

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

К нелинейным электрическим цепям относятся цепи, содержащие один или более нелинейных элементов.

Нелинейные элементы – резистивные, индуктивные и емкостные, имеют нелинейные вольтамперные, вебер-амперные и вольт-кулонные характеристики. Параметры нелинейных элементов, в отличие от линейных, *зависят* от величин протекающих по ним токов, значений и полярности приложенных к ним напряжений.

В нелинейных электрических цепях не выполняется принцип наложения, поэтому неприменимы методы, рассмотренные ранее.

Нелинейные резисторы принято делить на две большие группы: *неуправляемые* и *управляемые*.

В управляемых НР есть вспомогательная (управляющая) цепь, воздействуя на ток или напряжение которой можно изменять вольтамперную характеристику основной цепи. ВАХ неуправляемых НР изображается одной кривой, а управляемых – совокупностью (семейством) кривых.

К группе *неуправляемых* НР относятся лампы накаливания, бареттеры, стабилитроны, газотроны и др.

К группе *управляемых* НР относятся многоэлектродные электронные лампы, биполярные и полевые транзисторы, тиристоры и др.

ВОЛЬТАМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕЗИСТОРОВ

На рис. 3.1 изображены некоторые типичные вольтамперные характеристики неуправляемых резисторов.

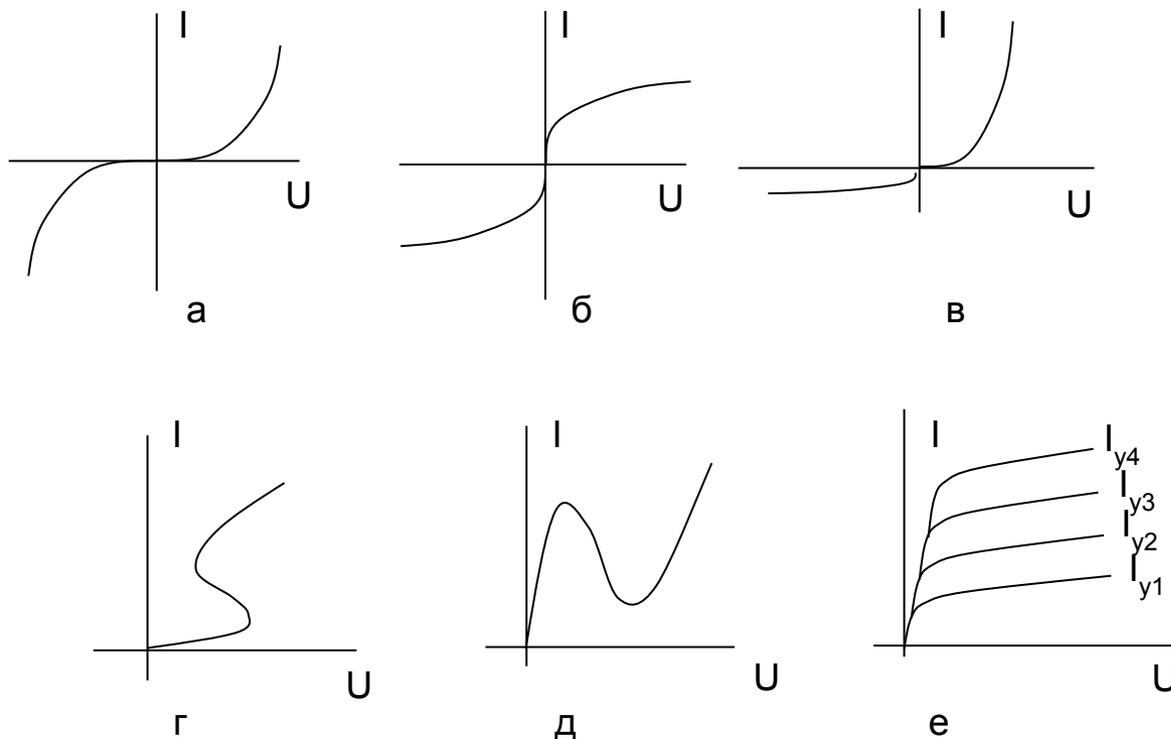


Рис. 3.1. Вольтамперные характеристики
нелинейных резисторов

Характеристики, для которых справедливо соотношение $I(U) = -I(-U)$ (рис. 3.1 а, б), называются *симметричными*, ВАХ НР на рис. 3.1.в – д *несимметричны*.

Характеристики НР, приведенные на рис. 3.1 а – в *монотонные*, поскольку при увеличении приложенного к ним напряжения ток монотонно возрастает, т.е. первая производная тока постоянна по знаку. В отличие от них ВАХ НР, приведенные на рис. 3.1 г, д имеют участки *отрицательного сопротивления*, на которых первая производная тока меняет знак. Такие вольтамперные характеристики являются неоднозначными: заданному значению напряжения (рис. 3.1, г) или тока (рис. 3.1, д) могут соответствовать три значения тока (напряжения). На рис. 3.1, е приведено *семейство характеристик* управляемого НР (семейство выходных характеристик биполярного транзистора).

РАСЧЕТ НЕЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ НР

До начала расчета нелинейных цепей должны быть известны ВАХ НР, входящих в схему.

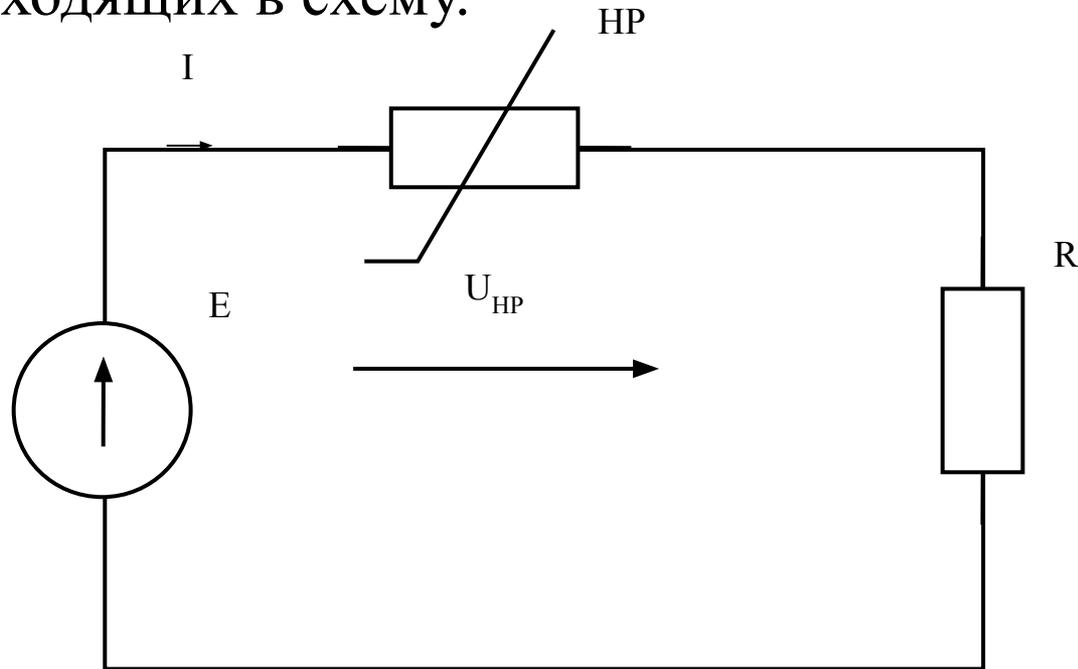


Рис. 3.2.

При расчете цепи по первому способу результирующая ВАХ пассивной части схемы строится исходя из того, что при последовательном соединении через HP и R проходит один и тот же ток. Для построения результирующей ВАХ зададимся произвольным током – точкой m , проведем через нее (рис. 3.3а) горизонталь и сложим отрезок mp , равный напряжению на R , с отрезком mq , равным напряжению на HP : $mp + mq = mq$.

Тогда точка q принадлежит результирующей ВАХ всей схемы. Аналогично строятся и другие точки результирующей ВАХ. Определение тока в цепи при заданной ЭДС E производят графически по результирующей ВАХ. С этой целью следует заданное значение ЭДС E отложить по оси абсцисс и через полученную точку провести вертикаль до пересечения с результирующей ВАХ в точке q . Ордината точки q равна искомому току.

При расчете цепи по второму способу результирующую ВАХ пассивной части схемы строить не нужно. Выделим две ветви в цепи:

- одну с нелинейным сопротивлением;
- вторую с ЭДС и линейным сопротивлением.

Общим параметром для обеих ветвей является напряжение U_{HP} . Перестроим ВАХ относительно этого напряжения. Поскольку уравнение $U_{HP} = E - IR$ в координатах I и U_{HP} представляет собой уравнение прямой, проходящей через точки с координатами $I = E/R$; $U = U_{HP} = 0$; и $I = 0$; $U_{HP} = U = E$, проведем ее на рис.3.3б. Точка пересечения прямой с ВАХ HP определяет режим работы цепи. Для этой точки ток, проходящий через HP и R, одинаков, поэтому сумма падений напряжений $U_{HP} + U_R = E$. При другом значении ЭДС, например, E_1 прямую $I = f(U_R)$ следует переместить параллельно себе так, чтобы она исходила из точки $I = 0$, $U = E_1$ (правая прямая на рис. 3.3б).

Этот способ расчета называется иногда *«методом отраженных (или зеркальных) характеристик»*.

Рассмотрим применение метода отраженных характеристик для расчета цепи (рис. 3.4) с двумя различными НР, вольтамперные характеристики которых изображены на рис. 3.5а. Так как НР₂ имеет нелинейную ВАХ, то вместо прямой $I_R = f(U_R)$, как это было на рис. 3.3а теперь имеем нелинейную зависимость $I_{НР2} = f(U_{НР2})$.

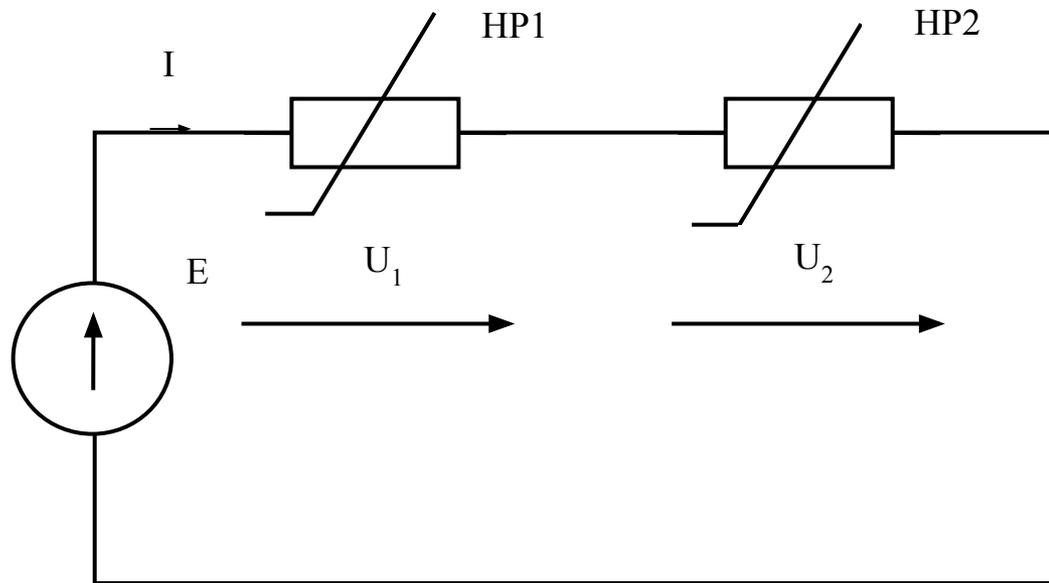


Рис. 3.4

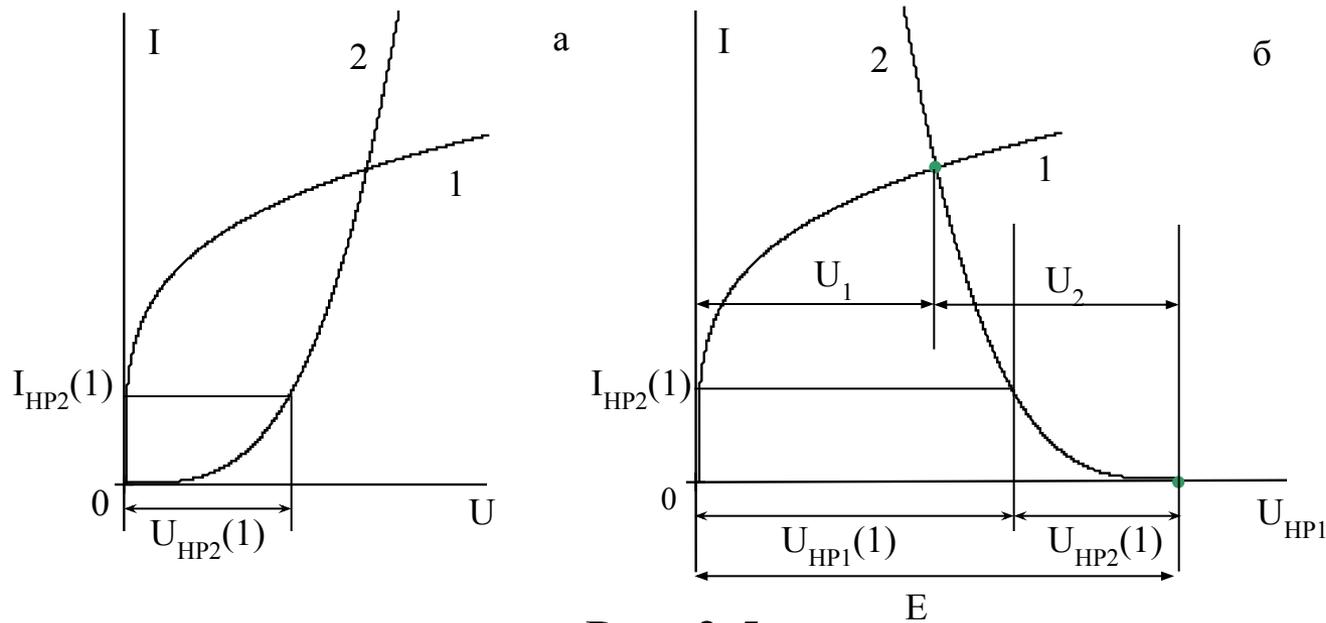


Рис. 3.5.

ВАХ HP_2 строится по уравнению $U_{HP1} = E - U_{HP2}$. Для этого зададимся некоторым напряжением в точке а $U_{HP1}(1)$. Напряжение $U_{HP2}(1)$ будет равно $E - U_{HP1}(1)$. Этому напряжению по ВАХ на рис. 3.5а соответствует ток $I_{HP2}(1)$. Откладывая $I_{HP2}(1)$ и $U_{HP1}(1)$ на рис. 3.5б получаем одну точку характеристики $I_{HP2} = f(U_{HP1})$.

Построение этой точки изображено на рис 3.5. Задаваясь другими значениями U_{HP1} строим всю характеристику $I_{HP2} = f(U_{HP1})$.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ НР

Схема параллельного соединения двух НР изображена на рис. 3.6, их ВАХ – на рис. 3.7.

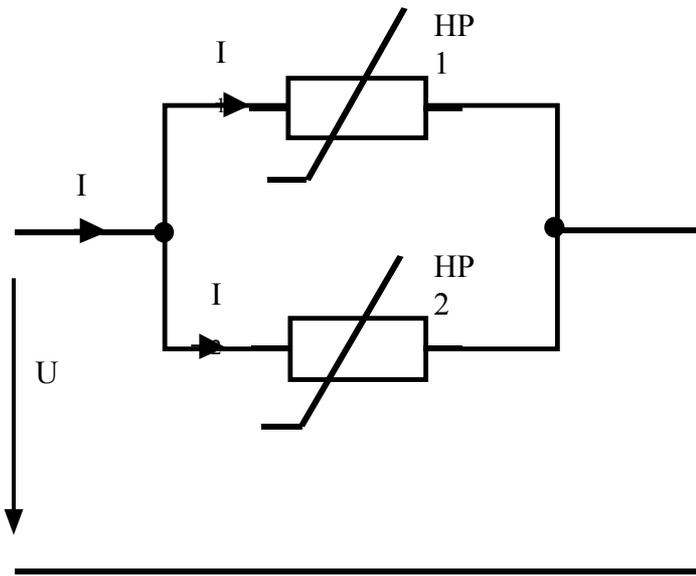


Рис. 3.6.

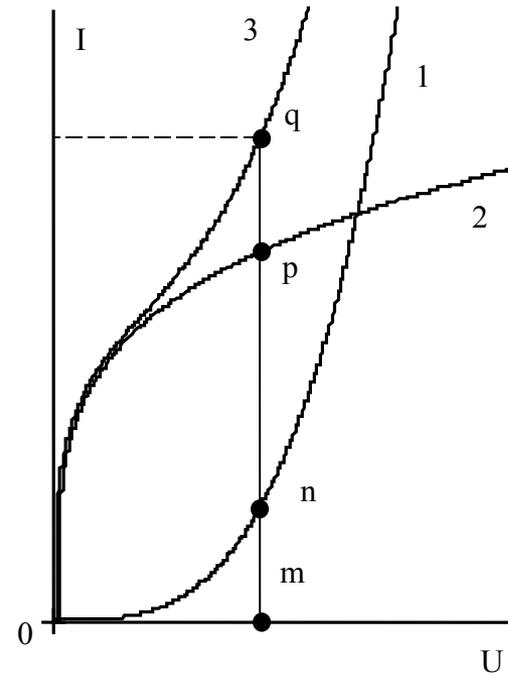


Рис. 3.7.

Кривая 3 рис. 3.7 представляет собой ВАХ параллельного соединения. Строится она следующим образом. Задаемся произвольно напряжением U , равным отрезку Om . Проводим через точку t вертикаль. Складываем отрезок tn , равный току в HP_1 , с отрезком tr , равным току в HP_2 : $tn + tr = tq$.

Отрезок tq равен току в неразветвленной части цепи при напряжении Om . Аналогично определяют и другие точки результирующей ВАХ параллельного соединения.

МЕТОД ДВУХ УЗЛОВ

Решение нелинейных уравнений, описывающих нелинейные цепи с двумя узлами, проводят графически. Сначала задаются направлением токов в параллельных ветвях. Затем перестраивают ВАХ ветвей относительно общего напряжения между узлами U_{ab} .

Построенные кривые складывают графически согласно первому закону Кирхгофа для выбранных направлений (при одном и том же напряжении складывают токи ВАХ). Если токи в ветвях направлены в одну сторону относительно узла схемы, то решение определяется точкой пересечения кривой $\Sigma I = 0$ с осью напряжения. Через эту точку параллельно оси тока проводят прямую линию, при пересечении которой с каждой ВАХ ветвей получают соответствующие значения токов.

Пример П.3.1. Определить токи в ветвях схемы на рис. 3.10 при заданных ЭДС и ВАХ нелинейных элементов.

Решение. Зададимся направлением токов и запишем первый закон Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0. \quad (3.1)$$

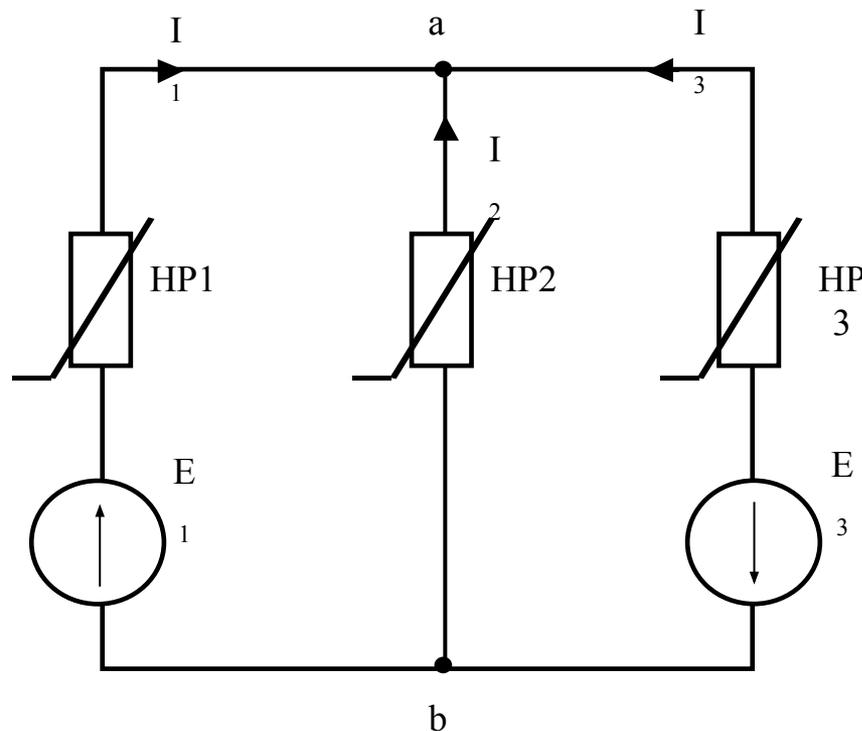


Рис.
3.10.

Запишем выражения для напряжения между узлами U_{ab} для каждой из параллельных ветвей:

$$\begin{aligned}U_{ab} &= E_1 - U_{HP1}; \\U_{ab} &= -U_{HP2}; \\U_{ab} &= -E_3 - U_{HP3}.\end{aligned}\tag{3.2}$$

Построим ВАХ по уравнениям (3.2) и сложим их (пунктирная кривая на рис. 3.11) в соответствии с уравнением (3.1). Через точку пересечения результирующей кривой с осью абсцисс проведем прямую AA' . При пересечении прямой AA' с ВАХ ветвей получим токи I_1 , I_2 и I_3 . Токи I_2 и I_3 имеют направление, противоположное выбранному.

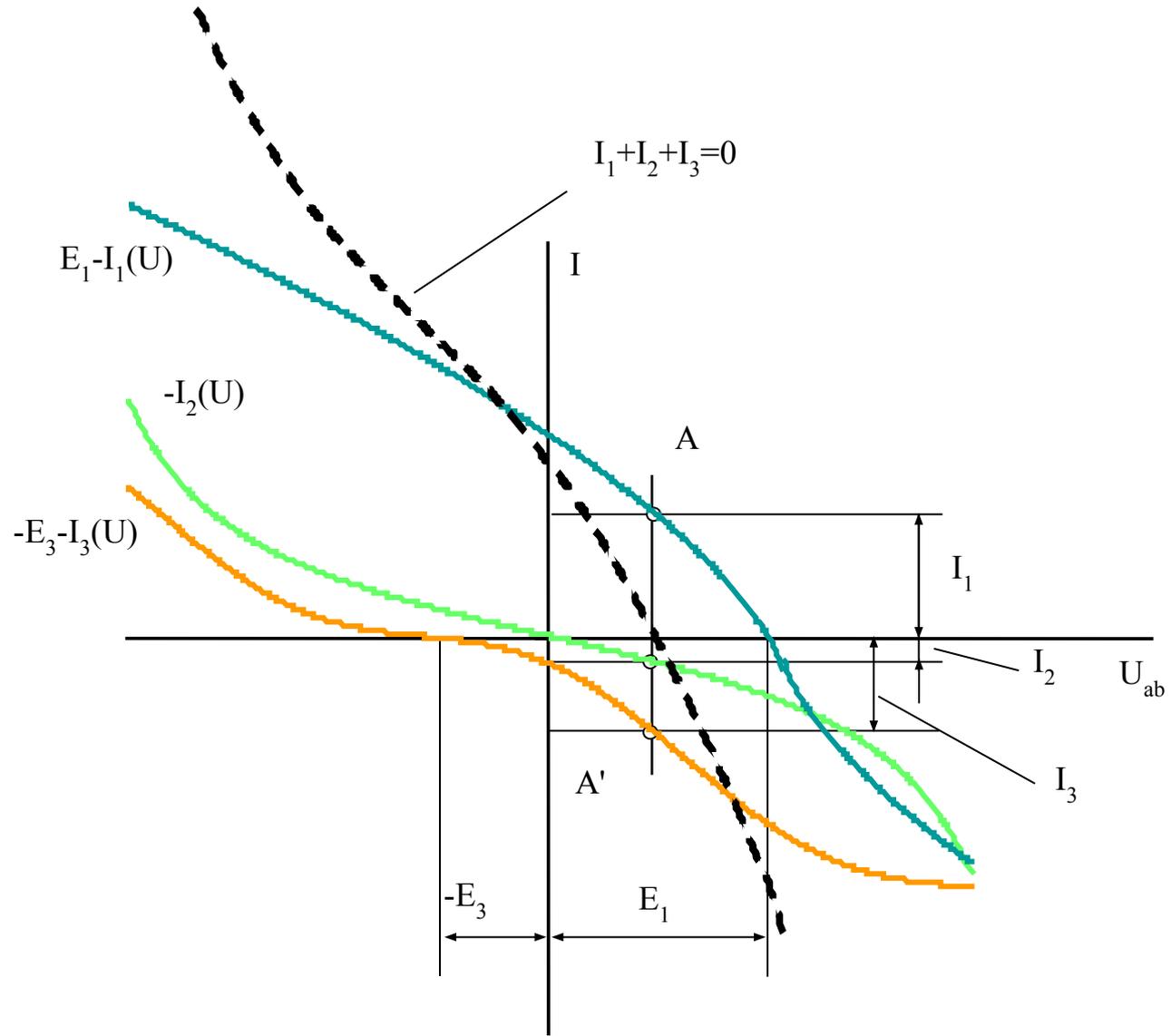


Рис. 3.11.

ЭКВИВАЛЕНТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СХЕМ С ДВУМЯ УЗЛАМИ

Положим, что имеется схема, содержащая несколько параллельных ветвей с НР и источниками ЭДС (рис. 3.14). Определим ЭДС и ВАХ эквивалентного нелинейного резистора НРэ участка схемы (рис. 3.15), эквивалентного исходной схеме рис. 3.14.

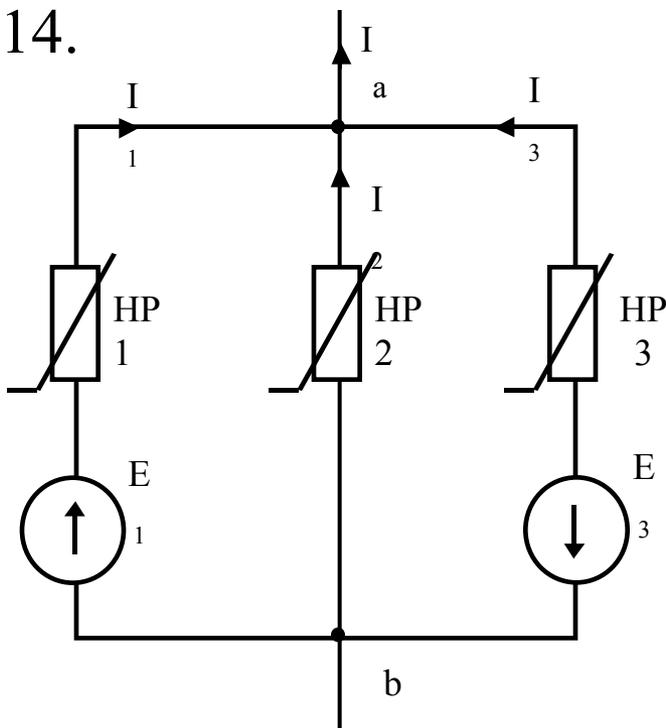


Рис. 3.14.

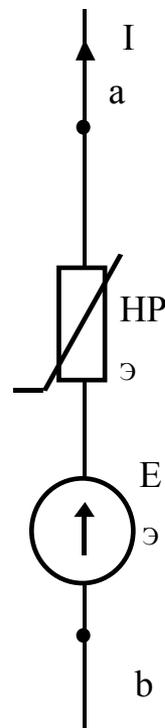


Рис. 3.15.

Эквивалентность будет иметь место в том случае, если ток I в ветви на рис. 3.15 при любых значениях напряжения U_{ab} будет равен току I в неразветвленной части цепи исходной схемы (рис. 3.14).

Воспользуемся построениями на рис. 3.11. Пунктирная кривая на этом рисунке представляет собой зависимость $I_1 + I_2 + I_3 = f(U_{ab})$, т. е. является результирующей ВАХ трех параллельных ветвей. Такую же ВАХ должна иметь эквивалентная ветвь (рис. 3.15). Если ток I в схеме (рис. 3.15) равен нулю, то $U_{ab} = E_{\mathcal{E}}$. Следовательно, $E_{\mathcal{E}}$ на рис. 3.15 определяется напряжением U_{ab} , при котором эта кривая пересекает ось абсцисс. Для определения ВАХ $HP_{\mathcal{E}}$ необходимо пунктирную кривую (рис. 3.11) зеркально отобразить относительно вертикали, проведенной через точку пересечения ее с осью абсцисс.

Построенная ВАХ $HP_{\text{Э}}$ изображена на рис. 3.16.

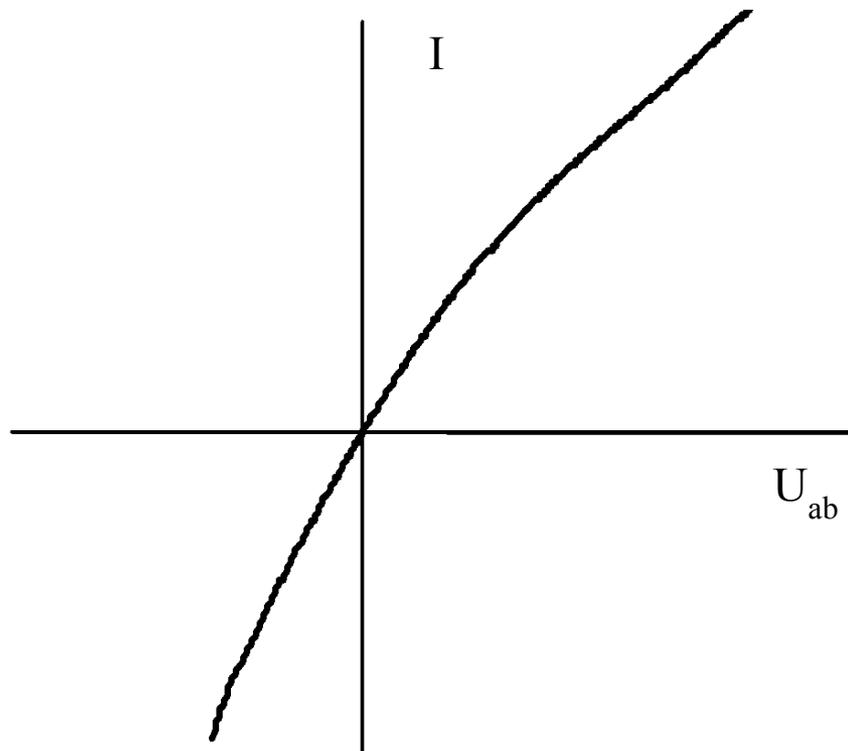


Рис. 3.16.

МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

Если в сложной электрической цепи есть одна ветвь с НР, то определить ток в ней можно методом эквивалентного генератора.

Выделим в схеме ветвь с НР, представив всю остальную линейную схему активным двухполюсником (рис. 3.17, а).

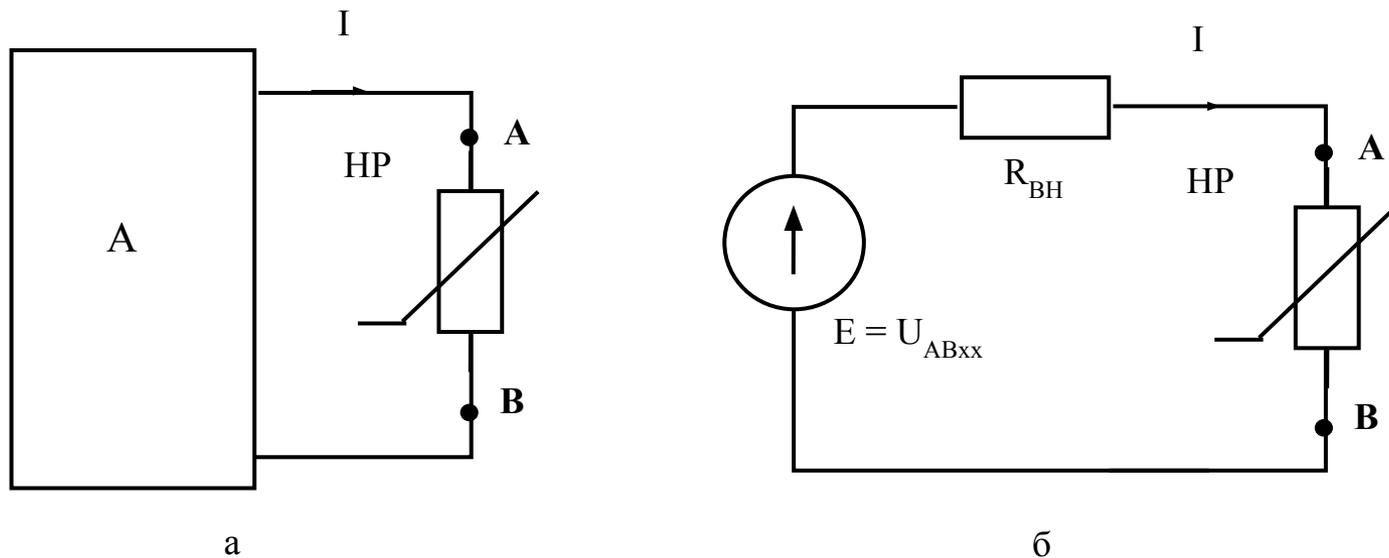


Рис. 3.17.

Как известно, схема замещения линейного активного двухполюсника по отношению к зажимам **A** и **B** выделенной ветви представляет собой последовательное соединение источника ЭДС, величина которой равна напряжению на зажимах **AB** при разомкнутой ветви **AB** ($U_{AB_{xx}}$), внутреннего сопротивления $R_{вн}$, равного входному сопротивлению линейного двухполюсника, и сопротивления ветви **AB** (рис. 3.17, б).

Определение тока в полученной схеме (рис. 3.17, б) может быть проведено графическим методом.

СТАТИЧЕСКОЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Свойства нелинейного резистора могут быть охарактеризованы либо его вольтамперной характеристикой, либо зависимостями его статического и дифференциального сопротивлений от тока (напряжения).

Статическое сопротивление $R_{ст}$ характеризует поведение НР в режиме неизменяющегося тока. Оно равно отношению величине напряжения на НР к величине протекающего по нему тока:

$$R_{ст} = U/I. \quad (3.5)$$

Сопротивление $R_{ст}$ численно равно тангенсу угла α между осью ординат и прямой, проходящей через рабочую точку РТ (рис. 3.18), умноженному на отношение масштабов по осям m_U/m_I .

Для различных точек ВАХ статическое сопротивление различно.

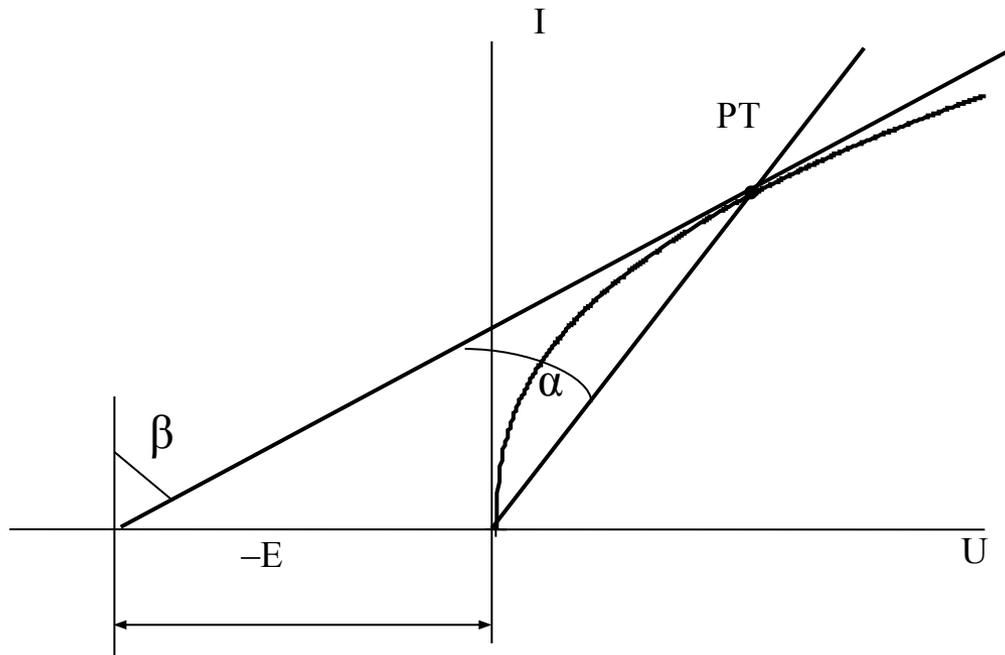


Рис. 3.18.

Под *дифференциальным (динамическим)* сопротивлением $R_{\text{диф}}$ принято понимать отношение бесконечно малого приращения напряжения dU на НР к соответствующему приращению тока dI :

$$R_{\text{диф}} = dU/dI. \quad (3.6)$$

Дифференциальное сопротивление численно равно тангенсу угла β (рис. 3.18) наклона **касательной** к ВАХ в рабочей точке, умноженному на отношение масштабов m_U/m_I . Оно характеризует поведение НР при достаточно малых отклонениях от предшествующего режима, т.е. приращение напряжения на НР связано с приращением тока, проходящего через него, соотношением $dU = R_{\text{диф}} * dI$.

Таким образом, $R_{\text{ст}}$ – это сопротивление НР для постоянного тока, а $R_{\text{диф}}$ – для изменяющегося в небольших пределах переменного напряжения.

Если ВАХ НР имеет падающий участок, т.е. участок, на котором увеличению напряжения на ΔU соответствует уменьшение тока (см., например, ВАХ на рис. 3.1, г, д), то дифференциальное сопротивление на этом участке отрицательно.

Из двух сопротивлений ($R_{ст}$ и $R_{диф}$) чаще используется дифференциальное сопротивление. Его используют, например, при замене НР эквивалентным линейным сопротивлением и источником энергии, а также при исследовании устойчивости режимов работы нелинейных цепей.

ЭКВИВАЛЕНТНАЯ ЗАМЕНА НЕЛИНЕЙНОГО РЕЗИСТОРА ЛИНЕЙНЫМ И ИСТОЧНИКОМ ЭНЕРГИИ

Нелинейный резистор, вольтамперная характеристика которого в рабочем диапазоне напряжений и токов с достаточной для практики степенью точности может считаться линейной, может быть заменен последовательным соединением линейного сопротивления и идеального источника ЭДС. Сопротивление линейного элемента при этом должно равняться дифференциальному сопротивлению нелинейного элемента в рабочей точке его ВАХ (рис. 3.19). Замена НР линейным сопротивлением и источником ЭДС удобна тем, что после такой замены вся схема становится линейной и анализ ее работы может быть выполнен методами, используемыми в линейных электрических цепях. Однако при этом необходимо следить за тем, чтобы рабочая точка НР находилась в пределах линейного участка вольтамперной характеристики.

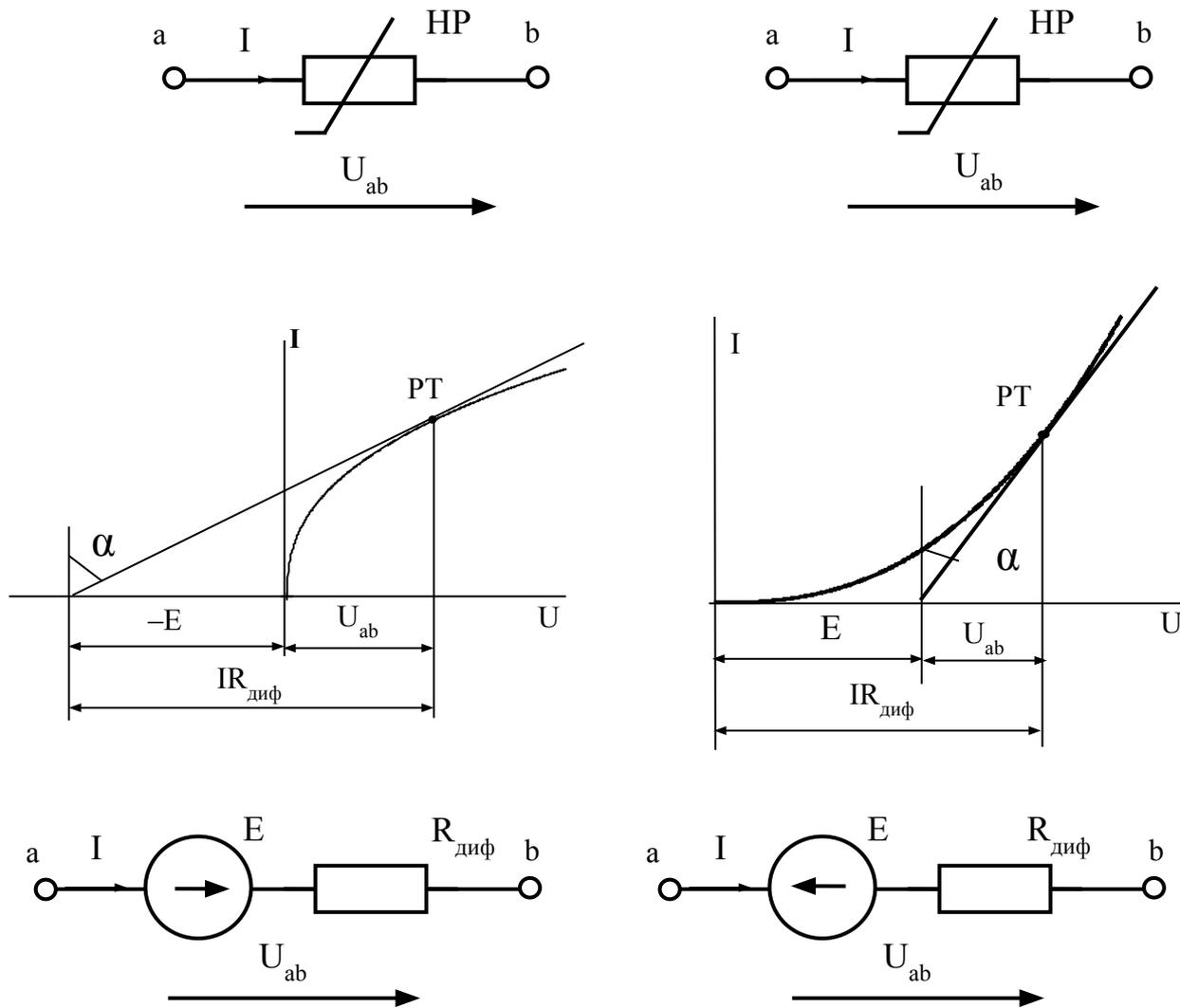


Рис. 3.19.

РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ СХЕМЫ С ДВУМЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В такой цепи линейную часть рассматривают как активный четырехполюсник, к входу и выходу которого присоединены нелинейные элементы (рис. 3.20, а). Активный четырехполюсник заменяют пассивным с двумя источниками ЭДС, включенными в ветви с нелинейными элементами (рис. 3.20, б). Значения и направления ЭДС равны значениям и направлениям напряжений на разомкнутых зажимах при одновременном размыкании ветвей с нелинейными элементами. При замене пассивного линейного четырехполюсника, например, T-образной схемой замещения, исходная схема сводится к нелинейной с двумя узлами (рис. 3.20, в), расчет которой производится графически.

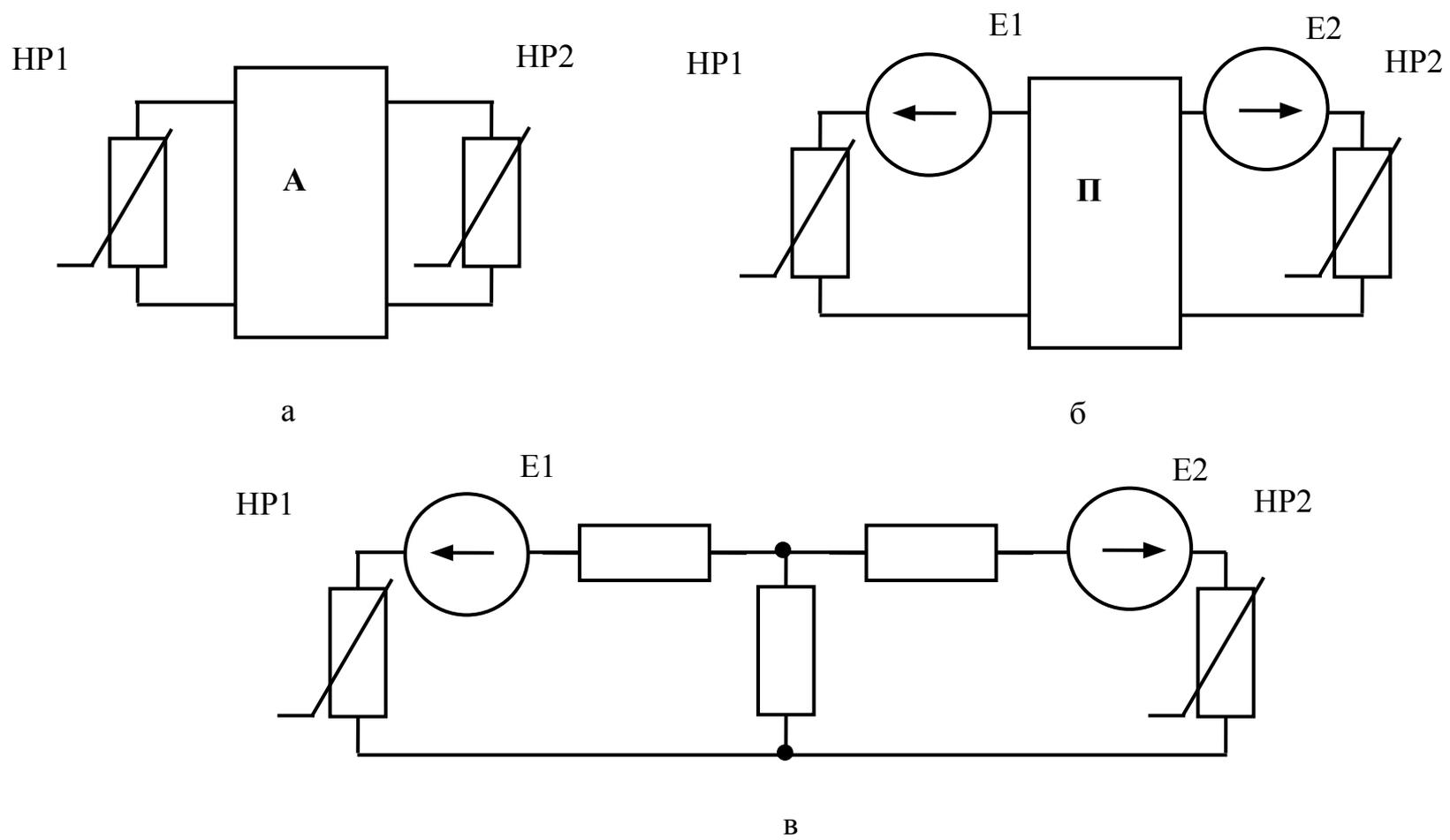


Рис. 3.20.