# Электромагнитные поля и волны

Лекция 1

ПОЛЯ

1) гравитационное (через гравитоны, которые теоретически должны быть, экспериментально не обнаружены, они энергетически слабые);

2) электромагнитное (через $\gamma$-кванты (фотоны));

3) сильное (через $\pi$-мезоны взаимодействуют нуклоны в составе ядра);

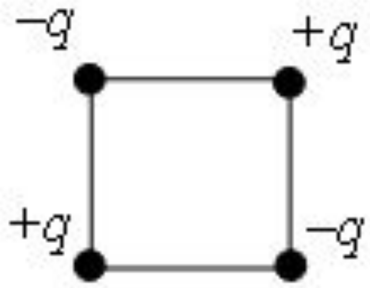
4) слабое (бозоны)

*Элементарные модели зарядовых систем* (именно зарядовые системы и выступают источником электромагнитного поля):

1) Точечный заряд используется, если размерами заряженного тела можно пренебречь. Поле $E = k\frac{q}{r^2}$, $E \sim \frac{1}{r^2}$.

2) Диполь (рис. 1.1) – система двух жестко связанных точечных зарядов. Характеризуется дипольным моментом $\vec{p} = q\vec{l}$.

Поле на оси диполя, на большом удалении от него: $E = \Delta\left(k\frac{q}{r^2}\right) = 2k\frac{q}{r^3}\cdot\Delta r = 2k\frac{p}{r^3}$, $E \sim \frac{1}{r^3}$.




3) квадруполь (рис. 1.2).

*Законы сохранения:*

– **Какие бы изменения не происходили в замкнутой системе, выполняется закон сохранения заряда.** $\boxed{\sum_i q_i = const}$.

– **Заряд остается инвариантной величиной по отношению к переходу из одной системы отсчета в другую.** $\boxed{q = inv}$.

*Силовые характеристики электромагнитного поля:*

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля – характеризует поле свободных и связанных зарядов (измеряется в В/м).

$\vec{D}$ – индукция электрического поля – характеризует поле свободных зарядов

в случае слабых полей: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$, где $\varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость среды, $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная.

$|\vec{E}$ показывает, с какой силой электрическое поле действует на единичный точечный заряд.

$\vec{H}$ – напряженность магнитного поля – характеризует поле макротоков (измеряется в А/м).

$\vec{B}$ – индукция магнитного поля – характеризует поле микро- и макротоков (измеряется в Тл).

в случае слабых полей: $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ , где $\mu$ – магнитная проницаемость среды, $\mu_0$ – магнитная постоянная.

# Энергетические характеристики электромагнитного поля

$\varphi$ – электростатический потенциал – энергетическая характеристика электрического поля (измеряется в В).

$\vec{A}$ – векторный потенциал – энергетическая характеристика магнитного поля (измеряется в Тл/м$^2$).

Полная сила, действующая на точечный заряд со стороны электромагнитного поля $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{\upsilon} \times \vec{B})$, так называемая обобщенная сила Лоренца, куда входит и сила Кулона $\vec{F}_к = q \cdot \vec{E}$, и обычная сила Лоренца $\vec{F}_л = q \cdot [\vec{\upsilon}, \vec{B}]$.

# Графическое представление электромагнитного поля

Векторное поле, например, $\vec{E}$ изображается в виде так называемых силовых линий: вектор $\vec{E}$ направлен по касательной в каждой точке линии, густота силовых линий характеризует величину $E$. На рис. 1.5: $E_1 < E_2 < E_3$.

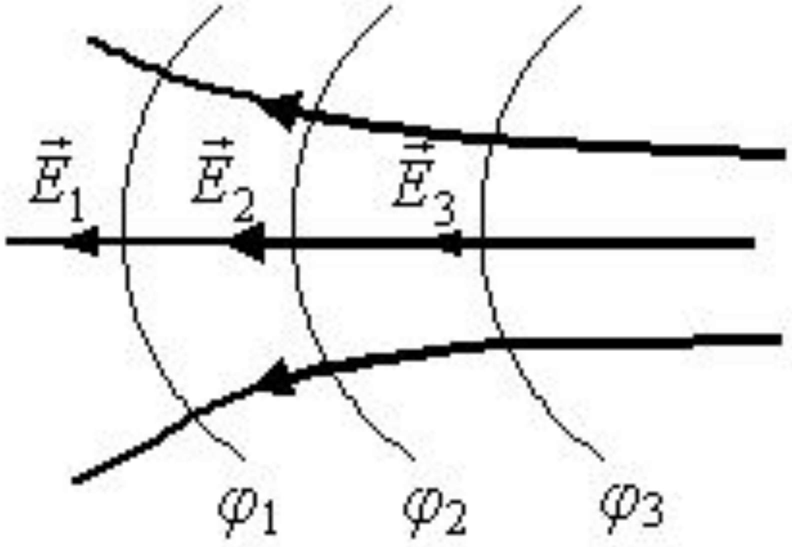



Рис. 1.5

# Дифференциальные и интегральные характеристики полей

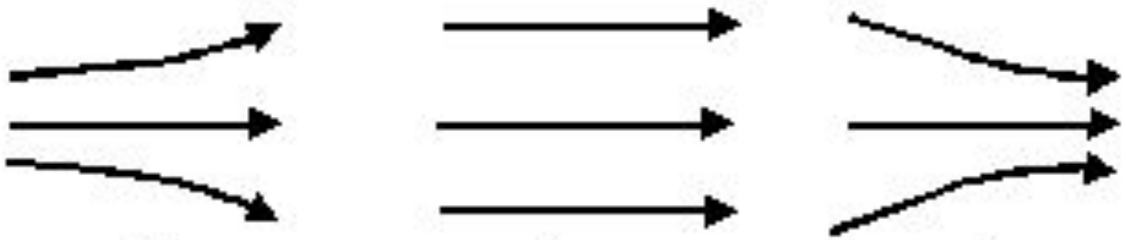
***Дифференциальные характеристики электромагнитного поля***

Оператор Набла: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$.

**1.** *Градиент:* $\nabla\boldsymbol{\varphi} = grad(\varphi) = \vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$. Градиент скалярной функции $\varphi$ показывает направление наибыстрейшего изменения этой функции в пространстве.

В случае электростатического поля связь напряженности и потенциала следующая: $\vec{E} = -\nabla\varphi$ (связь векторного и скалярного полей) (рис. 1.5).

**2.** *Дивергенция:* $\nabla\vec{A} = div(\vec{A}) = \dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$. **Дивергенция векторной функции $\vec{A}$ – скалярная величина, она показывает расхождение линий векторного поля $\vec{A}$ (рис. 1.7).**



$div(\vec{A}) > 0$   $div(\vec{A}) = 0$   $div(\vec{A}) < 0$

Рис. 1.7

**3**. *Ротор*: $$\nabla\times\vec{A}=rot(\vec{A})=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\cdot\vec{i}-$$

$$-\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z}\right)\cdot\vec{j}+\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\cdot\vec{k}.$$

Ротор векторной функции $\vec{A}$ – векторная величина, указывающая «направление и степень закрутки» линий поля $\vec{A}$ (рис. 1.8).

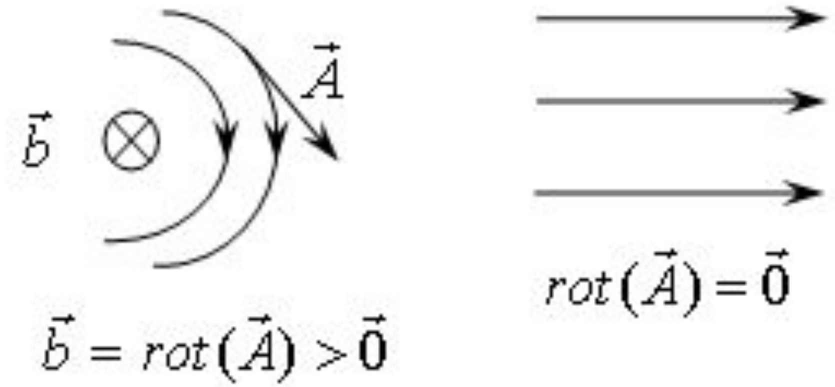



Рис. 1.8

# Вторые производные полей

**1)** Оператор Лапласа применен к скалярной функции $\varphi$:

$$\nabla\cdot(\nabla\varphi)=\Delta\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}.$$

**2)** $\nabla\times(\nabla\varphi)=(\nabla\times\nabla)\cdot\varphi=\vec{0}$, или $rot\,(grad\,(\varphi))=\vec{0}$.

*Теорема*: Если ротор какого-либо вектора $\vec{A}$ равен нулю, то обязательно существует такое скалярное поле $\varphi$, что $\vec{A}=grad\,(\varphi)$.

**3)** $\nabla \cdot (\nabla \vec{A})$, **или** $grad(div(\vec{A})) = \left( \dfrac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 A_y}{\partial y \cdot \partial x} + \dfrac{\partial^2 A_z}{\partial z \cdot \partial x} \right) \cdot \vec{i} + \ldots$ .

**4)** $\nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0$, **или** $div(rot(\vec{A})) = 0$.

*Теорема*: **Если дивергенция некоторого векторного поля** $\vec{B}$ **равна нулю, то существует такое векторное поле** $\vec{A}$, **что** $rot(\vec{A}) = \vec{B}$.

**5)** $\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla \cdot (\nabla \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$ **(согласно правилу разложения вложенного векторного произведения).**

# Интегральные характеристики электромагнитного поля

**1.** *Циркуляция* – **произведение средней касательной компоненты поля умноженной на длину контура, т. е.** $C_E = E_l \cdot l = E \cdot l \cdot \cos\varphi$ **(рис. 1.9).**

**В общем виде:** $\left| C_E = \oint\limits_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = \oint\limits_{(l)} E_{dl} \cdot dl \right.$,

**здесь** $E_{dl}$ **– проекция** $\vec{E}$ **на направление** $dl$.

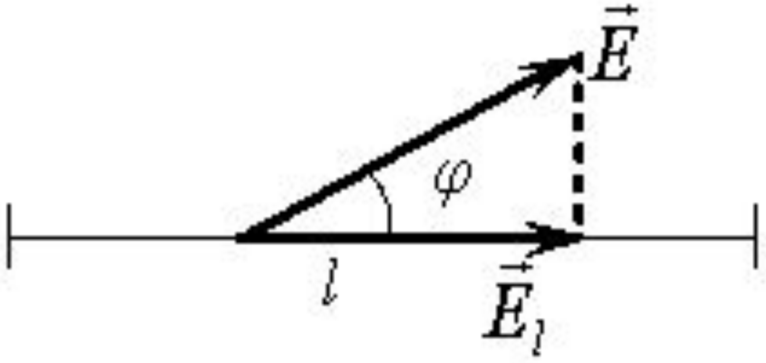



**Рис. 1.9**

**2.** *Поток* – это произведение средней нормальной компоненты поля на площадь площадки, т. е. $\Phi_E = E_n \cdot S = E \cdot S \cdot \cos\varphi$ (рис. 1.10).

В общем виде: $\Phi_E = \int\limits_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = \int\limits_{(S)} E_n \cdot dS$, здесь $E_n$ – проекция $\vec{E}$ на направление нормали $\vec{n}$.

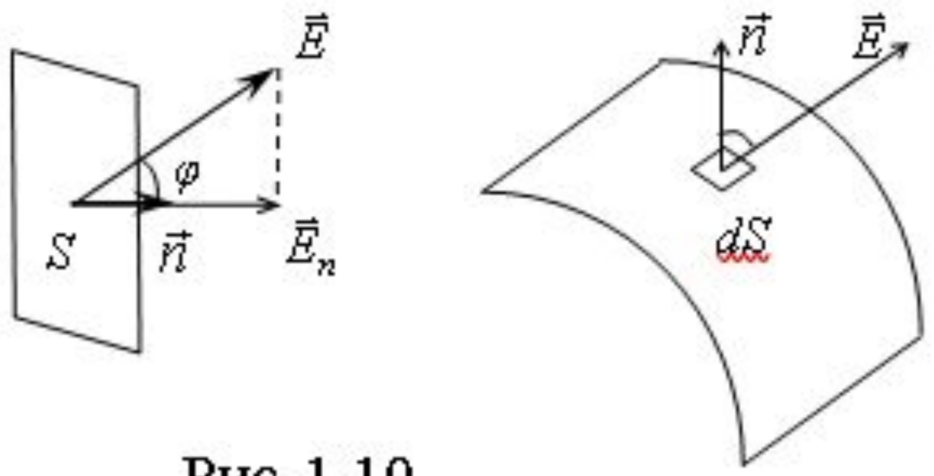



Рис. 1.10

# Теорема Гаусса

$$\oint\limits_{(S)} \vec{A}\cdot d\vec{S} = \int\limits_{(V)} \nabla\vec{A}\cdot dV.$$

поток векторного поля $\vec{A}$ через произвольную замкнутую поверхность $S$ равен интегралу от дивергенции этого поля по объему, ограниченному данной поверхностью.

# Теорема Стокса

$$\oint\limits_{(l)} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int\limits_{(S)} (\nabla\times\vec{B})\cdot d\vec{S}.$$

циркуляция векторного поля $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна потоку ротора этого поля через поверхность, ограниченную данным контуром.