

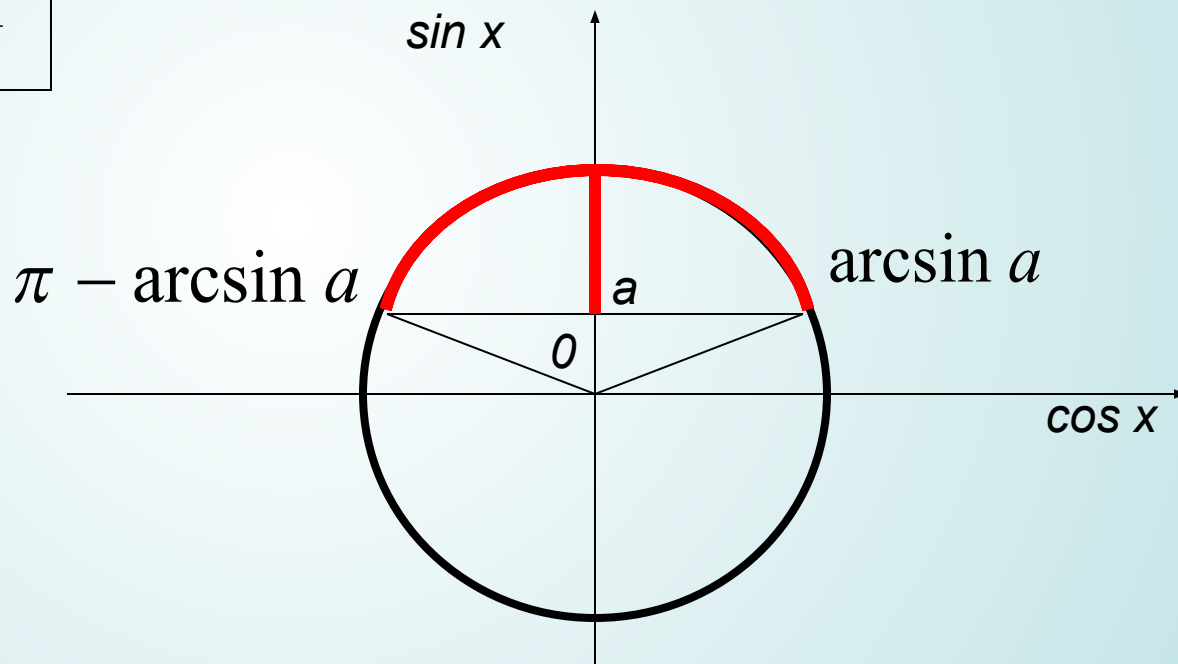
Решение простейших тригонометрических неравенств

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

Тригонометрическими неравенствами называются неравенства, содержащие переменную в аргументе тригонометрической функции.

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

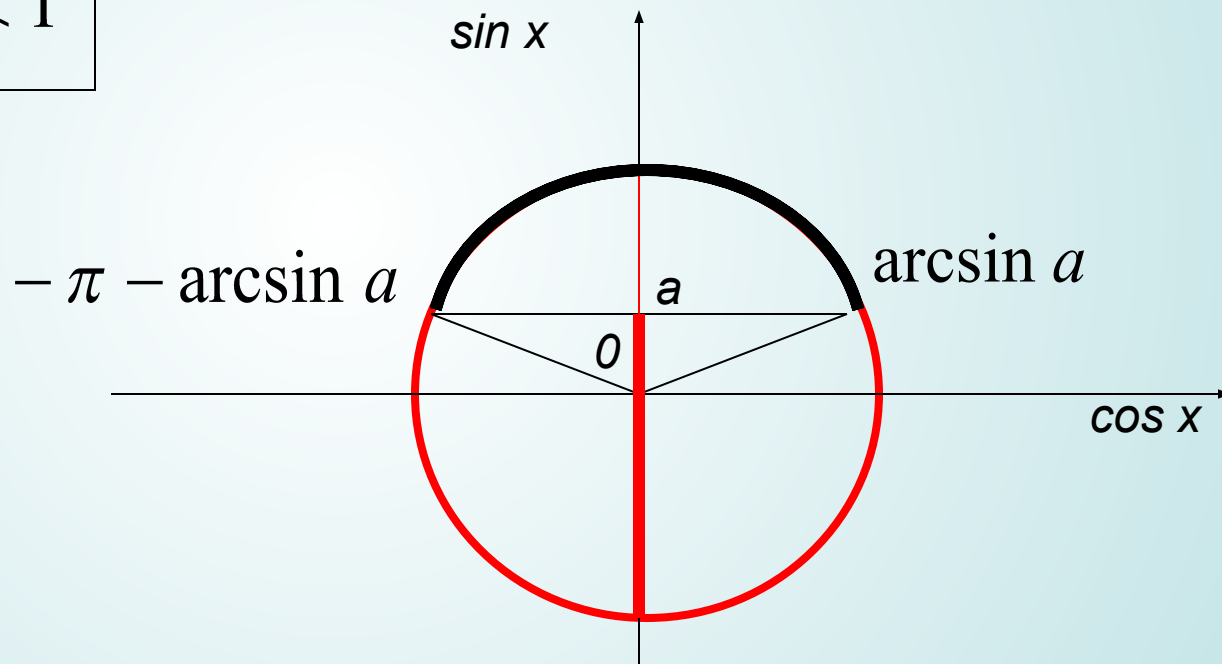
$$\sin x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in (\arcsin a + 2\pi k; \pi - \arcsin a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

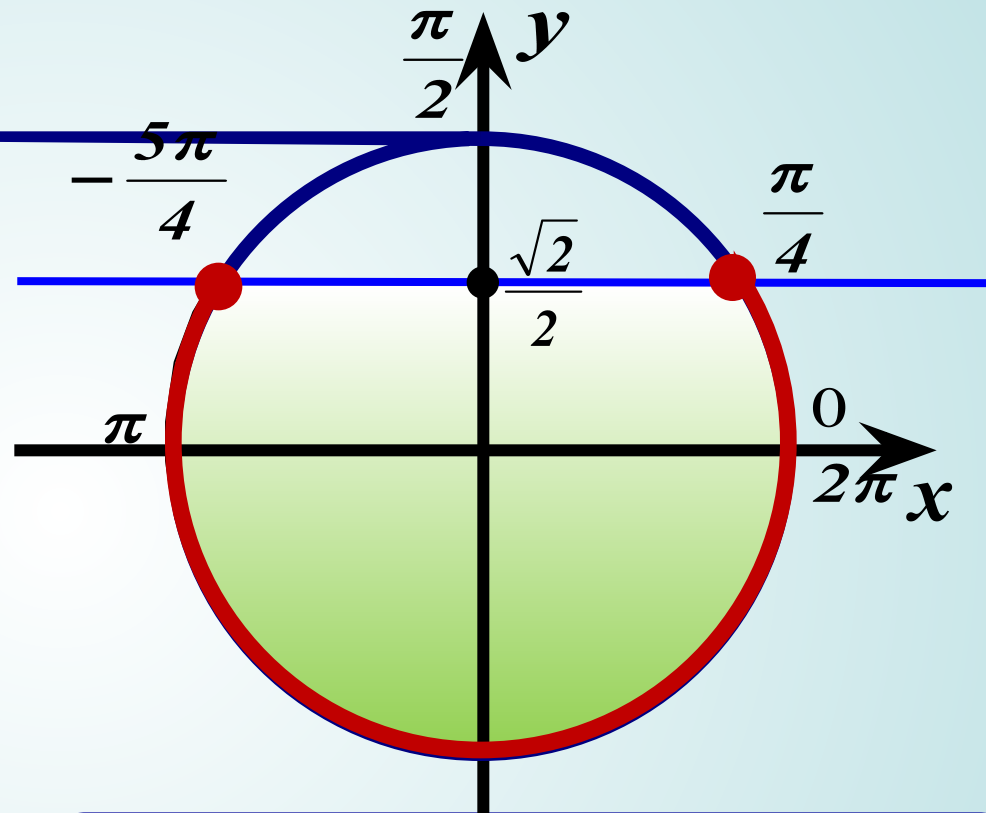
$$\sin x < a \quad |a| < 1$$



$$x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi k; \arcsin a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пример

$$\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$



1. На Oy отмечаем значение $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$ и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем нижнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

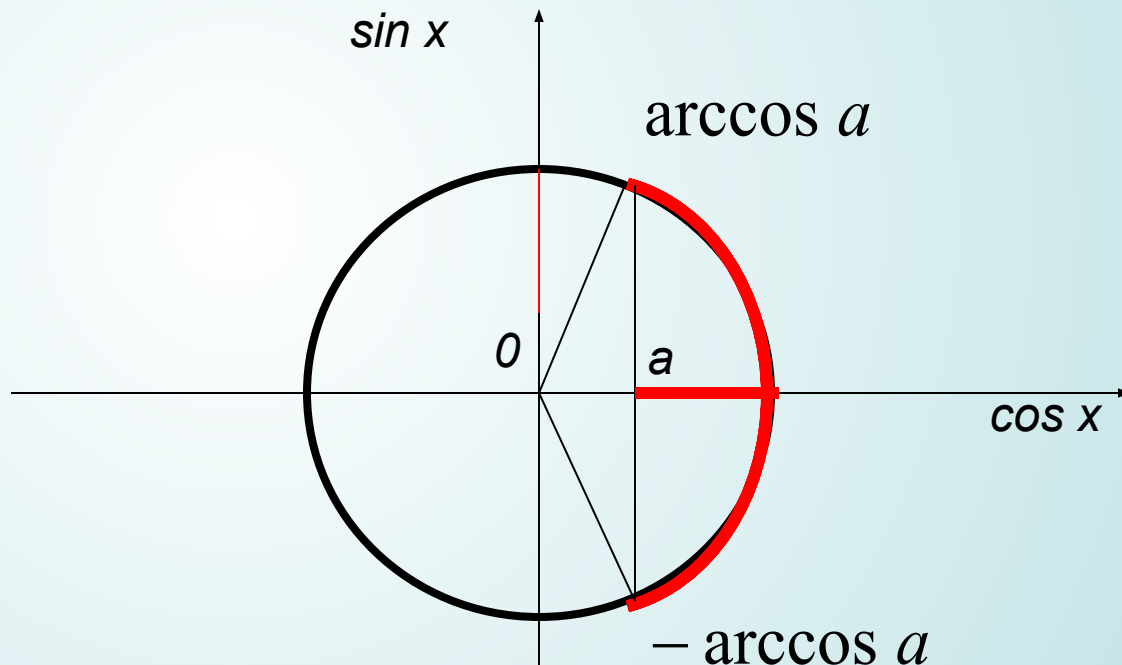
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{5\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

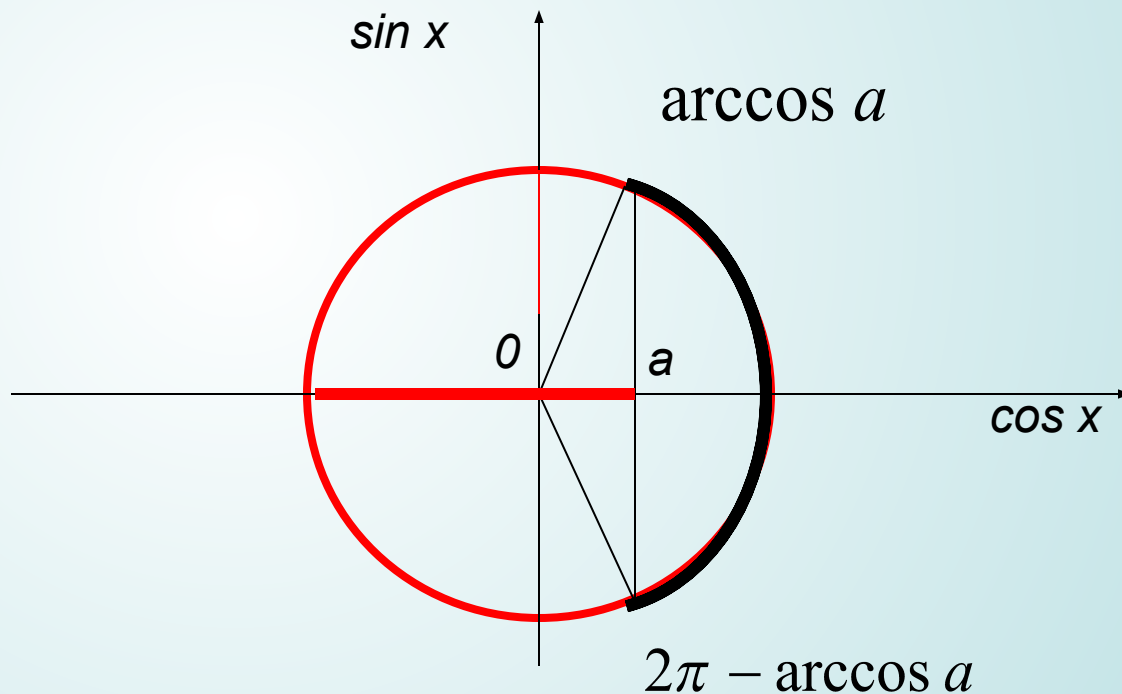
$$\cos x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in (-\arccos a + 2\pi k; \arccos a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

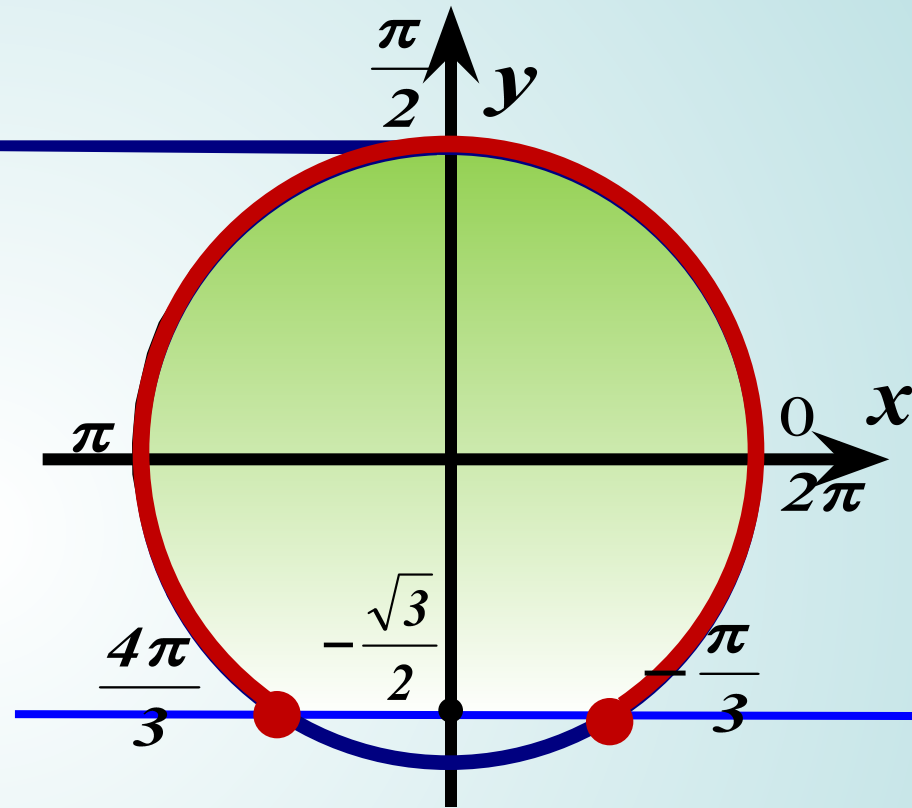
$$\cos x < a \quad |a| < 1$$



$$x \in (\arccos a + 2\pi k; 2\pi - \arccos a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пример

$$\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



1. На Оу отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0,8$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем верхнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

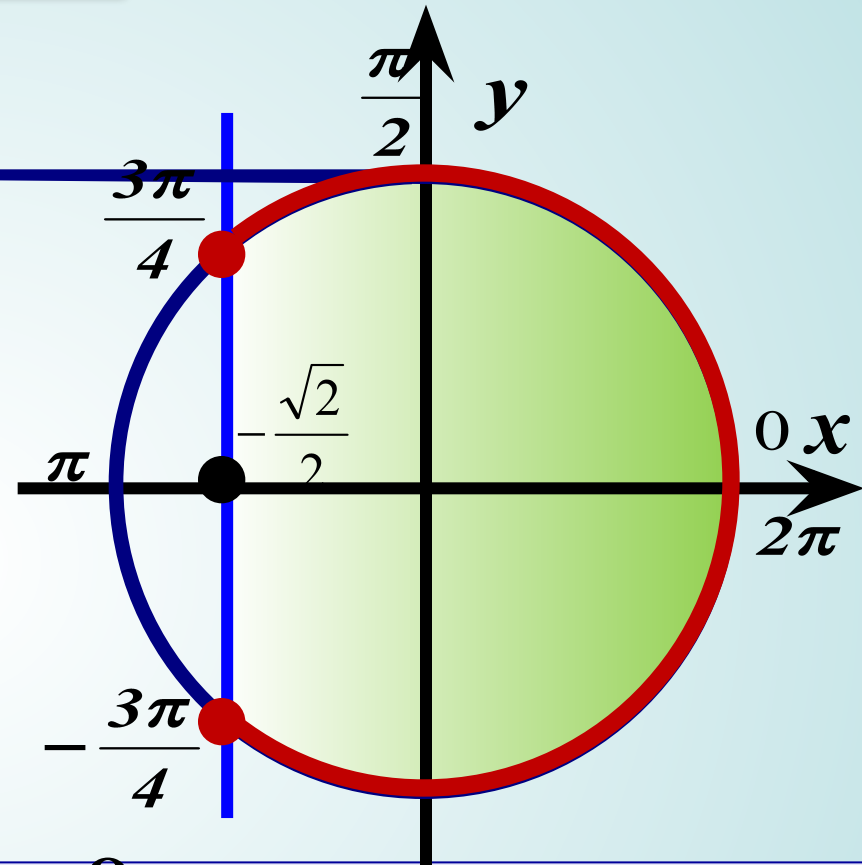
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

Пример

$$\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



1. На Ox отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0,7$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем правую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

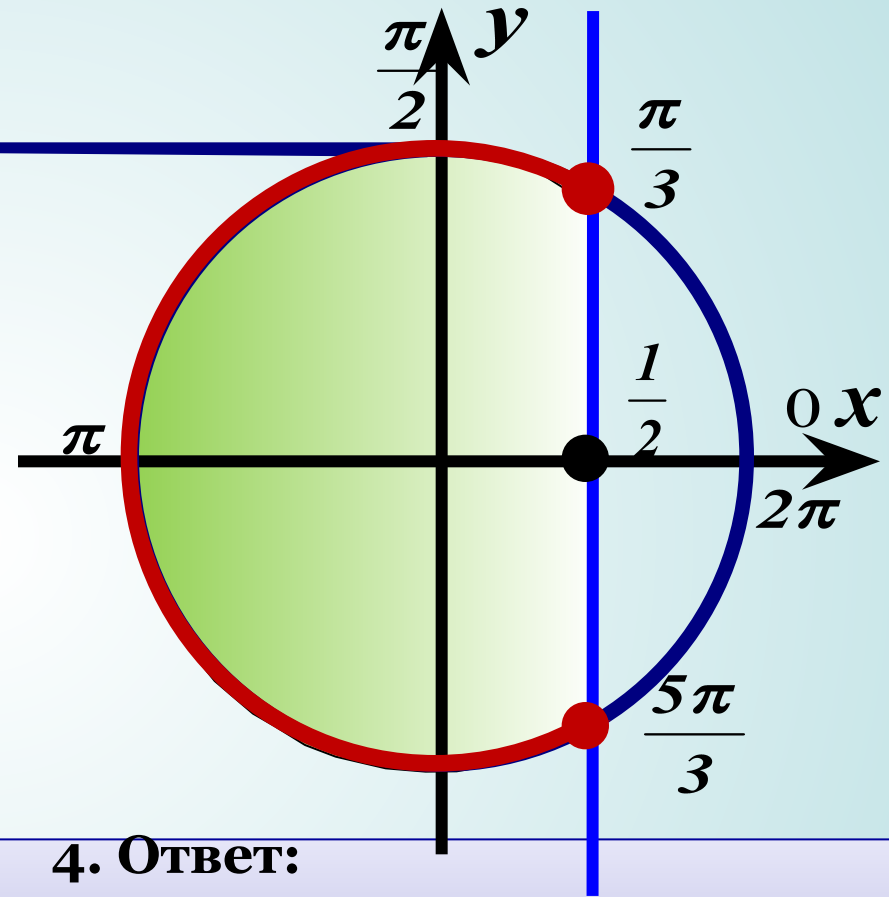
Пример

$$\cos x \leq \frac{1}{2}$$

1. На Ox отмечаем значение $\frac{1}{2}$ и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем левую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

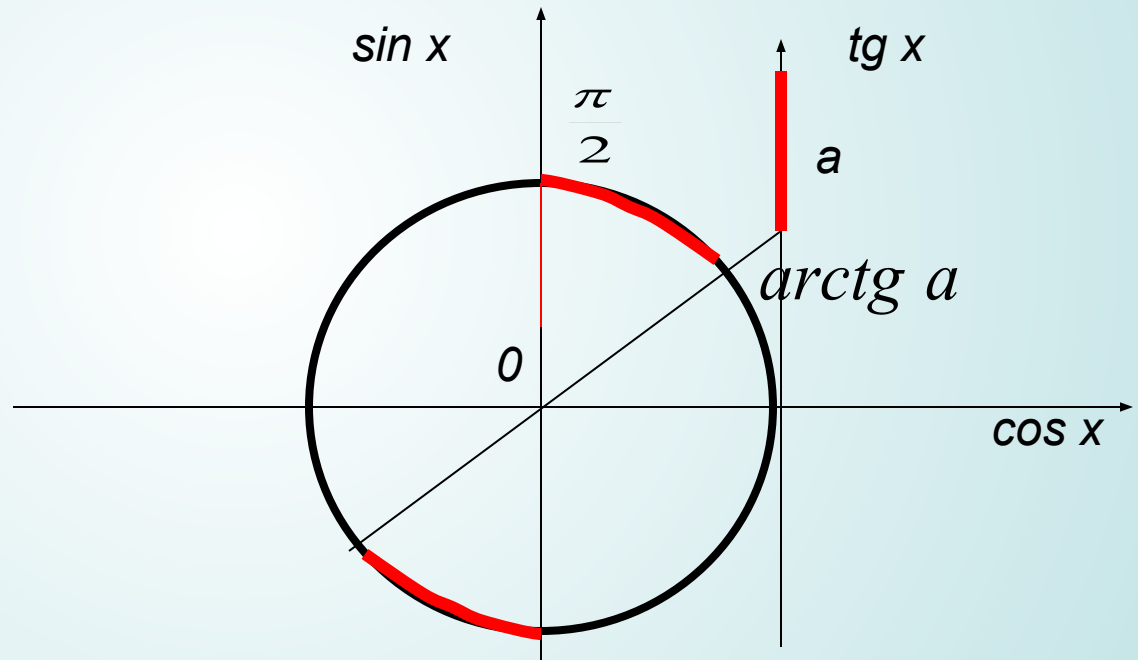


4. Ответ:

$$x \in \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k \right] \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

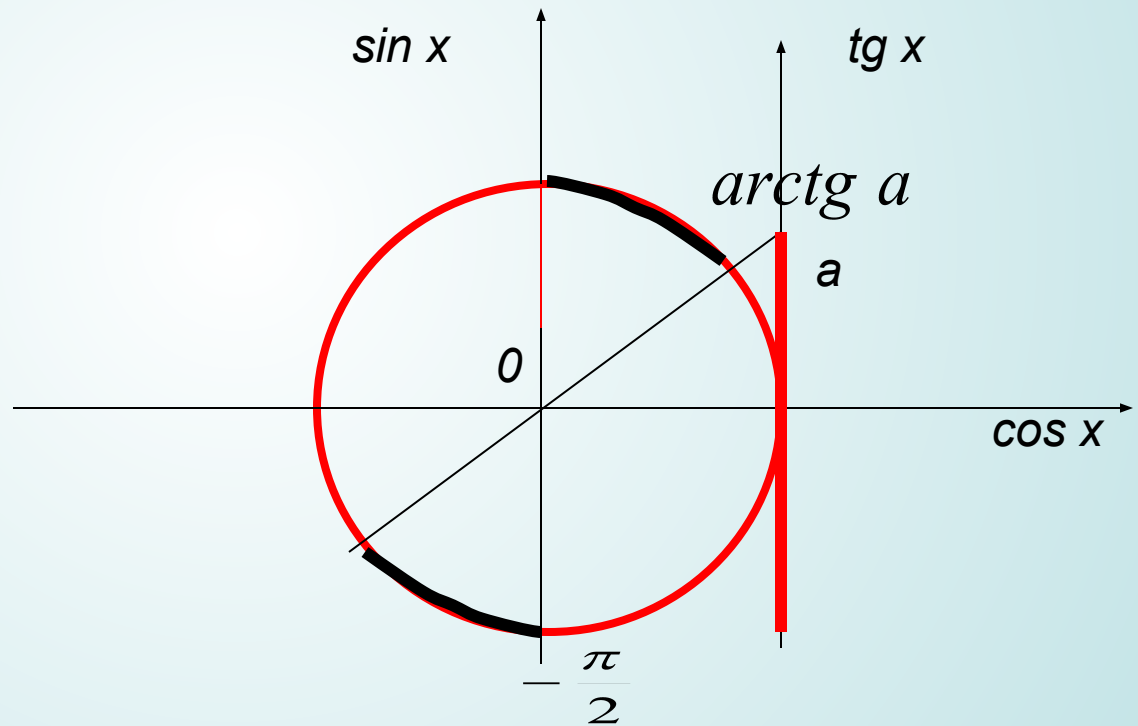
$$\operatorname{tg} x > a$$



$$x \in \left(\arctg a + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$\operatorname{tg} x < a$$



$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \operatorname{arctg} a + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Пример

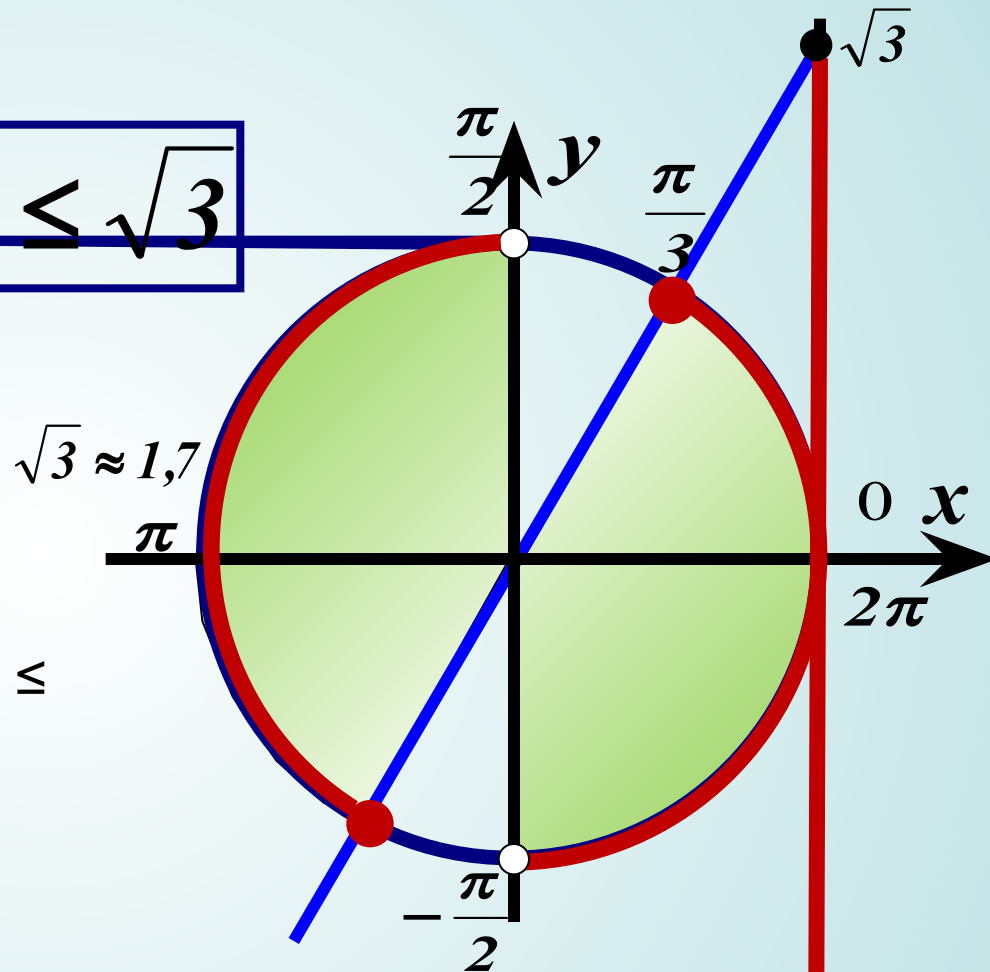
$$\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение

2. Выделяем нижнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком \leq

3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.



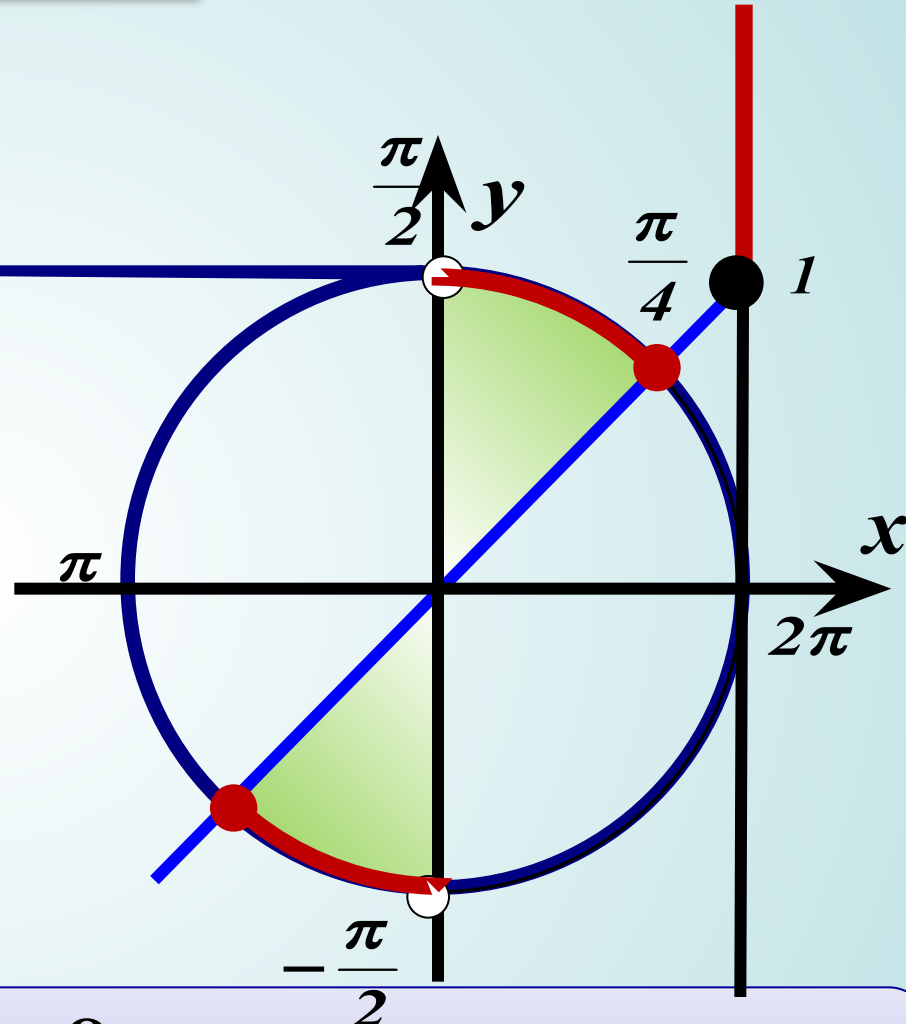
5. Ответ:

$$x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

Пример

$$\operatorname{tg} x \geq 1$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение 1
2. Выделяем верхнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком \geq
3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).
4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

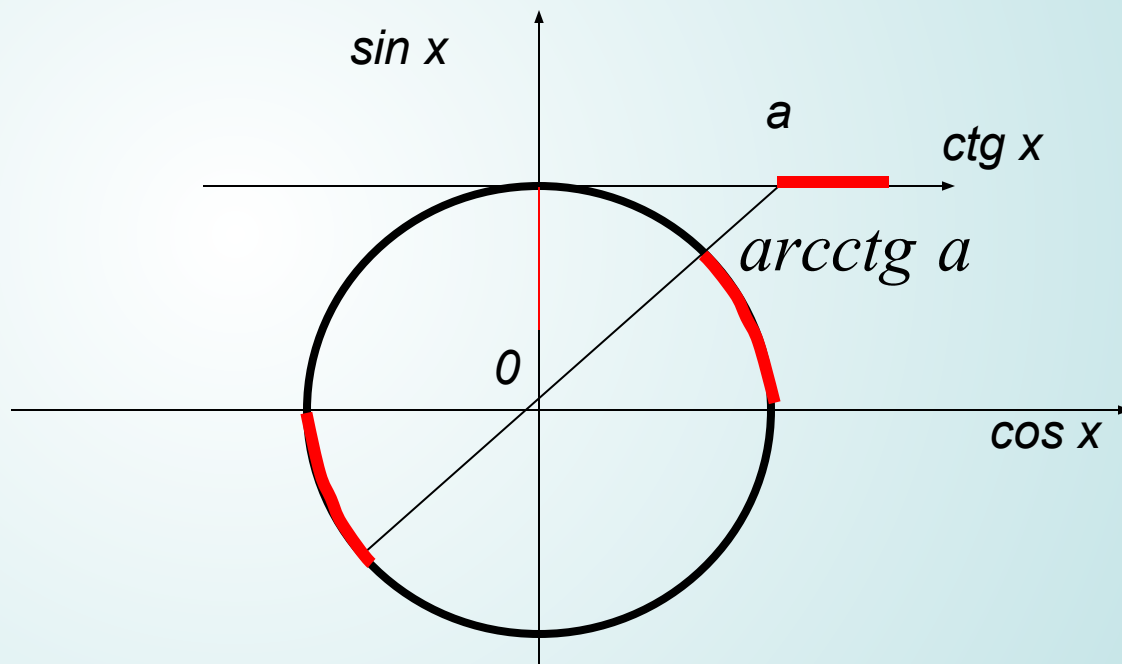


5. Ответ:

$$x \in \left[\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

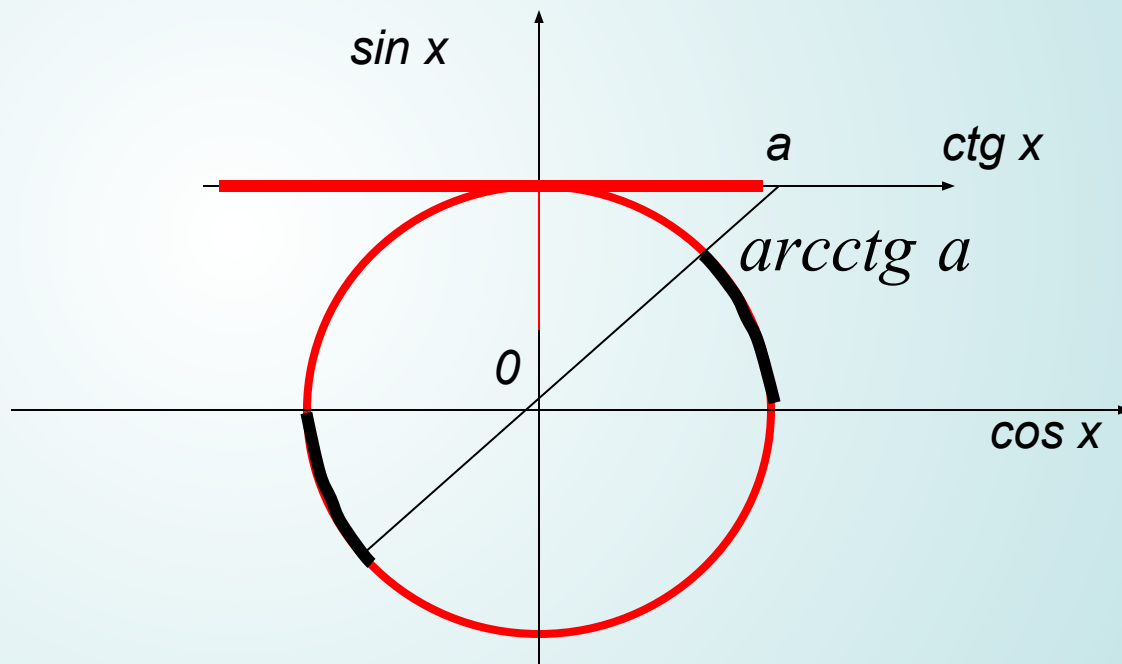
$$\operatorname{ctg} x > a$$



$$x \in (0 + \pi k; \operatorname{arcctg} a + \pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$\operatorname{ctg} x < a$$



$$x \in (\operatorname{arcctg} a + \pi k; \pi + \pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

Задачи для самостоятельного решения

Решите неравенства

$$1. \sin x \leq -\frac{1}{2}$$

$$2. \sin 3x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3. \cos 2x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4. \cos 2x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$5. \underline{\text{tg}} x \geq -1$$

$$6. \underline{\text{tg}} x \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$7. \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2}$$

$$8. \cos \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) < \frac{\sqrt{3}}{2}$$