

Параллельные прямые

Геометрия 10

в пространстве

Планиметрия

Две прямые на плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

$a \parallel b$

Стереометрия

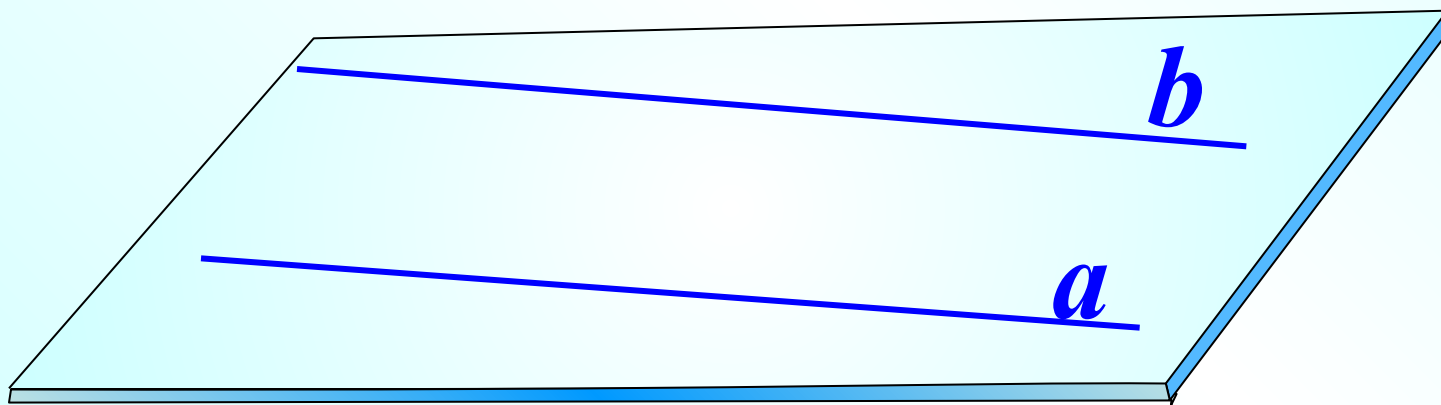
Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$a \parallel b$

Определение

Две прямые в пространстве называются параллельными, если

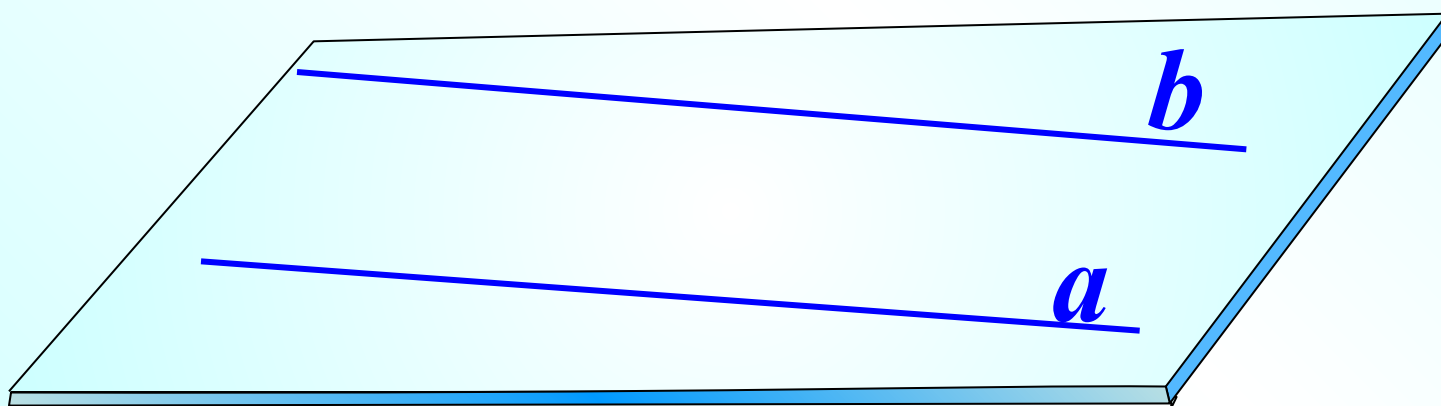
- 1) они лежат в одной плоскости и
- 2) не пересекаются



Показать (1)



Две параллельные прямые определяют плоскость.
(определение параллельных прямых)

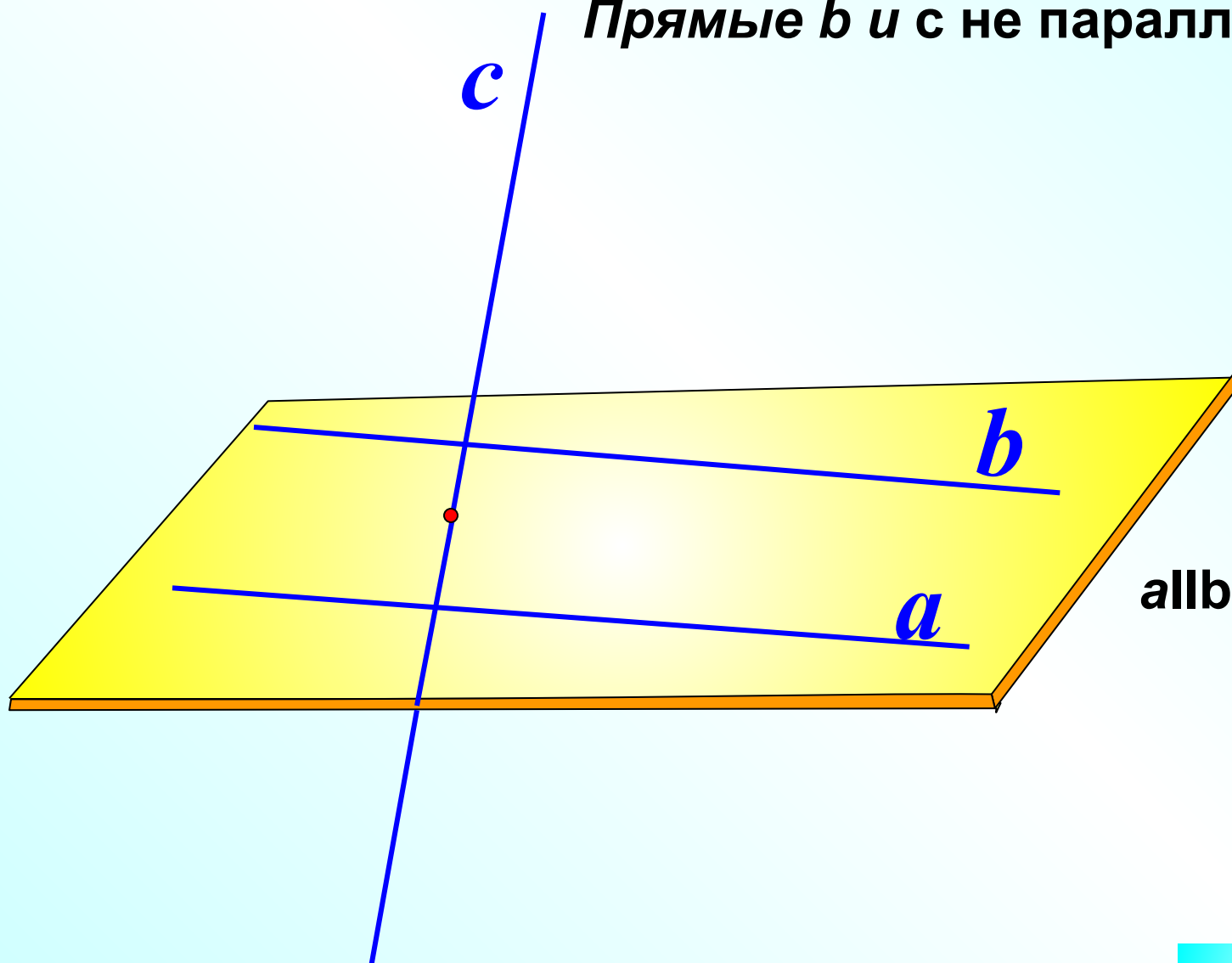


Показать (1)



Прямые a и c не параллельны

Прямые b и c не параллельны



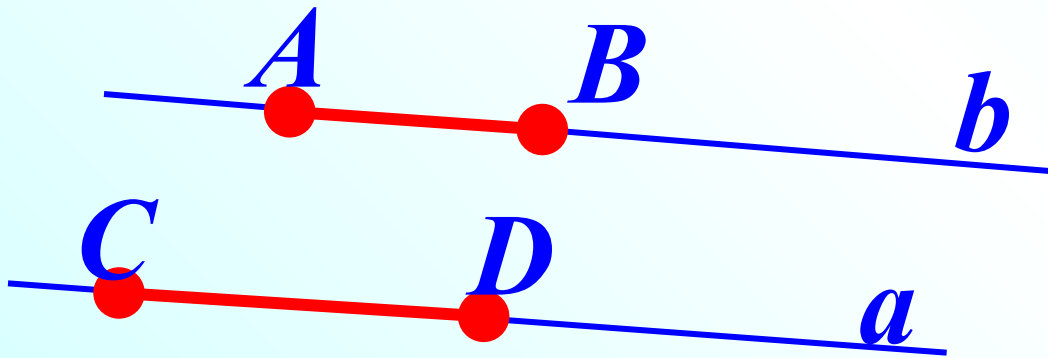
Показать (2)



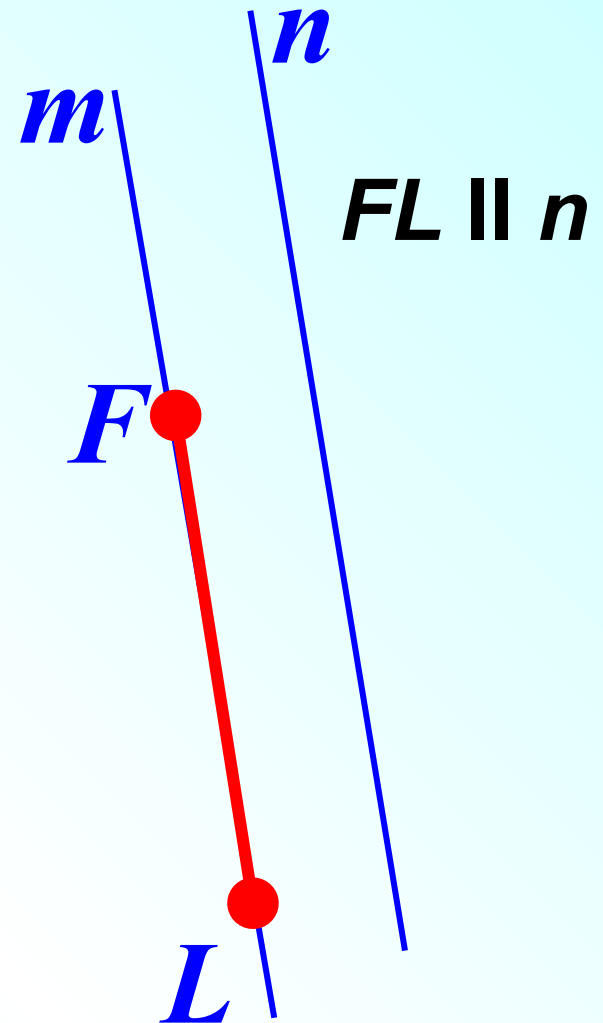
Определение

Два отрезка называются параллельными, если они лежат на параллельных прямых.

$AB \parallel CD$



Отрезки AB и CD
параллельны



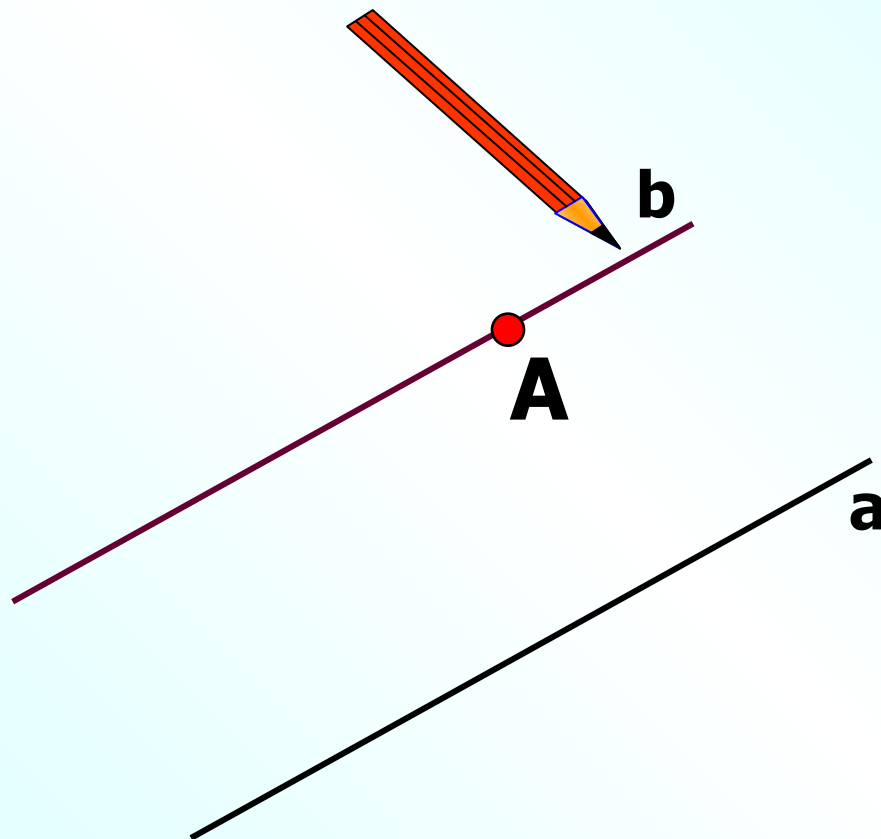
Отрезок FL параллелен
прямой n

Показать (2)



Повторим. ПЛАНИМЕТРИЯ. Аксиома параллельности.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

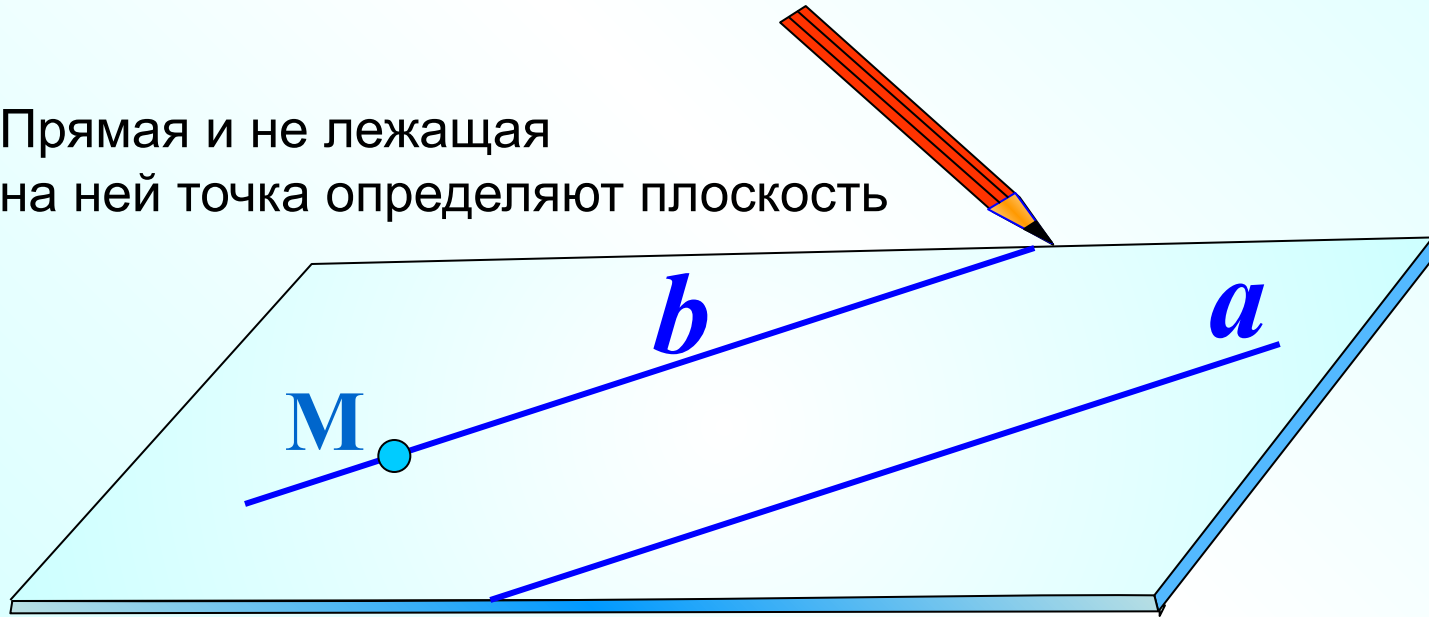


Аксиома параллельности поможет доказать теорему о параллельных прямых

Теорема

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

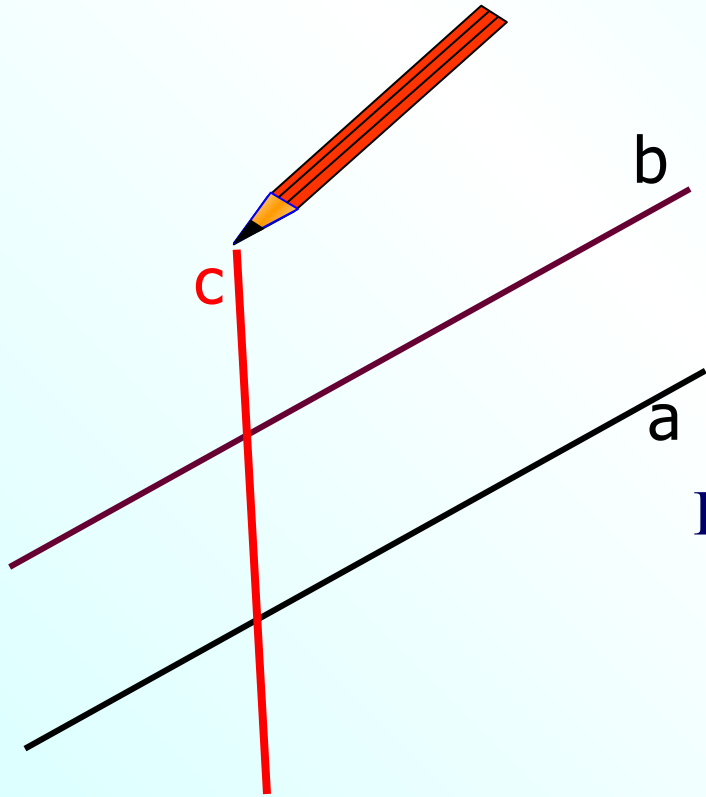
Прямая и не лежащая на ней точка определяют плоскость



Показать (2)



Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.



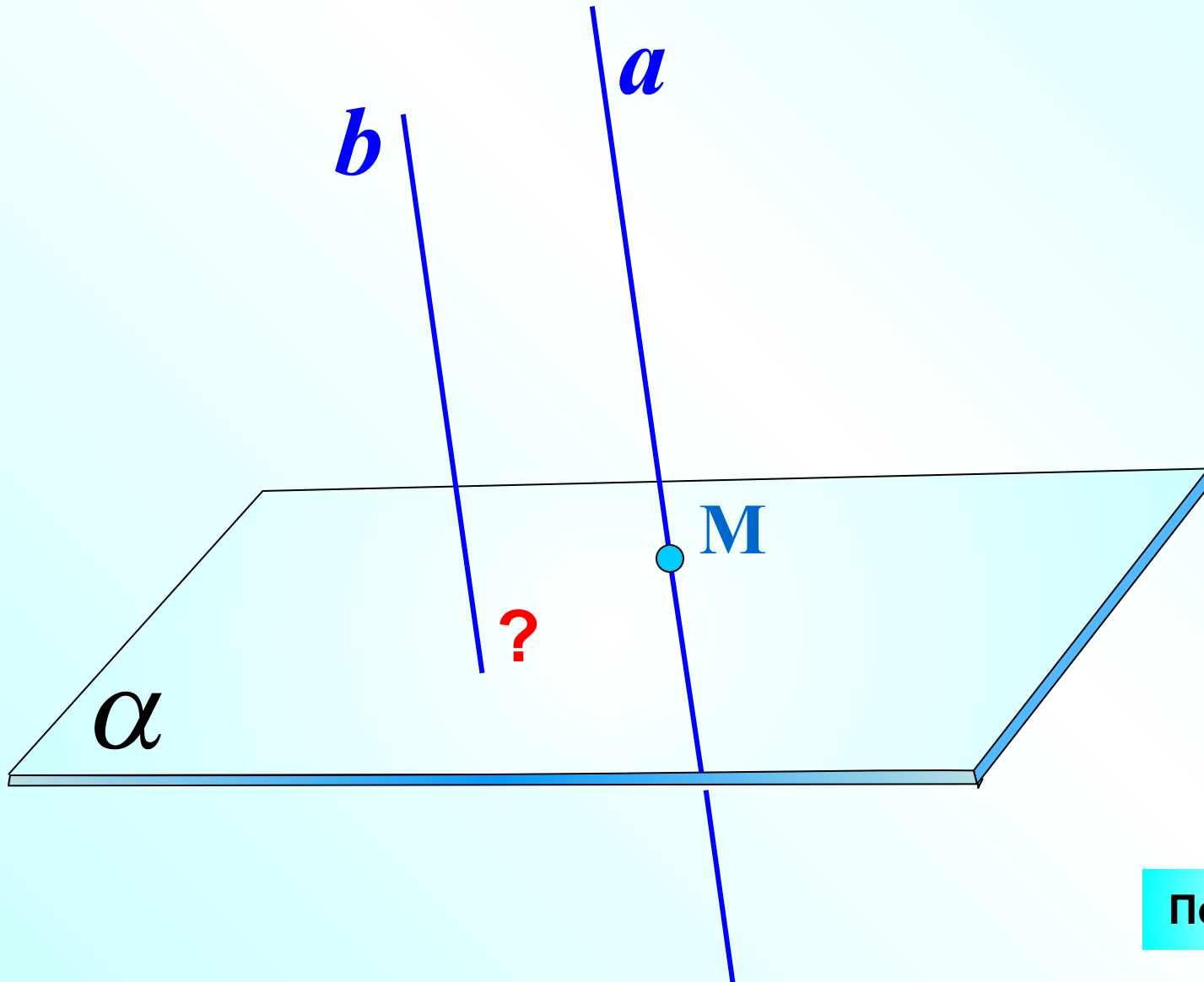
Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.

$$a \parallel b, c \cap b \implies c \cap a$$

Это следствие из аксиомы параллельности поможет доказать лемму о параллельных прямых

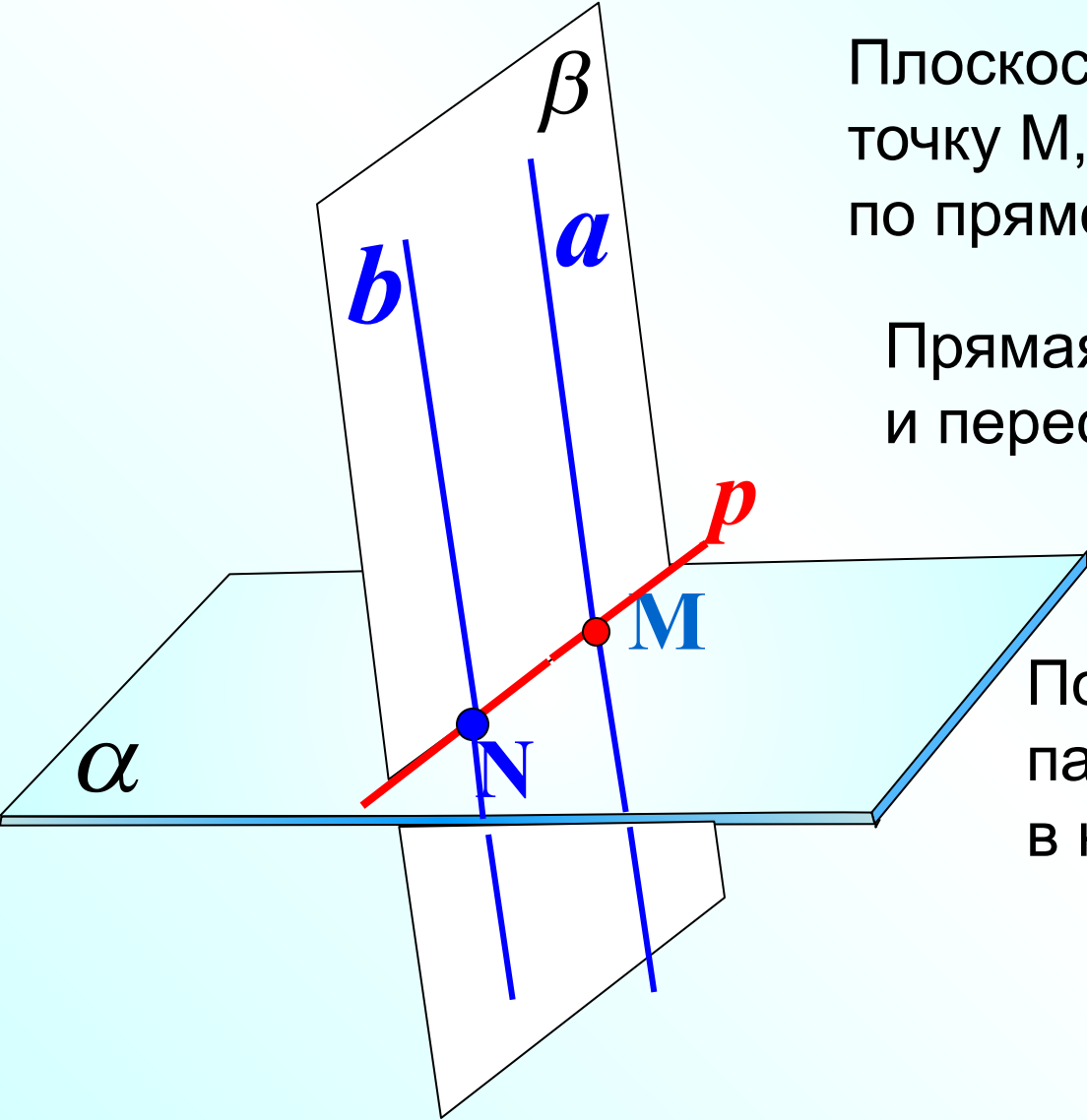
Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает данную плоскость.



Показать (2)





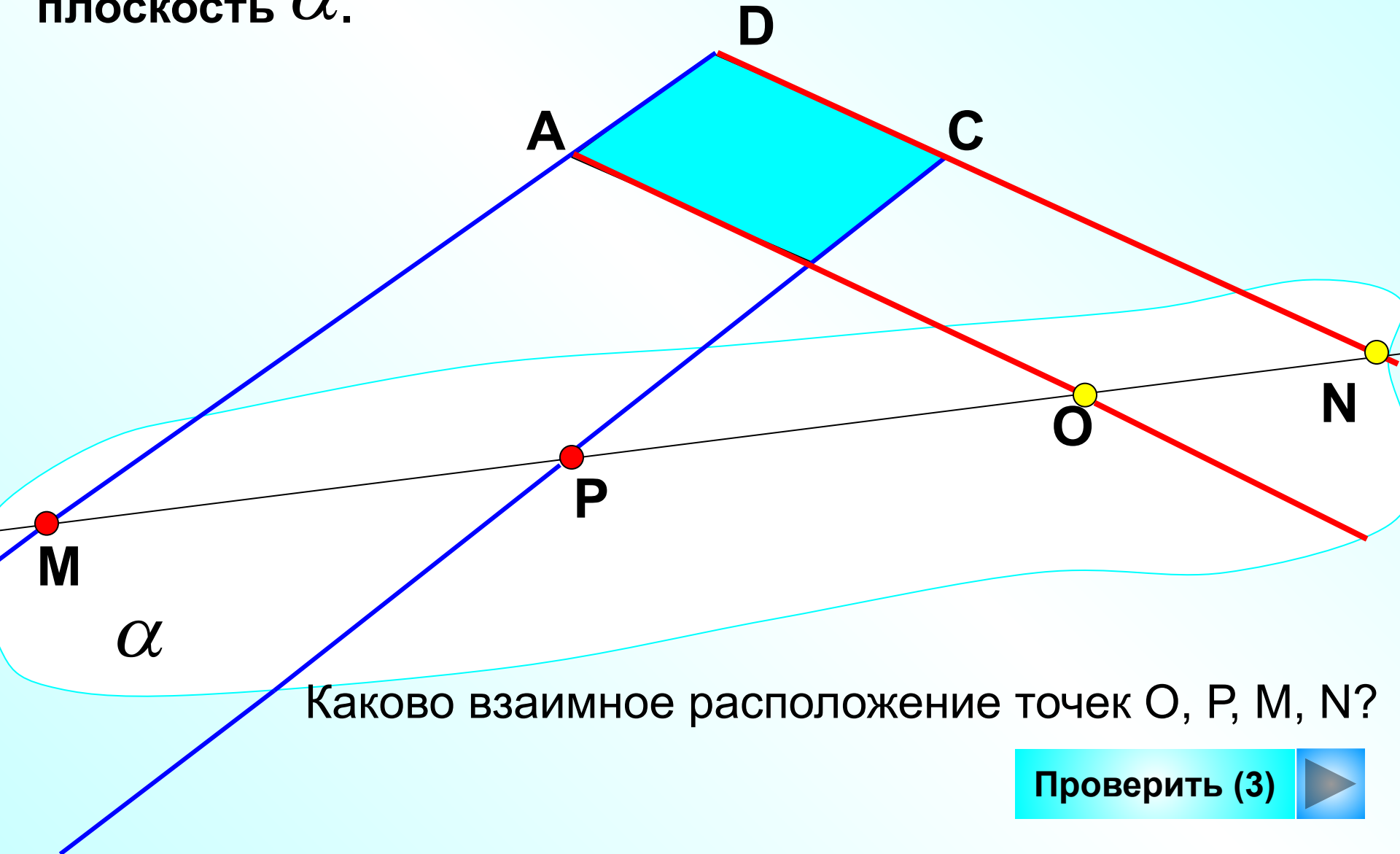
Плоскости α и β имеют общую точку M , значит они пересекаются по прямой (A_3)

Прямая r лежит в плоскости β и пересекает прямую a в т. M .

Поэтому она пересекает и параллельную ей прямую b в некоторой точке N .

Прямая r лежит также в плоскости α , поэтому N – точка плоскости α .
Значит, N – общая точка прямой b и плоскости α .

Прямые, содержащие стороны AB и BC параллелограмма $ABCD$ пересекают плоскость α . Докажите, что прямые AD и DC также пересекают плоскость α .



Проверить (3)



Повторим. Следствие из аксиомы параллельности.

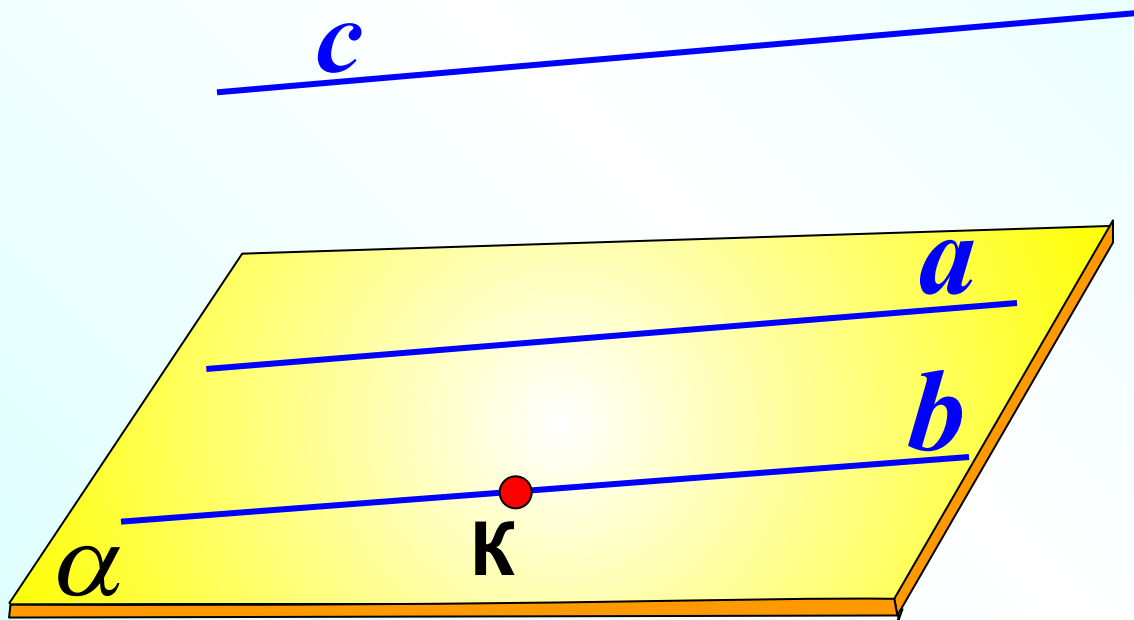


Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

$$a \parallel c, b \parallel c \Rightarrow a \parallel b$$

Аналогичное утверждение имеет место и для трех прямых в пространстве.

Теорема Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.



$a \parallel c, b \parallel c$

Докажем, что $a \parallel b$

Докажем, что **a** и **b**

- 1) Лежат в одной плоскости
- 2) не пересекаются

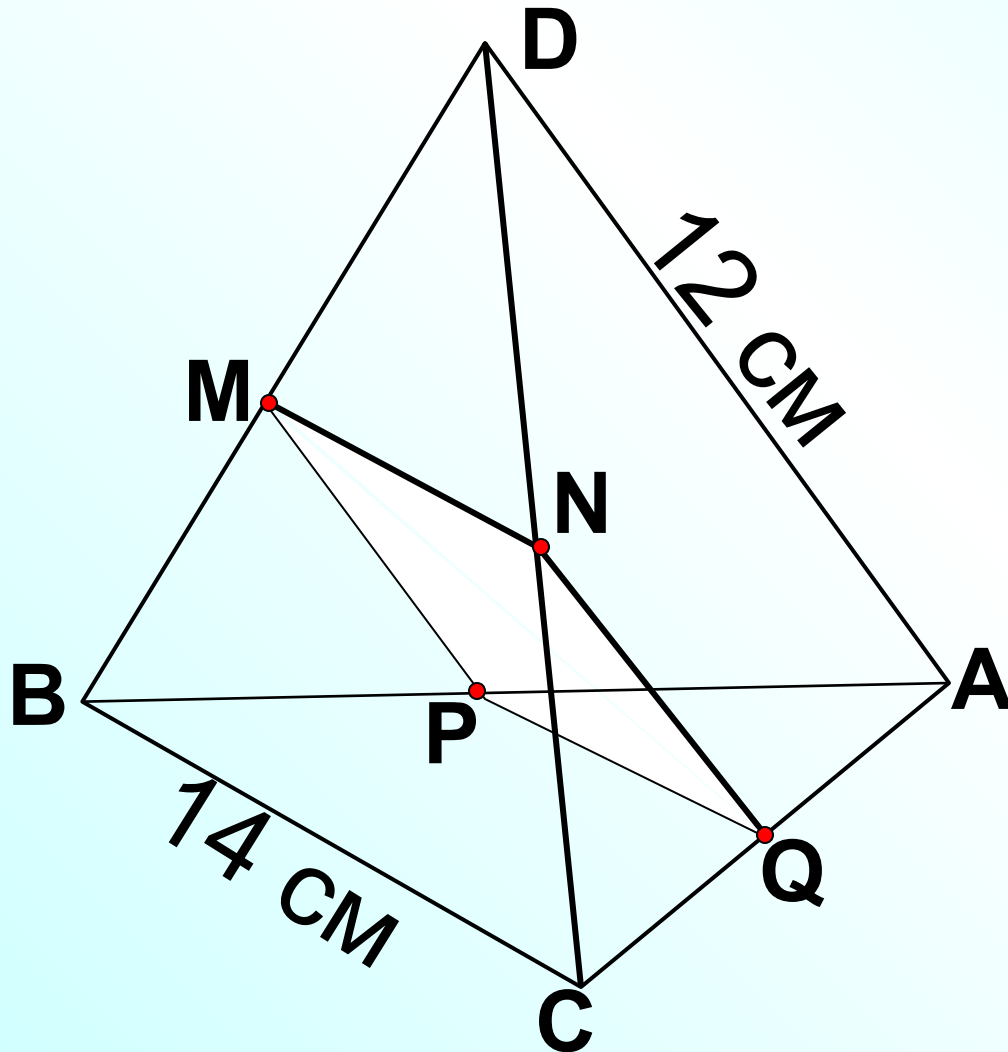
1) Точка **K** и прямая **a** определяют плоскость.

Докажем, что прямая **b** лежит в этой плоскости.

Допустим, что прямая **b** пересекает плоскость α . Тогда по лемме **c** также пересекает α . По лемме и **a** также пересекает α . Это невозможно, т.к. **a** лежит в плоскости α

2) Используя метод от противного объясните почему прямые **a** и **b** не пересекаются.

Точки M, N, P и Q – середины отрезков BD, CD, AB и AC.



$P_{MNQP} - ?$