

Электромагнитные поля и волны

Лекция 1

ПОЛЯ

- 1) гравитационное (через гравитоны, которые теоретически должны быть, экспериментально не обнаружены, они энергетически слабые);
- 2) электромагнитное (через γ -кванты (фотоны));
- 3) сильное (через π -мезоны взаимодействуют нуклоны в составе ядра);
- 4) слабое (бозоны)

Элементарные модели зарядовых систем (именно зарядовые системы и выступают источником электромагнитного поля):

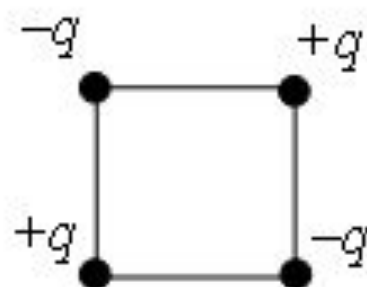
1) Точечный заряд используется, если размерами заряженного тела можно пренебречь. Поле $E = k \frac{q}{r^2}$, $E \sim \frac{1}{r^2}$.

2) Диполь (рис. 1.1) – система двух жестко связанных точечных зарядов. Характеризуется дипольным моментом $\vec{p} = q\vec{l}$.

Поле на оси диполя, на большом удалении от него:

$$E = \Delta \left(k \frac{q}{r^2} \right) = 2k \frac{q}{r^3} \cdot \Delta r = 2k \frac{p}{r^3}, \quad E \sim \frac{1}{r^3}.$$

3) квадруполь (рис. 1.2).



Законы сохранения:

– Какие бы изменения не происходили в замкнутой системе, выполняется закон сохранения заряда. $\boxed{\sum_i q_i = const}$.

– Заряд остается инвариантной величиной по отношению к переходу из одной системы отсчета в другую. $\boxed{q = inv}$.

Силвые характеристики электромагнитного поля:

\vec{E} – напряженность электрического поля – характеризует поле свободных и связанных зарядов (измеряется в В/м).

\vec{D} – индукция электрического поля – характеризует поле свободных зарядов

в случае слабых полей: $\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$, где ε – диэлектрическая проницаемость среды, ε_0 – электрическая постоянная.

$|\vec{E}|$ показывает, с какой силой электрическое поле действует на единичный точечный заряд.

\vec{H} – напряженность магнитного поля – характеризует поле макроскопических (измеряется в А/м).

\vec{B} – индукция магнитного поля – характеризует поле микро- и макроскопических (измеряется в Тл).

в случае слабых полей: $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$, где μ – магнитная проницаемость среды, μ_0 – магнитная постоянная.

Энергетические характеристики электромагнитного поля

φ – электростатический потенциал – энергетическая характеристика электрического поля (измеряется в В).

\vec{A} – векторный потенциал – энергетическая характеристика магнитного поля (измеряется в Тл/м²).

Полная сила, действующая на точечный заряд со стороны электромагнитного поля $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, так называемая обобщенная сила Лоренца, куда входит и сила Кулона $\vec{F}_k = q \cdot \vec{E}$, и обычная сила Лоренца $\vec{F}_n = q \cdot [\vec{v}, \vec{B}]$.

Графическое представление электромагнитного поля

Векторное поле, например, \vec{E}^+ изображается в виде так называемых силовых линий: вектор \vec{E}^+ направлен по касательной в каждой точке линии, густота силовых линий характеризует величину E . На рис. 1.5:

$$E_1 < E_2 < E_3.$$

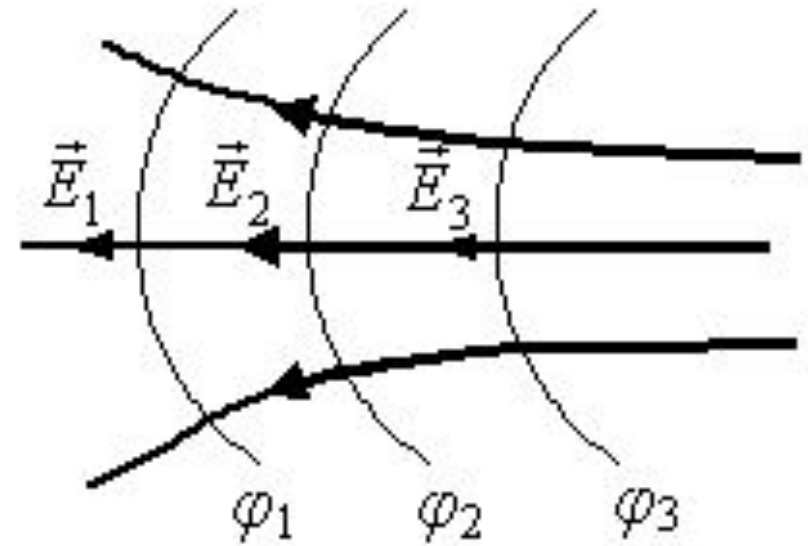


Рис. 1.5

Дифференциальные и интегральные характеристики полей

Дифференциальные характеристики электромагнитного поля

Оператор Набла:
$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}.$$

1. *Градиент*:
$$\nabla \varphi = \text{grad}(\varphi) = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$
 Градиент скалярной

функции φ показывает направление **наибыстрейшего** изменения этой функции в пространстве.

В случае электростатического поля связь напряженности и потенциала следующая:
$$\vec{E} = -\nabla \varphi$$
 (связь векторного и скалярного полей) (рис. 1.5).

2. Дивергенция: $\nabla \vec{A} = \text{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$. Дивергенция вектор-

ной функции \vec{A} – скалярная величина, она показывает расхождение линий векторного поля \vec{A} (рис. 1.7).

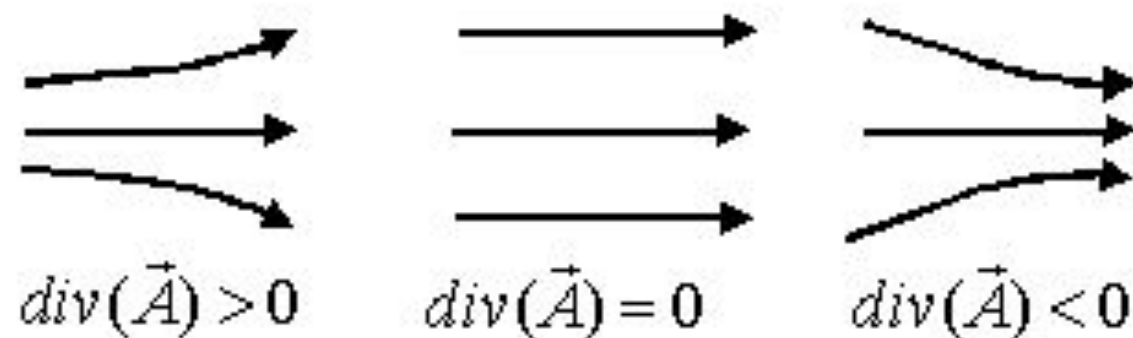


Рис. 1.7

$$\begin{aligned}
 \text{3. Ротор: } \nabla \times \vec{A} = \text{rot}(\vec{A}) &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \cdot \vec{i} - \\
 &- \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z} \right) \cdot \vec{j} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \cdot \vec{k}.
 \end{aligned}$$

Ротор векторной функции \vec{A} – векторная величина, указывающая «направление и степень закрутки» линий поля \vec{A} (рис. 1.8).

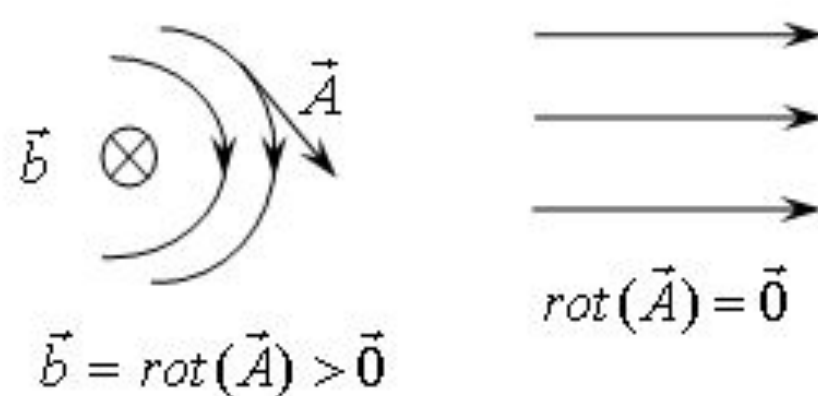


Рис. 1.8

Вторые производные полей

1) Оператор Лапласа применен к скалярной функции φ :

$$\nabla \cdot (\nabla \varphi) = \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}.$$

2) $\nabla \times (\nabla \varphi) = (\nabla \times \nabla) \cdot \varphi = \vec{0}$, или $\text{rot}(\text{grad}(\varphi)) = \vec{0}$.

Теорема: Если ротор какого-либо вектора \vec{A} равен нулю, то обязательно существует такое скалярное поле φ , что

$$\vec{A} = \text{grad}(\varphi).$$

$$3) \nabla \cdot (\nabla \vec{A}), \text{ или } \mathit{grad}(\mathit{div}(\vec{A})) = \left(\frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y \cdot \partial x} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z \cdot \partial x} \right) \cdot \vec{i} + \dots$$

$$4) \nabla \cdot (\nabla \times \vec{A}) = 0, \text{ или } \mathit{div}(\mathit{rot}(\vec{A})) = 0.$$

Теорема: Если дивергенция некоторого векторного поля \vec{B} равна нулю, то существует такое векторное поле \vec{A} , что $\mathit{rot}(\vec{A}) = \vec{B}$.

$$5) \nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla \cdot (\nabla \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} \text{ (согласно правилу разложения вложенного векторного произведения).}$$

Интегральные характеристики электромагнитного поля

1. Циркуляция – произведение средней касательной компоненты поля умноженной на длину контура, т. е. $C_E = E_l \cdot l = E \cdot l \cdot \cos \varphi$ (рис. 1.9).

$$\text{В общем виде: } C_E = \oint_{(l)} \vec{E} d\vec{l} = \oint_{(l)} E_{dl} \cdot dl,$$

здесь E_{dl} – проекция \vec{E} на направление dl .

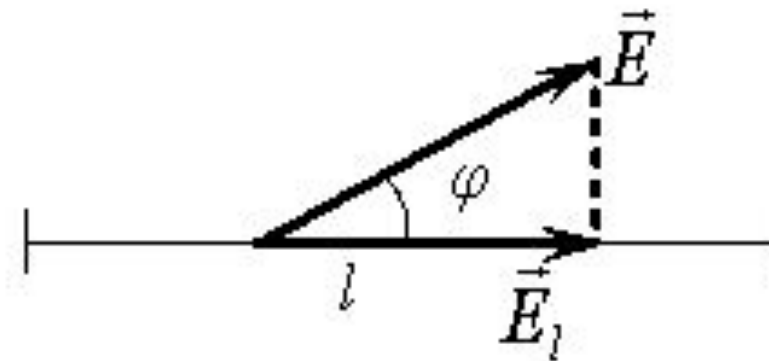


Рис. 1.9

2. Поток – это произведение средней нормальной компоненты поля на площадь площадки, т. е. $\Phi_E = E_n \cdot S = E \cdot S \cdot \cos \varphi$ (рис. 1.10).

В общем виде: $\Phi_E = \int_{(S)} \vec{E} d\vec{S} = \int_{(S)} E_n \cdot dS$, здесь E_n – проекция \vec{E} на направление нормали \vec{n} .

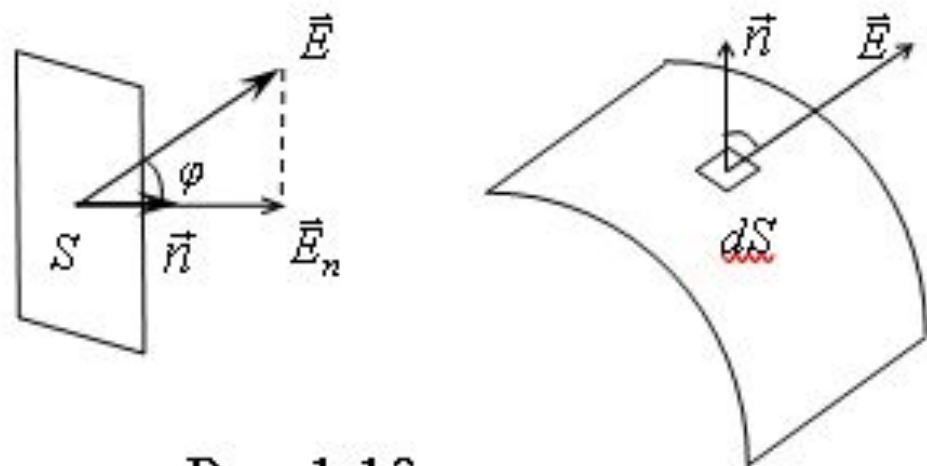


Рис. 1.10

Теорема Гаусса

$$\oint_{(S)} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_{(V)} \nabla \cdot \vec{A} \cdot dV.$$

поток векторного поля \vec{A} через произвольную замкнутую поверхность S равен интегралу от дивергенции этого поля по объему, ограниченному данной поверхностью.

Теорема Стокса

$$\oint_{(l)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{(S)} (\nabla \times \vec{B}) \cdot d\vec{S}.$$

циркуляция векторного поля \vec{B} по произвольному замкнутому контуру равна потоку ротора этого поля через поверхность, ограниченную данным контуром.