag{7.37}$$

- •Используем выражение (7.22) и получи $\mu_0 \mu_1 H_{1n} = \mu_0 \mu_2 H_{2n}$
- •Из чего следует, что

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$
(7.38)



 Теперь возьмем на границе магнетиков прямоугольный контур и вычислим для него циркуляцию Н.

Рис.9

• При малых размерах контура циркуляцию можно представить в виде $\int H_l dl = H_{1\tau} a - H_{2\tau} a + \langle H_l \rangle \cdot 2b$ (7.39)

Где $\langle H_l \rangle$ - среднее значение H_l на перпендикулярных к границе участках контура.

- Если по границе раздела не текут макроскопические токи, [∇Н] в пределах контура будет равен нулю.
- Поэтому и циркуляция будет равна нулю.
- Положив выражение (7.39) равным нулю и осуществив предельный переход b →0 придем к соотношению

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$
 (7.40)

 Заменим составляющие Н на составляющие вектора В, деленными на µ₀µ и получим соотношение

$$rac{B_{1 au}}{\mu_0\mu_1} = rac{B_{2 au}}{\mu_0\mu_2}$$
 из которого $rac{B_{1 au}}{B_{2 au}} = rac{\mu_1}{\mu_2}$

(7.41)



- При переходе в магнетик с большей **µ** линии магнитной индукции отклоняются от нормали к поверхности.
- Это приводит к сгущению линий.



Рис.11

- Сгущение линий В в веществе с большой магнитной проницаемостью дает возможность формировать магнитные пучки, т.е. придавать им необходимую форму и направление.
- Для того, чтобы осуществить магнитную защиту некоторого объема, его окружают железным экраном.
- Сгущение линий в толщине экрана приводит к ослаблению поля внутри.



- •На рисунке схема лабораторного электромагнита
- От состоит из железного сердечника, на который насажены питаемые током катушки.
- Линии магнитного поля сосредоточены в основном внутри сердечника.

Рис.12

- Лишь в узком воздушном зазоре они
- вектор В пересекает границы между воздушным зазором и сердечником по нормали к поверхности раздела.
- Отсюда согласно (7.37) следует что магнитная индукция в зазоре и в сердечнике одинакова по модулю.

- Применим теорему о циркуляции Н к контуру, проходящему через ось сердечника.
- Напряженность поля можно считать всюду в железе одинаковой и равной $H_{\rm жел} = B/(\mu_0 \mu_{\rm жел})$.
- Напряженность поля в воздухе будет $H_{\text{возд}} = B/(\mu_0 \mu_{\text{возд}})$
- Обозначим длину участка контура в железе через $l_{\text{жел}}$, а в зазоре $l_{\text{возд}}$.
- Тогда циркуляцию можно представить в виде $H_{_{\rm жел}} \, l_{_{\rm жел}} + H_{_{\rm возд}} \, l_{_{\rm возд}}$
- Эта циркуляция должна быть равна *NI*, где *N* суммарное количество витков, а *I* сила тока.

- Таким образом получим $\frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{жел}}} l_{\text{жел}} + \frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{возд}}} l_{\text{возд}} = NI$
- Отсюда, с учетом того, что µ_{возд} отличается от единицы лишь в пятом знаке после запятой, получим

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{bogd}} / \mu_{\text{bogd}} + l_{\text{cm}} / \mu_{\text{cm}}} \approx \frac{N}{l_{\text{bogd}} + l_{\text{cm}} / \mu_{\text{cm}}}$$

• Обычно l_{BO3D} бывает порядка 0,1 м, $l_{жел}$ – порядка 1 м, $\mu_{жел}$ достигает значений порядка нескольких тысяч, поэтому вторым слагаемым в знаменателе можно пренебречь и тогда получим $B = \mu_0 I \frac{N}{m}$ (7.43)

$$S = \mu_0 I \frac{N}{l_{gosd}}$$
(7.43)

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l_{BO30}}$$

- Следовательно, магнитная индукция в зазоре электромагнита имеет такое же числовое значение, какое она имела бы внутри тороида без сердечника, на единицу длины которого было бы намотано число витков, равное $N/l_{возд}$.
- Увеличивая общее число витков и уменьшая размеры воздушного зазора, можно получать поля с большим значением **B**.
- Практически с помощью электромагнитов с железным сердечником удается получать поля с В порядка нескольких ₅₅ теспа

Виды магнетиков

- Формула (7.19) определяет магнитную восприимчивоёть единицы объема вещества.
- Часто вместо этой восприимчивости пользуются отнесенной к одному молю вещества молярной восприимчиво атью
- Очевидно, что $\chi_{M} = \chi V_{M}$, где V_{M} объем моля вещества.
- В то время каќ безразмерная величина́, измеряется в м³/моль.
- •В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все магнетики разделяются на три группы

Виды магнетиков

Тип магнетика	Знак магнитной восприимчивости	Величина магнитной восприимчивости
Диамагнетики	Отрицательный	~10 ⁻¹¹ ÷10 ⁻¹⁰ М ³ /МОЛЬ
Парамагнетики	Положительный	~10 ⁻¹⁰ ÷10 ⁻⁹ м ³ /моль
Ферромагнетики	Положительный	~1 м³/моль

- Кроме того, в отличие от диа- и парамагнетиков, для которых не зависит от H, восприимчивость ферромагнетиков является функцией напряженности магнитного поля.
- Таким образом, намагниченность J может как совпадать по направлению с H (у пара- и ферромагнетиков), так и быть направленной в противоположную сторону (у диамагнетиков).

57

- Электрон, движущийся по орбите, подобен волчку, поэтому ему должны быть свойственны все особенности гироскопов под действием внешних сил.
- Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется магнитомеханическим (или гиромагнитным) соотношением = e/2m
 (7.44)
- При соответствующих условиях должна возникать прецессия электронной орбиты
- Условия прецессии возникают, если атом находится в магнитном поле В.
- В этом случае на орбиту действует вращающий момент N=[p_mB], стремящийся установить орбитальный магнитный момент электрона р



 При этом механический момент М установится против поля

• Под действием момента N векторы p и M совершают прецессию вокруг направления вектора магнитной индукции B.

• Найдем скорость этой прецессии.

•За время dt вектор M получает приращение dM, равное dM = Ndt

• Вектор *d*M, как и вектор N, перпендикулярен к плоскости, проходящей через векторы B и M; его модуль равен

$$\left| d\mathbf{M} \right| = p_m B \sin \alpha \cdot dt$$

Рис.13

•Где α - угол между \mathbf{p}_{m} и \mathbf{B} .



Рис.13

- •За время dt плоскость, в которой лежит вектор **M**, повернется вокруг направления **B** на угол $|d\mathbf{M}| = \frac{p_m B \sin \alpha dt}{M \sin \alpha} = \frac{p_m}{M} B dt$
- Разделив этот угол на *dt*, получим угловую скорость прецесаци: р

$$\omega_L = \frac{a \sigma}{dt} = \frac{P_m}{M} B$$

Из чего следует $\omega_L = \frac{eB}{2m}$ (7.45)

•Где *е* – заряд электрона, а *m* – масса электрона

- Частоту (7.45) называют частотой ларморовой прецессии или просто ларморовой частотой.
- Она не зависит ни от угла наклона орбиты по отношению к направлению магнитного поля, ни от радиуса орбиты или скорости электрона.
- Следовательно, ларморова частота одинакова для всех электронов, входящих в состав атома.
- Прецессия орбиты обусловливает дополнительное движение электрона вокруг направления поля.



- Если бы расстояние *r* 'электрона от параллельной **B** оси, проходящей через центр орбиты, не изменялось, дополнительное движение электрона происходило по окружности радиуса *r* '.
- Ему соответствовал бы круговой ток
 I'=e(\omega_L/2\pi) вокруг заштрихованной площади S,
 магнитный момент которого направлен в
 сторону, противоположную В

$$p'_{m} = I'S' = e\frac{\omega_{L}}{2\pi}\pi r'^{2} = \frac{e\omega_{L}}{2}r'^{2}$$
(7.46)

• Этот момент называется индуцированным или наведенным магнитным моментом

- В действительности, вследствие движения электрона по орбите, расстояние *r* ² все время изменяется.
- Поэтому в формуле (7.46) вместо *r* ²нужно брать усредненное по времени значение (*r* ²).
- Это среднее значение зависит от угла α, характеризующего ориентацию плоскости орбиты по отношению к **B**.
- В частности, для орбиты, перпендикулярной к вектору **В**, *r* ' постоянно и равно радиусу орбиты r.
- Для орбиты, плоскость которой проходит через направление **В**, *r* ' изменяется по закону *r* '=*r*sinω*t*, где ω угловая скорость обращения электрона по орбите.

- Следовательно $\langle r'^2 \rangle = r^2/2 \left(\langle \sin^2 \omega t \rangle = 1/2 \right)$
- Если произвести усреднение по всем возможным значениям *α*, считая их равновероятными, то получается

$$\left\langle r'^{2} \right\rangle = \frac{2}{3}r^{2} \tag{7.47}$$

 Подставив в (7.46) значение (7.45) и (7.47), получим для среднего значения индуцированного магнитного момента электрона следующее выражение

$$\left\langle p'_{m}\right\rangle = -\frac{e^{2}}{6m}r^{2}B \tag{7.48}$$

• Знак минус отражает то обстоятельство, что векторы (р'_m) и В направлены в противоположные стороны.

- В общем случае (например для эллиптической орбиты) вместо r² нужно взять (r²), то есть средний квадрат расстояния электрона от ядра.
- Просуммировав выражение (7.48) по всем электронам, найдем индуцированный момент атома:

$$p'_{mat} = \sum \left\langle p'_{m} \right\rangle = -\frac{e^2 B}{6m} \sum_{k=1}^{Z} \left\langle r_k^2 \right\rangle$$
(7.49)

- (*Z* атомный номер химического элемента, число электронов в атоме равно *Z*).
- Итак, под действием внешнего магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов угловой скоростью.

- Обусловленное прецессией дополнительное движение электронов приводит к возникновению индуцированного магнитного момента атома, направленного против поля.
- Ларморова прецессия возникает у всех без исключения веществ.
- Однако в тех случаях, когда атомы обладают сами по себе магнитным моментом, магнитное поле не только индуцирует момент (7.49), но и оказывает на магнитные моменты атомов ориентирующее воздействие, устанавливая их по направлению поля.

- Возникающий при этом положительный магнитный момент бывает значительно больше, чем отрицательный индуцированный момент.
- Поэтому результирующий момент оказывается положительным и вещество ведет себя как парамагнетик.
- •Диамагнетизм обнаруживают только те вещества, у которых атомы не обладают собственным магнитным моментом

Парамагнетизм

- Если магнитный момент \mathbf{p}_{m} атомов отличен от нуля, вещество ведет оказывается парамагнитным.
- Магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль **B**, а тепловое движение стремится разбросать их по всем направлениям.
- В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация моментов вдоль поля, тем большая чем больше **В**, и тем меньшая, чем выше температура.
- П.Кюри экспериментально установил закон, согласно которому магнитная восприимчивость парамагнитного вещества равна

 $\chi_{\rm M} = -$

Где С – постоянная Кюри, зависящая от рода вещества, а Т – термодинамическая температура

(7.50)

Парамагнетизм

- •Классическая теория парамагнетизма была развита Ланжевеном в 1905 году.
- Для не слишком сильных полей и не очень низких температур значение магнитной восприимчивости для парамагнетиков равно $\mu_0 N_A p_m^2$

$$\chi_{\rm M} = \frac{\mu_0 T r_A p_m}{3kT} \tag{7.51}$$

И следовательно, значение постоянной Кюри $C = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3k}$

(7.52)

• Где $N_{\rm A}$ – постоянная Авогардо, а k – постоянная Больцмана.

Парамагнетизм

- В очень сильных полях и при низких температурах наблюдается отступления от пропорциональности между намагниченностью парамагнетика *J* и напряженностью поля *H*
- В частности, может наступить магнитное насыщение, при котором все \mathbf{p}_{m} выстраиваются по полю и дальнейшее увеличение *H* не приводит к возрастанию *J*.

Ферромагнетизм

- Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля.
- По своему наиболее распространенному представителю железу они получили название ферромагнетиков.
- К их числу, кроме железа, принадлежат никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соединения, а также некоторые сплавы и соединения марганца и хрома с неферромагнитными элементами.
- Ферромагнетизм присущ всем этим веществам только в кристаллическом состоянии.

Ферромагнетизм



- Ферромагнетики являются сильномагнитными веществами.
- Их намагниченность в огромное (до 10¹⁰) число раз превосходит намагниченность диа- и парамагнетиков, принадлежащих к категории слабомагнитных веществ.
- Намагниченность слабомагнитных веществ изменяется линейно.
- •Намагниченность ферромагнетиков зависит от *H* сложным образом.
- На рисунке 14 показана кривая намагничения ферромагнетика, магнитный момент которого первоначально был равен нулю.
- Она называется основной или нулевой кривой намагничения.


Рис.15

- Уже в полях порядка нескольких эрстед (~100А/м) намагниченность *J* достигает насыщения.
- Основная кривая намагничения на диаграмме *B*-*H* приведена на рисунке 15 (кривая 0-1).
- Напомним, что $B = \mu \theta (H+J)$. Поэтому по достижении насыщения B продолжает расти с $H = \rho_{\mu_{ac}} \mu_{\mu_{ac}} \mu_{\mu$
- •Кривая намагничения железа была впервые получена и подробно исследована Столетовым.



Рис.15

- Кроме нелинейной зависимости между *H* и *J* (или между *H* и *B*), для ферромагнетиков характерно также наличие гистерезиса.
- Если довести намагничивание до насыщения (точка 1) и затем уменьшать напряженность магнитного поля, то индукция *В* следует не по первоначальной кривой 0-1, а изменяется в соответствии с кривой 1-2.
- В результате, когда напряженность внешнего поля станет равной нулю, (точка 2), намагничение не исчезает и характеризуется величиной *B*_r, которая называется остаточной индукцией.
- Намагниченность при этом имеет значение *J*_r, называемое остаточной намагниченностью.



Рис.15

- Индукция *В* обращается в нуль лишь под действием поля *H*_c, имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничение.
- Напряженность *H_c* называется коэрцитивной силой.
- Существование остаточной намагниченности делает возможным изготовление постоянных магнитов.
- Постоянный магнит тем лучше сохраняет свои свойства, чем больше коэрцитивная сила материала, из которого он изготовлен.



- При действии на ферромагнетик переменного магнитного поля индукция изменяется в соответствии с кривой 1-2-3-4-5-1, которая называется петлей гистерезиса.
- Аналогичная петля получается и на диаграмме *J-H*
- Если максимальные значения *Н* таковы, что намагниченность достигает насыщения,

Рис.15 ПОЛУЧАЕТСЯ ТАК **называемая максимальная** • Если при амплитудных значениях *Н* насыщение не достигается, получается петля, называемая частным циклом.

• Частных циклов бесконечное множество, все они лежат внутри максимальной петли гистерезиса.

- Гистерезис приводит к тому, что намагничение ферромагнетика не является однозначной функцией *H*.
- Оно в сильной мере зависит от предыстории образца от того, в каких полях он побывал прежде.
- В связи с неоднозначностью зависимости *B* от *H* понятие магнитной проницаемости применяется лишь к основной кривой намагничения.
- Магнитная проницаемость ферромагнетиков µ (а следовательно, и магнитная восприимчивость) является функцией напряженности поля.



- На рисунке 16*а* изображена основная кривая намагничения.
- Проведем из начала координат прямую линию, проходящую через произвольную точку кривой.
- Тангенс угла наклона этой прямой пропорционален отношению *В/Н*, то есть магнитной проницаемости *µ* для соответствующего значения напряженности поля.
- При увеличении *H* от нуля угол наклона, а значит и µ, сначала растет.
- •В точке 2 он достигает максимума, а затем 78



- На нижнем рисунке 16*6* дан график зависимости *µ* от *H*.
- Из рисунка видно, что максимальное значение проницаемости достигается несколько
 - раньше, чем насыщение.
- При неограниченном возрастании *Н* проницаемость асимптотически приближается к единице.
- Это следует из того, что в J в выражении $\mu = 1 + J/H$ не может превысить значения $J_{_{\rm Hac}}$.
- Величины *B*_r (или *J*_r), *H*_с и *µ*_{max} являются основными характеристиками ферромагнетика.

- Если коэрцитивная сила *H*_с велика, ферромагнетик называется жестким.
- •Для него характерна широкая петля гистерезиса.
- Ферромагнетик с малой *H*_с и соответственно узкой петлей гистерезиса называется мягким.
- •В зависимости от назначения берутся ферромагнетики с той или иной характеристикой.
- Для постоянных магнитов используются жесткие ферромагнетики.
- •Для сердечников трансформаторов мягкие.

Материал	Состав	$\mu_{ ext{max}}$	$B_{ m c}, { m T}$ л	$H_{ m c}, { m A}/{ m M}$
Железо Супермаллой	99,9% Fe 79% Ni, 5% Mo, 16% Fe	5 000 800 000		80 0,3
Алнико	10% Al, 19% Ni, 18% Co, 53% Fe		0,9	52000

- Из опытов по изучению магнитомеханических явлений следует, что ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являются собственные (спиновые) магнитные моменты электронов.
- При определенных условиях могут возникать силы, которые заставляют магнитные моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу.
- В результате возникают области спонтанного намагничения, которые называют доменами.
- •В пределах каждого домена ферромагнетик намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом.



- Направления этих моментов для разных доменов различны, так что в отсутствии внешнего поля суммарный момент всего тела равен нулю.
- •Домены имеют размеры порядка 1-10 мкм.
- •Действие поля на домены на разных стадиях процесса намагничения оказывается различным.
- Вначале, при слабых полях, наблюдается смещение границ доменов, в результате чего происходит увеличение тех доменов, моменты которых составляют с **H** меньший угол, за счет доменов, у которых угол между векторами **p**_m и **H** больше.
- •Домены 1 и 3 увеличиваются за счет доменов 2 и 4.3

- С увеличением напряженности поля этот процесс идет все дальше и дальше, пока домены с меньшими углами не поглотят целиком энергетически менее выгодные домены.
- •На следующей стадии имеет место поворот магнитных доменов в направлении поля.
- При этом моменты электронов в пределах домена поворачиваются одновременно, без нарушения строгой параллельности друг другу.
- Эти процессы являются необратимыми, что и служит причиной гистерезиса.

- Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура Т_с, при которой области спонтанного намагничения распадаются и вещество утрачивает свойство ферромагнетика.
- Эта температура называется точкой Кюри.
- •Для железа она равна 768°С, а для Никеля 365 °С.
- При температуре выше точки Кюри ферромагнетик становится обычным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого подчиняется закону Кюри-Вейсса

$$\chi_{\rm M} = \frac{C}{T - T_C} \tag{7.53}$$

- При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри в нем снова возникают домены.
- В некоторых случаях обменные силы приводят к возникновению так называемых антиферромагнетиков (хром, марганец и др.).
- В антиферромагнетиках собственные магнитные моменты электронов самопроизвольно ориентированы антипараллельно друг другу.
- Такая ориентация охватывает попарно соседние атомы.
- В результате антиферромагнетики обладают крайне малой магнитной восприимчивостью и ведут себя как очень слабые парамагнетики.

- Для антиферромагнетиков также существует T_N, при которой антипараллельная ориентация спинов исчезает.
- Эта температура называется антиферромагнитной точкой Кюри или точкой Нееля.
- •У некоторых антиферромагнетиков, например у меди, таких температур две, (верхняя и нижняя точки Нееля).
- Антиферромагнитные свойства наблюдаются только при промежуточных значениях температуры.
- Выше верхней точки вещество ведет себя как парамагнетик.
- При температурах ниже нижней точки Нееля вещество становится ферромагнетиком.