Электромагнитные поля и волны

Лекция 1

ПОЛЯ

1) гравитационное (через гравитоны, которые теоретически должны быть, экспериментально не обнаружены, они энергетически слабые);

2) электромагнитное (через γ-кванты (фотоны));

3) сильное (через π-мезоны взаимодействуют нуклоны в составе ядра);

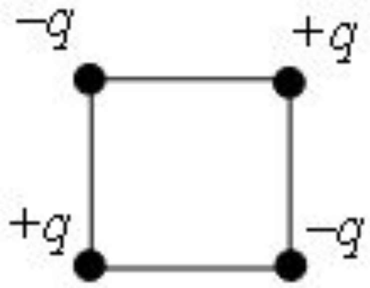
4) слабое (бозоны)

Элементарные модели зарядовых систем (именно зарядовые системы и выступают источником электромагнитного поля):

1) Точечный заряд используется, если размерами заряженного тела можно пренебречь. Поле $E = k\dfrac{q}{r^2}$, $E \sim \dfrac{1}{r^2}$.

2) Диполь (рис. 1.1) – система двух жестко связанных точечных зарядов. Характеризуется дипольным моментом $\vec{p} = q\vec{l}$.

Поле на оси диполя, на большом удалении от него: $E = \Delta\left(k\dfrac{q}{r^2}\right) = 2k\dfrac{q}{r^3}\cdot\Delta r = 2k\dfrac{p}{r^3}$, $E \sim \dfrac{1}{r^3}$.



3) квадруполь (рис. 1.2).

Законы сохранения:

– Какие бы изменения не происходили в замкнутой системе, выполняется закон сохранения заряда. $\boxed{\sum_i q_i = const}$.

– Заряд остается инвариантной величиной по отношению к переходу из одной системы отсчета в другую. $\boxed{q = inv}$.

Силовые характеристики электромагнитного поля:

$\vec{E}$ – напряженность электрического поля – характеризует поле свободных и связанных зарядов (измеряется в В/м).

$\vec{D}$ – индукция электрического поля – характеризует поле свободных зарядов

в случае слабых полей: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды, ε_0 – электрическая постоянная.

$|\vec{E}$ показывает, с какой силой электрическое поле действует на единичный точечный заряд.

$\vec{H}$ – напряженность магнитного поля – характеризует поле макротоков (измеряется в А/м).

$\vec{B}$ – индукция магнитного поля – характеризует поле микро- и макротоков (измеряется в Тл).

в случае слабых полей: $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, где μ – магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная постоянная.

Энергетические характеристики электромагнитного поля

φ – электростатический потенциал – энергетическая характеристика электрического поля (измеряется в В).

$\vec{A}$ – векторный потенциал – энергетическая характеристика магнитного поля (измеряется в Тл/м^2).

Полная сила, действующая на точечный заряд со стороны электромагнитного поля $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{\upsilon} \times \vec{B})$, так называемая обобщенная сила Лоренца, куда входит и сила Кулона $\vec{F}_к = q \cdot \vec{E}$, и обычная сила Лоренца $\vec{F}_л = q \cdot [\vec{\upsilon}, \vec{B}]$.

Графическое представление электромагнитного поля

Векторное поле, например, $\vec{E}$ изображается в виде так называемых силовых линий: вектор $\vec{E}$ направлен по касательной в каждой точке линии, густота силовых линий характеризует величину E. На рис. 1.5: $E_1 < E_2 < E_3$.

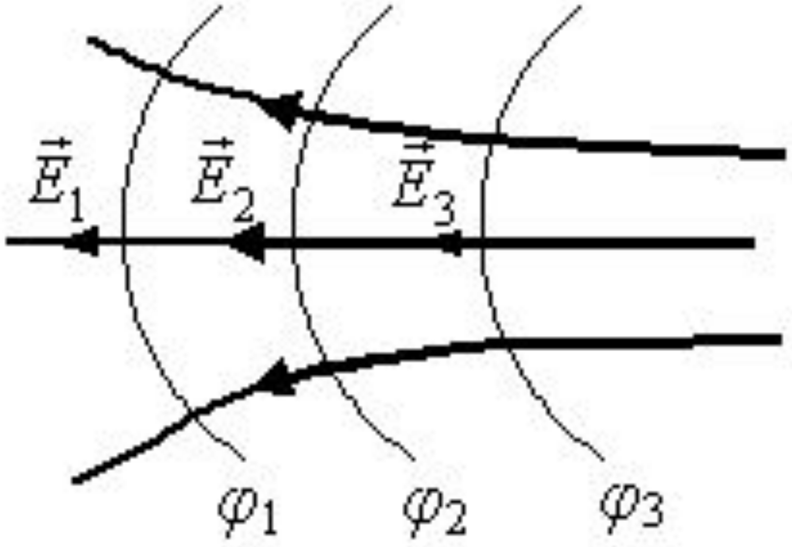


Рис. 1.5

Дифференциальные и интегральные характеристики полей

Дифференциальные характеристики электромагнитного поля

Оператор Набла: $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right) = \vec{i}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}$.

1. *Градиент:* $\nabla\varphi = grad(\varphi) = \vec{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}$. Градиент скалярной функции φ показывает направление наибыстрейшего изменения этой функции в пространстве.

В случае электростатического поля связь напряженности и потенциала следующая: $\vec{E} = -\nabla\varphi$ (связь векторного и скалярного полей) (рис. 1.5).

2. *Дивергенция:* $\nabla\vec{A} = div(\vec{A}) = \dfrac{\partial A_x}{\partial x} + \dfrac{\partial A_y}{\partial y} + \dfrac{\partial A_z}{\partial z}$. **Дивергенция векторной функции $\vec{A}$ – скалярная величина, она показывает расхождение линий векторного поля $\vec{A}$ (рис. 1.7).**

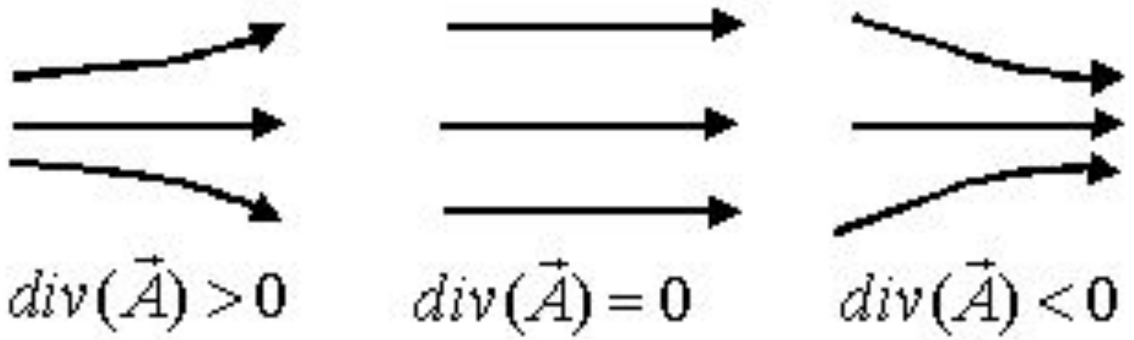


Рис. 1.7

$$\mathbf{3}.\ Ротор:\ \nabla\times\vec{A}=rot(\vec{A})=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ A_x & A_y & A_z\end{vmatrix}=\left(\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\cdot\vec{i}-$$

$$-\left(\frac{\partial A_z}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial z}\right)\cdot\vec{j}+\left(\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\cdot\vec{k}.$$

Ротор векторной функции $\vec{A}$ **– векторная величина, указывающая «направление и степень закрутки» линий поля** $\vec{A}$ **(рис. 1.8).**

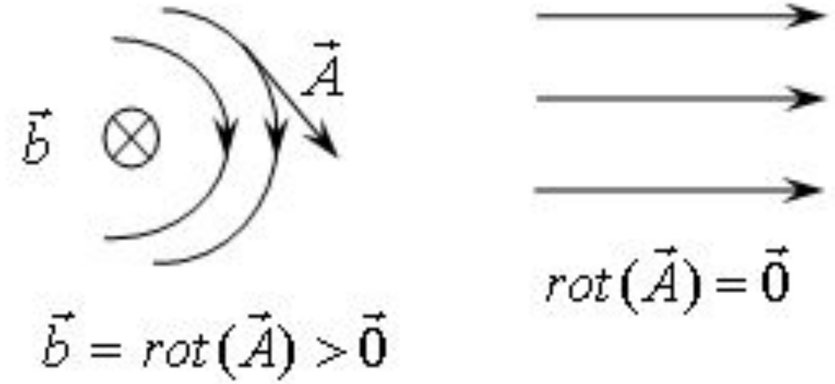


Рис. 1.8

Вторые производные полей

1) Оператор Лапласа применен к скалярной функции φ:

$$\nabla \cdot (\nabla \varphi) = \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}.$$

2) $\nabla \times (\nabla \varphi) = (\nabla \times \nabla) \cdot \varphi = \vec{0}$, или $rot\,(grad\,(\varphi)) = \vec{0}$.

Теорема: Если ротор какого-либо вектора $\vec{A}$ равен нулю, то обязательно существует такое скалярное поле φ, что $\vec{A} = grad\,(\varphi)$.

3) $\nabla\cdot(\nabla\vec{A})$, **или** $grad(div(\vec{A}))=\left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A_y}{\partial y\cdot\partial x}+\frac{\partial^2 A_z}{\partial z\cdot\partial x}\right)\cdot\vec{i}+\ldots$.

4) $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$, **или** $div(rot(\vec{A}))=0$.

Теорема: **Если дивергенция некоторого векторного поля** $\vec{B}$ **равна нулю, то существует такое векторное поле** $\vec{A}$, **что** $rot(\vec{A})=\vec{B}$.

5) $\nabla\times(\nabla\times\vec{A})=\nabla\cdot(\nabla\vec{A})-\nabla^2\vec{A}$ **(согласно правилу разложения вложенного векторного произведения).**

Интегральные характеристики электромагнитного поля

1. *Циркуляция* – произведение средней касательной компоненты поля умноженной на длину контура, т. е. $C_E = E_l \cdot l = E \cdot l \cdot \cos\varphi$ (рис. 1.9).

В общем виде: $C_E = \oint\limits_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = \oint\limits_{(l)} E_{dl} \cdot dl$,

здесь E_{dl} – проекция $\vec{E}$ на направление dl.

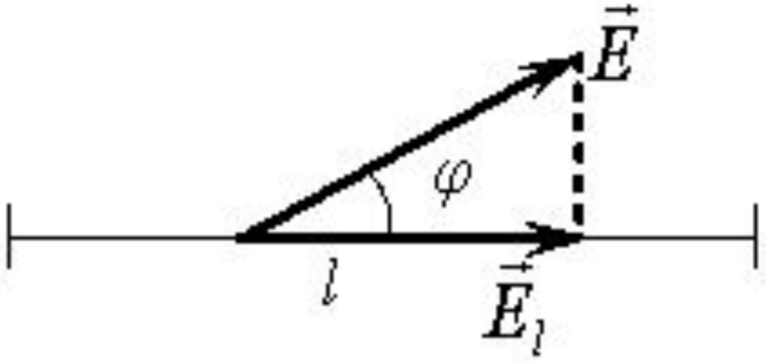


Рис. 1.9

2. *Поток* – это произведение средней нормальной компоненты поля на площадь площадки, т. е. $\varPhi_E = E_n \cdot S = E \cdot S \cdot \cos\varphi$ (рис. 1.10).

В общем виде: $\varPhi_E = \int\limits_{(S)} \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{(S)} E_n \cdot dS$, здесь E_n – проекция $\vec{E}$ на направление нормали $\vec{n}$.

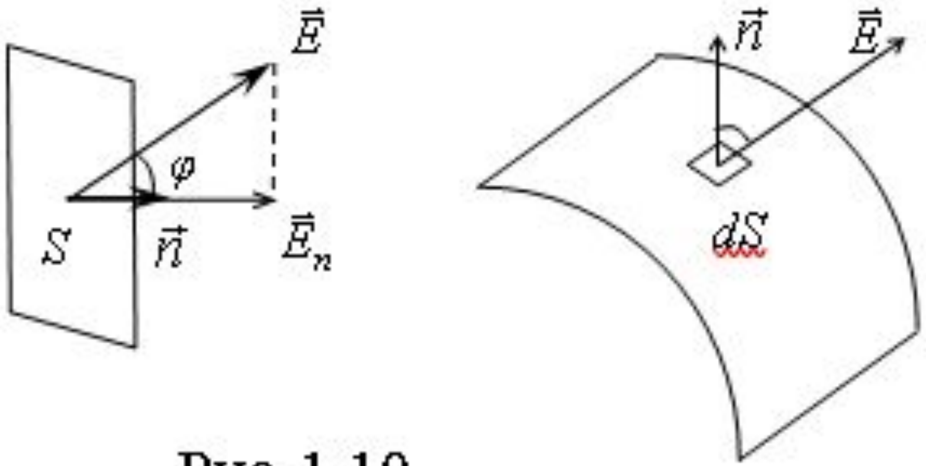


Рис. 1.10

Теорема Гаусса

$$\oint\limits_{(S)} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int\limits_{(V)} \nabla \vec{A} \cdot dV.$$

поток векторного поля $\vec{A}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен интегралу от дивергенции этого поля по объему, ограниченному данной поверхностью.

Теорема Стокса

$$\oint\limits_{(l)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int\limits_{(S)} (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S}.$$

циркуляция векторного поля $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру равна потоку ротора этого поля через поверхность, ограниченную данным контуром.