

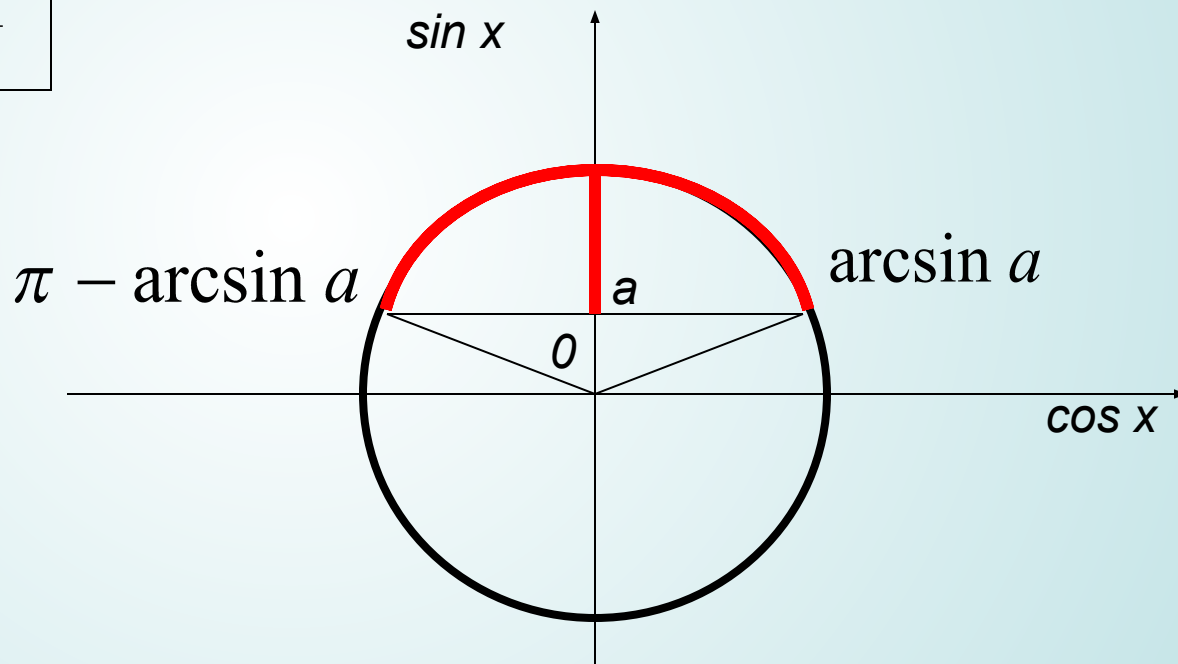
# Решение простейших тригонометрических неравенств

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

Тригонометрическими неравенствами называются неравенства, содержащие переменную в аргументе тригонометрической функции.

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

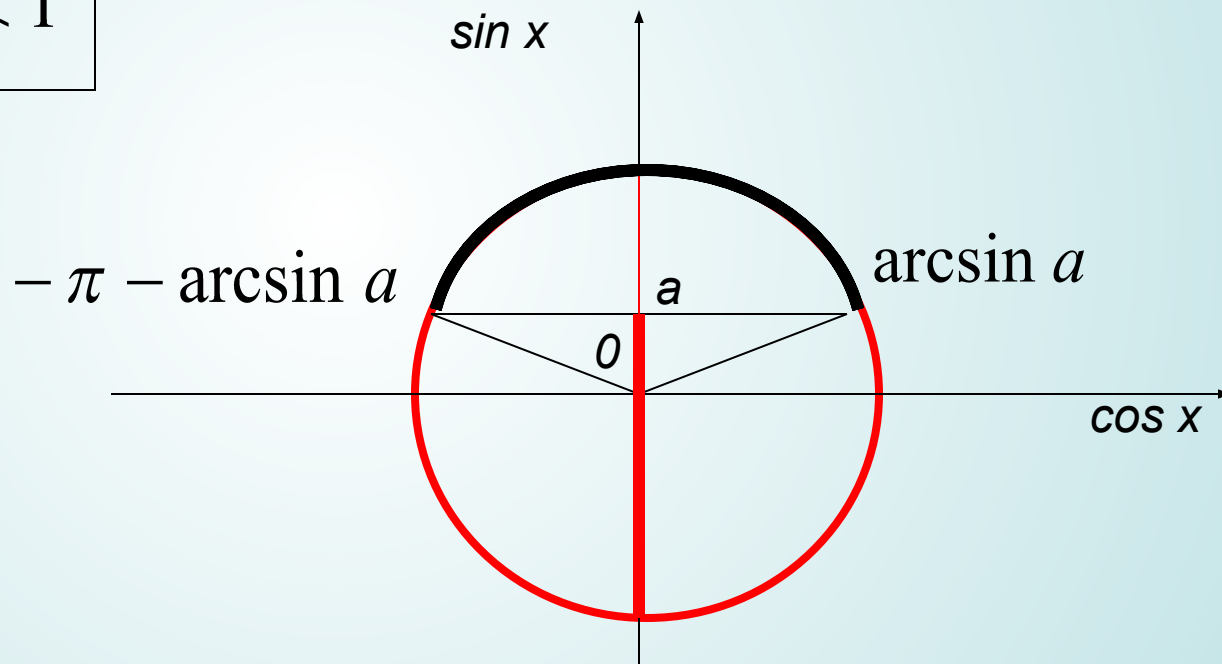
$$\sin x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in (\arcsin a + 2\pi k; \pi - \arcsin a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

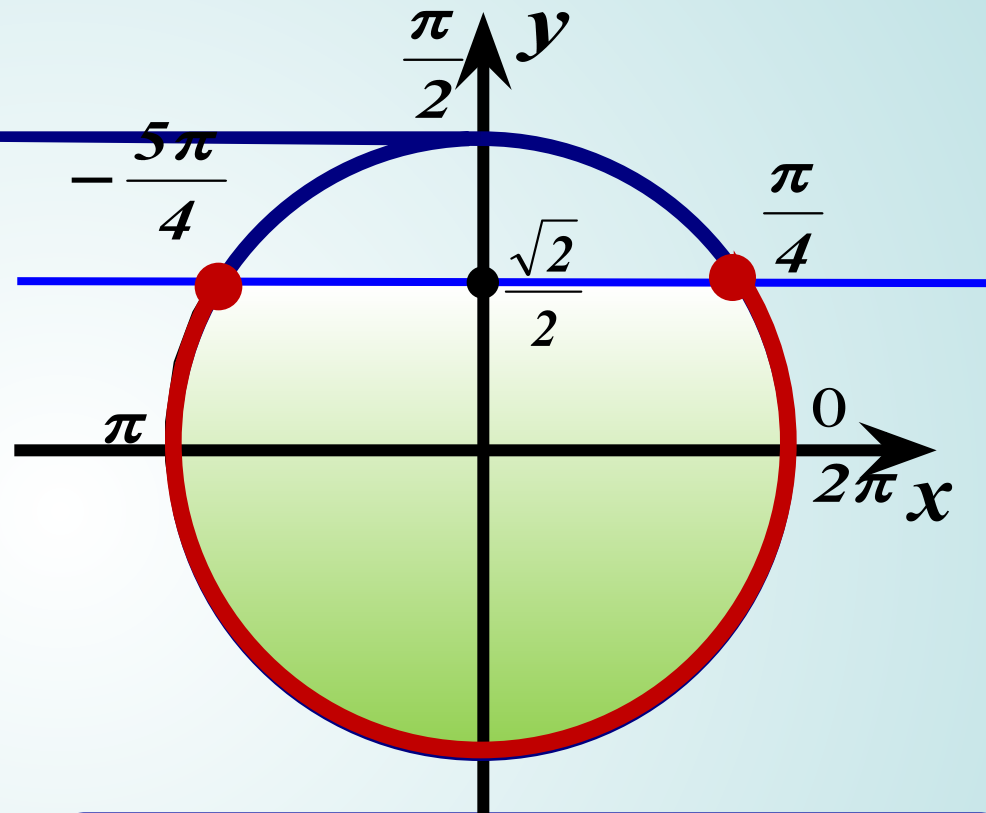
$$\sin x < a \quad |a| < 1$$



$$x \in (-\pi - \arcsin a + 2\pi k; \arcsin a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Пример

$$\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$$



1. На  $Oy$  отмечаем значение  $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$  и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем нижнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

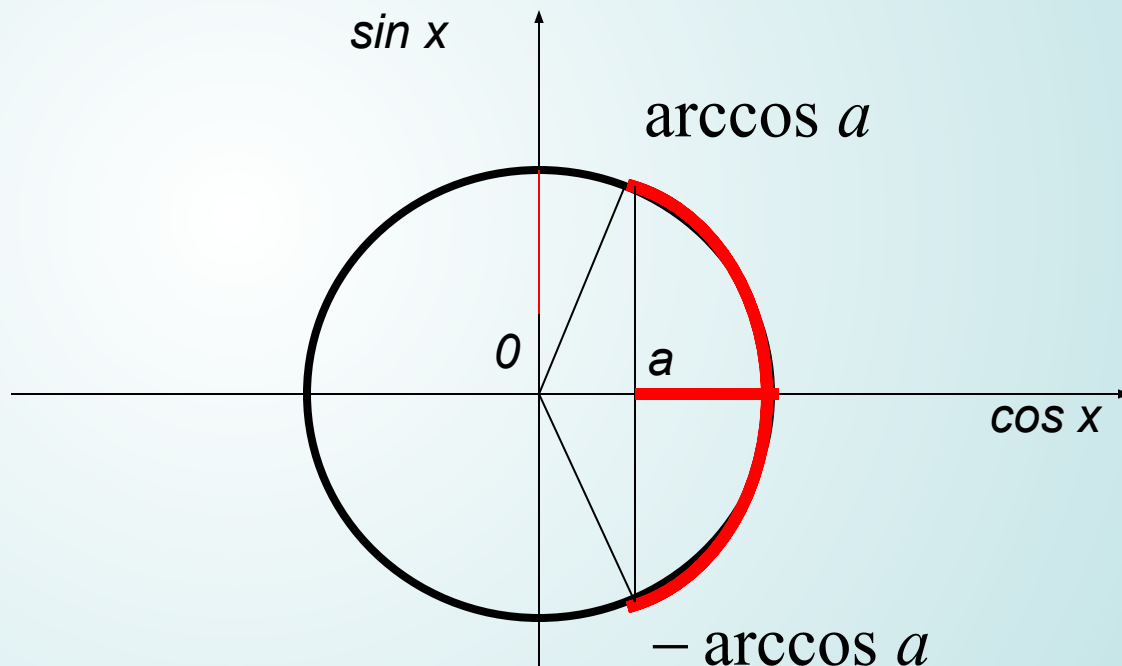
3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[ -\frac{5\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

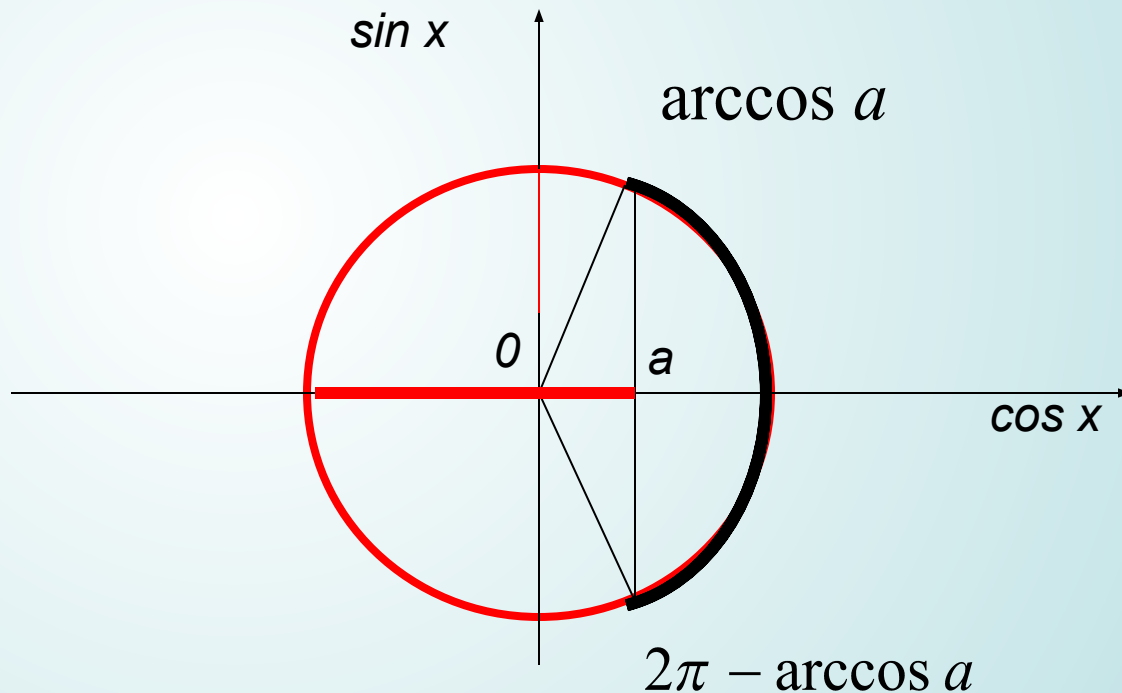
$$\cos x > a \quad |a| < 1$$



$$x \in (-\arccos a + 2\pi k; \arccos a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

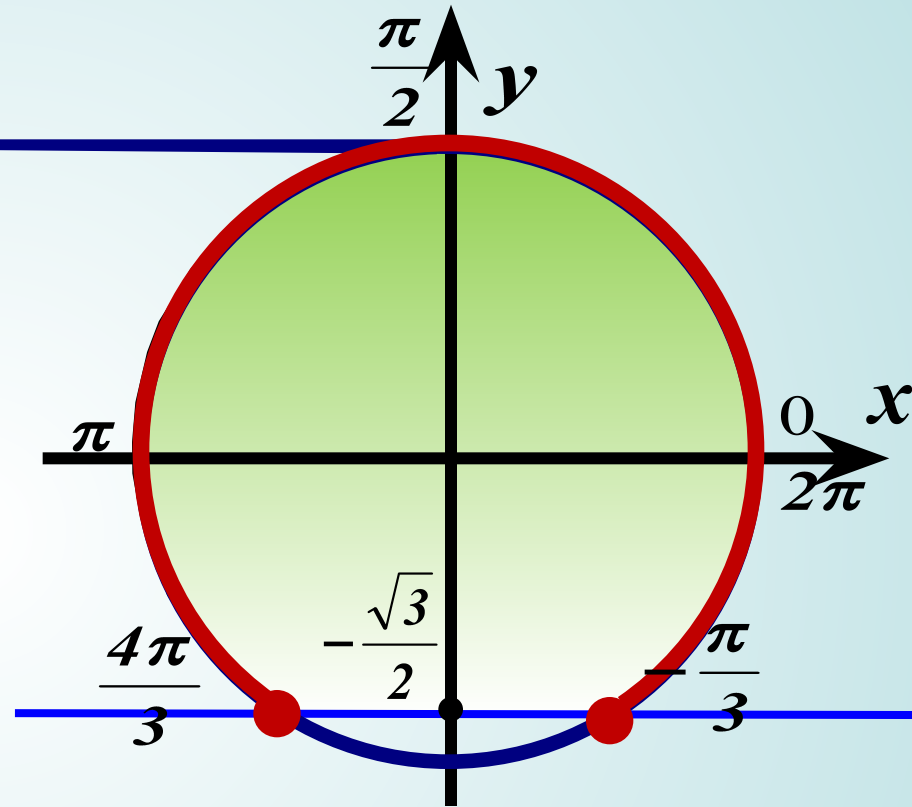
$$\cos x < a \quad |a| < 1$$



$$x \in (\arccos a + 2\pi k; 2\pi - \arccos a + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Пример

$$\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$



1. На Оу отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0,8$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем верхнюю часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

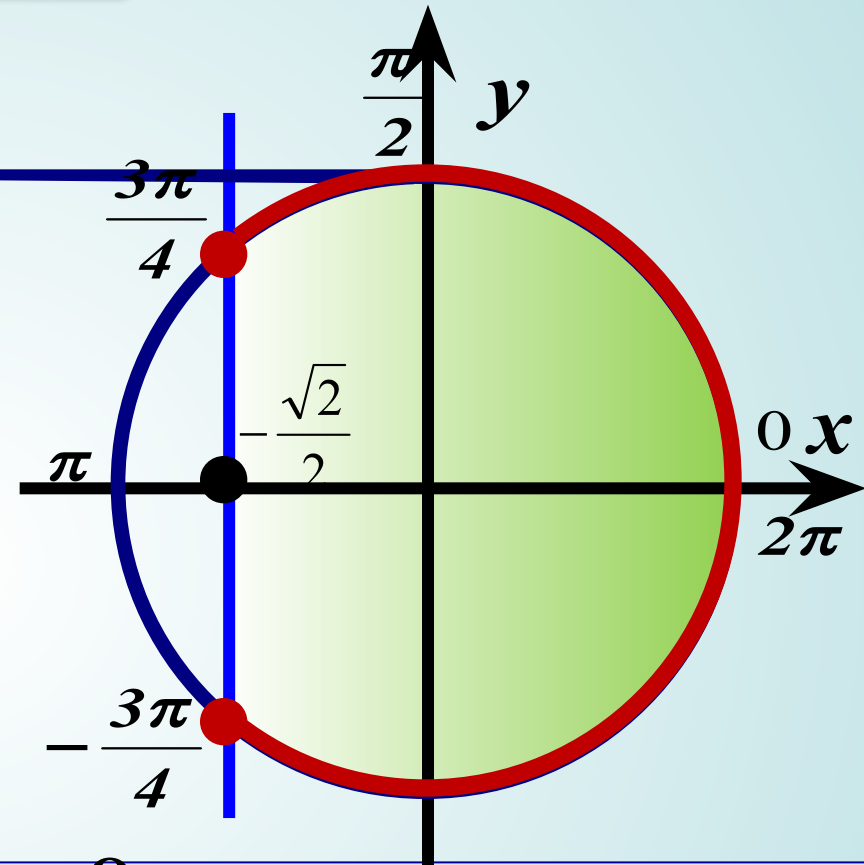
4. Ответ:

$$x \in \left[ -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$



## Пример

$$\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



1. На  $Ox$  отмечаем значение

$$-\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0,7$$

и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем правую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Ответ:

$$x \in \left[ -\frac{3\pi}{4} + 2\pi k; \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

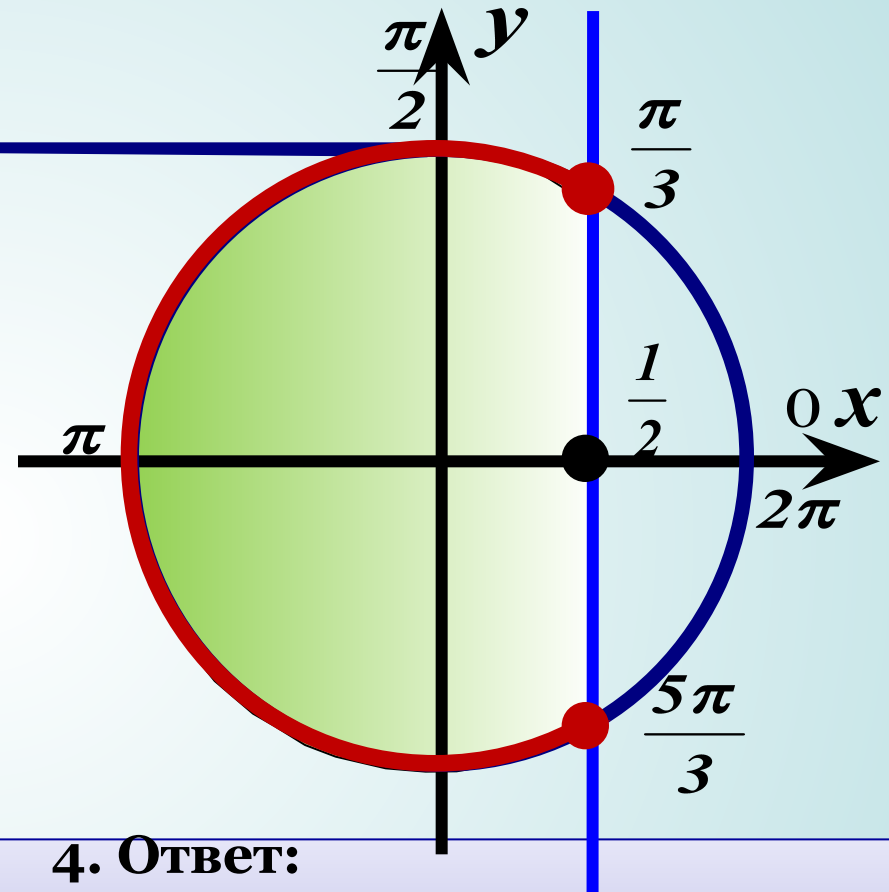
# Пример

$$\cos x \leq \frac{1}{2}$$

1. На  $Ox$  отмечаем значение  $\frac{1}{2}$  и соответствующие точки на окружности

2. Выделяем левую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

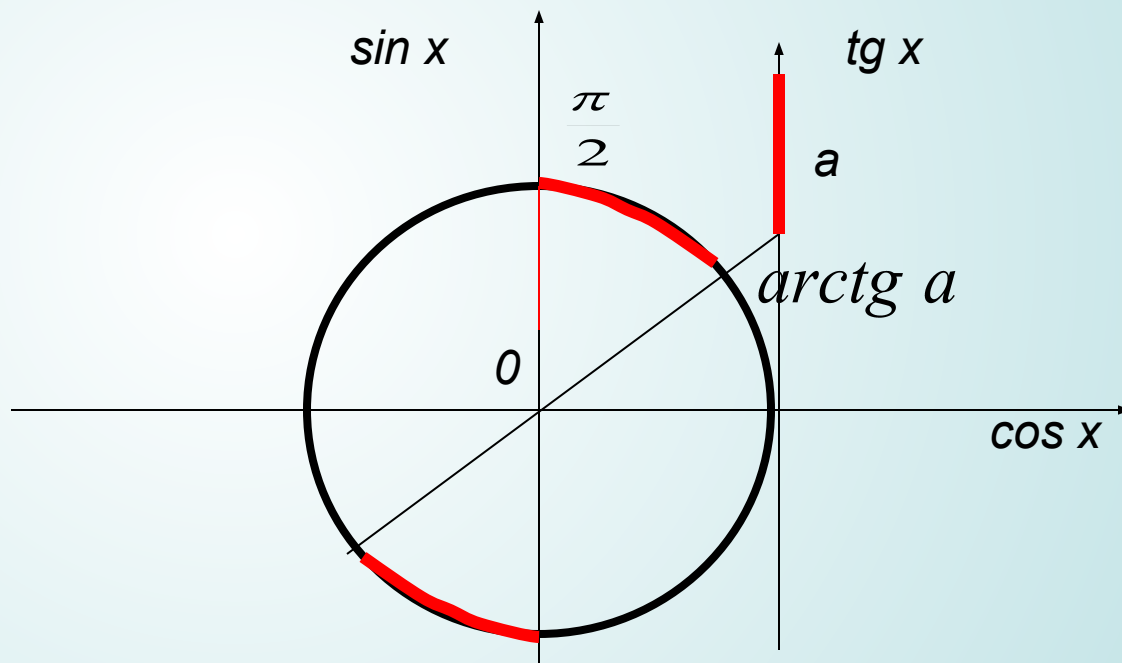


4. Ответ:

$$x \in \left[ \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{5\pi}{3} + 2\pi k \right] \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

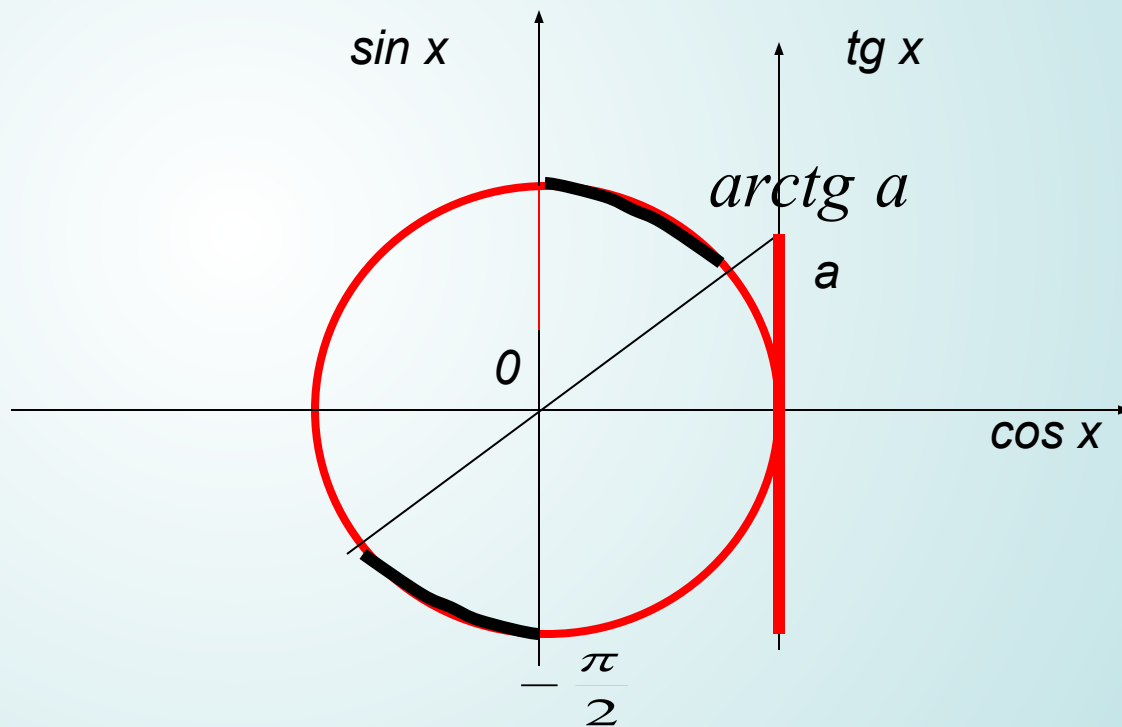
$$\operatorname{tg} x > a$$



$$x \in \left( \arctg a + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$\operatorname{tg} x < a$$



$$x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi k; \operatorname{arctg} a + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# Пример

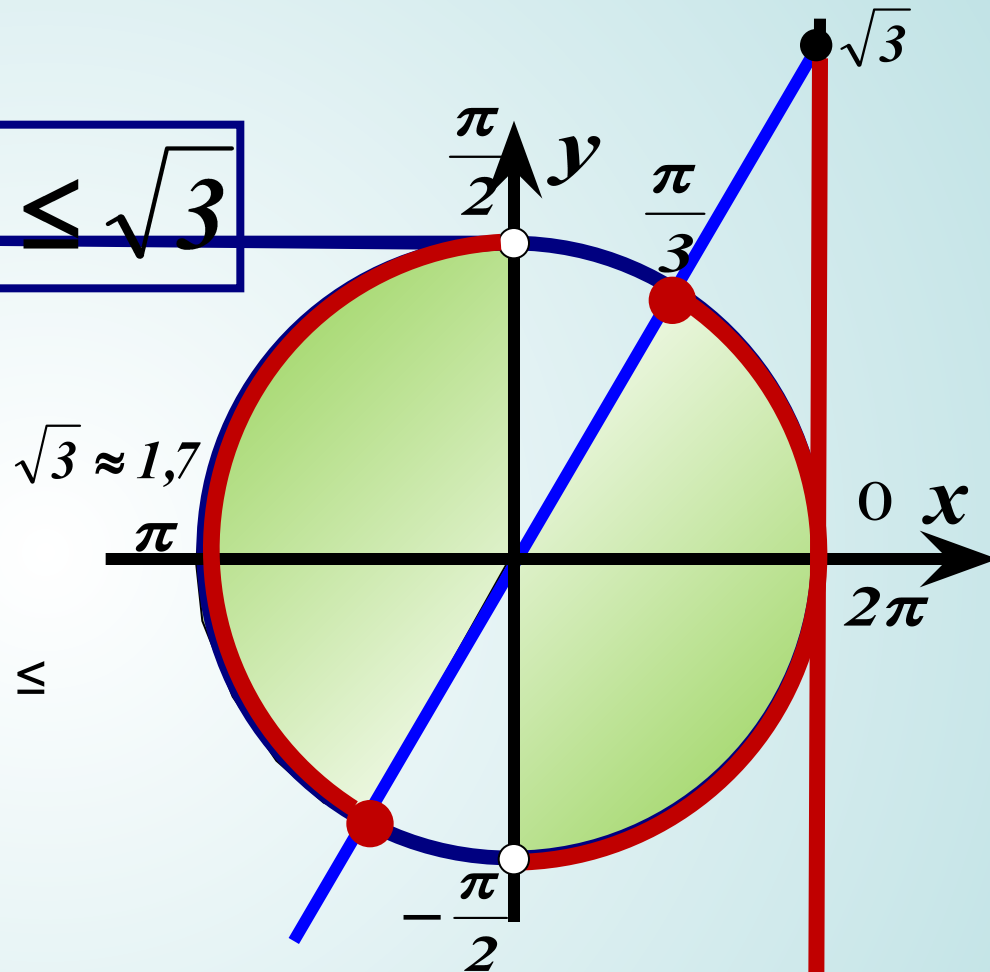
$$\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение

2. Выделяем нижнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком  $\leq$

3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.



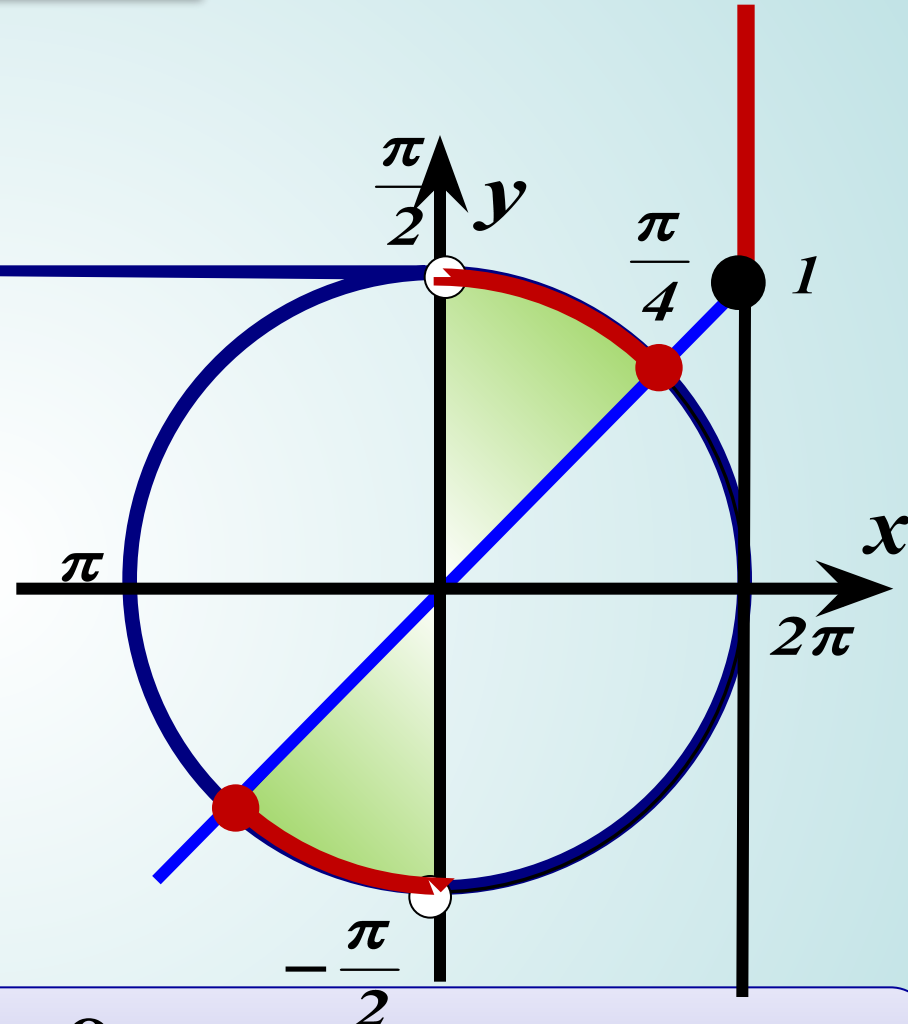
5. Ответ:

$$x \in \left[ -\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{3} + \pi k \right] k \in \mathbb{Z}$$

## Пример

$$\operatorname{tg} x \geq 1$$

1. На линии тангенсов отмечаем значение  $1$
2. Выделяем верхнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком  $\geq$
3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).
4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

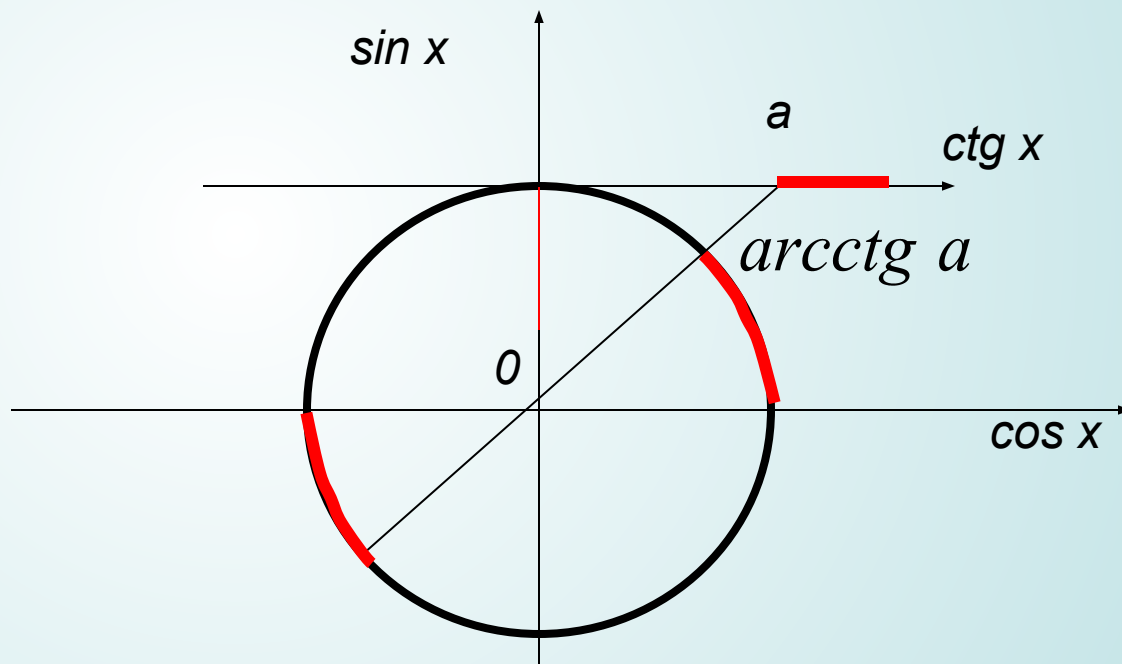


5. Ответ:

$$x \in \left[ \frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

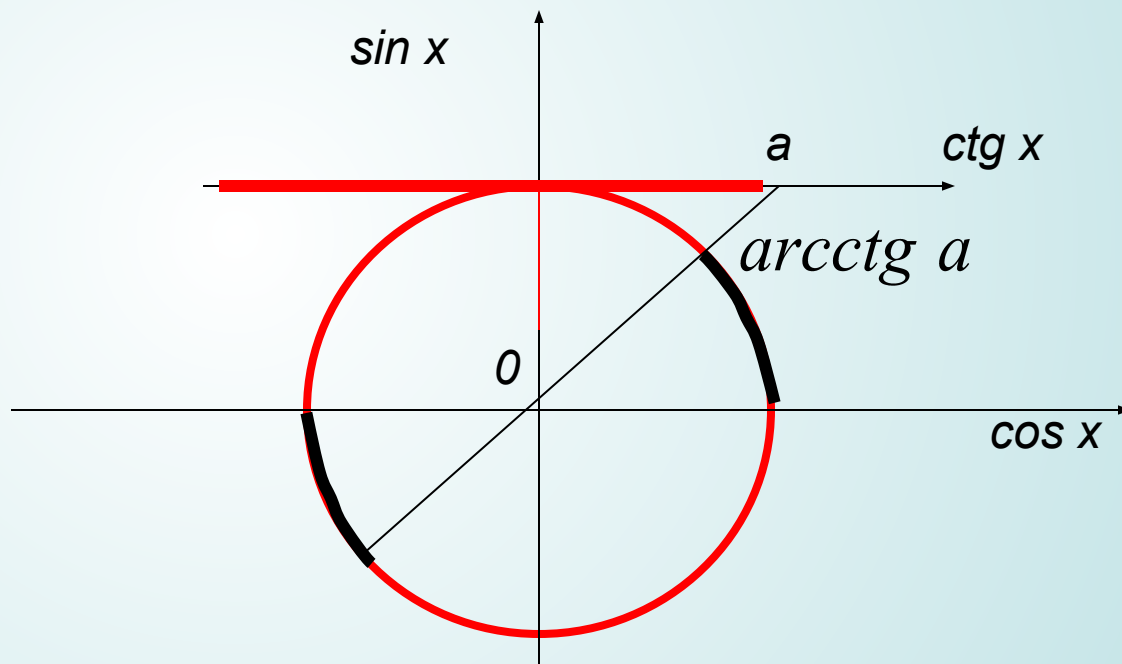
$$\operatorname{ctg} x > a$$



$$x \in (0 + \pi k; \operatorname{arcctg} a + \pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

# I. Решение простейших тригонометрических неравенств.

$$\operatorname{ctg} x < a$$



$$x \in (\operatorname{arcctg} a + \pi k; \pi + \pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$



## Задачи для самостоятельного решения

Решите неравенства

$$1. \sin x \leq -\frac{1}{2}$$

$$2. \sin 3x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$3. \cos 2x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$4. \cos 2x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$5. \underline{\text{tg}} x \geq -1$$

$$6. \underline{\text{tg}} x \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$7. \cos \left(x + \frac{\pi}{3}\right) < \frac{1}{2}$$

$$8. \cos \left(3x - \frac{\pi}{3}\right) < \frac{\sqrt{3}}{2}$$