

Урок алгебры в 11 классе

*Свойства корня
n-ой степени*



Теорема 1. *Корень n-ой степени ($n = 2, 3, 4, \dots$) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n-ой степени из этих чисел.*

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Пример 1.

Вычислить: $\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

Пример 2.

Вычислить:
$$\begin{aligned} \sqrt[4]{108 \cdot 192} &= \sqrt[4]{3^4 \cdot 4} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 4^3} = \\ &= \sqrt[4]{3^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4^3} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 4^4} = \\ &= \sqrt[4]{(3 \cdot 4)^4} = 3 \cdot 4 = 12 \end{aligned}$$

Теорема 2. Корень n -ой степени из отношения неотрицательного числа a и положительного числа b равен отношению корней n -ой степени из этих чисел.

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример 3.

Вычислить: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1,5$

Пример 4.

Вычислить: $\frac{\sqrt[4]{405}}{\sqrt[4]{80}} = \sqrt[4]{\frac{405}{80}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 81}{5 \cdot 16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2} = 1,5$

Пример 5.

Вычислить:
$$\sqrt[5]{7 \frac{19}{32}} = \sqrt[5]{\frac{243}{32}} = \frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Теорема 3. Чтобы возвести корень n -ой степени из неотрицательного числа a в натуральную степень k , надо в эту степень возвести подкоренное выражение.

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

Пример 6.

Вычислить: $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

Теорема 4. *Чтобы извлечь корень n -ой степени из корня k -ой степени из неотрицательного числа a , надо извлечь корень kn -ой степени из этого числа.*

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример 7.

Упростить выражение: а) $\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[3 \cdot 2]{a} = \sqrt[6]{a}$

б) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[4 \cdot 3]{a} = \sqrt[12]{a}$

Теорема 5. Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же число, то значение корня не изменится.

$$m p \sqrt[m p]{a^{k p}} = m \sqrt[m]{a^k}$$

Пример 8. а) ${}^{12}\sqrt{a^{16}} = {}^3\sqrt{a^4}$ б) ${}^3\sqrt{a} = {}^6\sqrt{a^2}$

Пример 9.

Упростим выражение:

$$\begin{aligned} \sqrt{a} \cdot {}^3\sqrt{a} \cdot {}^4\sqrt{a} &= {}^{12}\sqrt{a^6} \cdot {}^{12}\sqrt{a^4} \cdot {}^{12}\sqrt{a^3} = \\ &= {}^{12}\sqrt{a^6 \cdot a^4 \cdot a^3} = {}^{12}\sqrt{a^{13}} \end{aligned}$$

Самостоятельная работа

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Вычислите:

$$a) \frac{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{16}};$$

$$a) \frac{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{81}};$$

$$б) \sqrt[3]{3 \frac{3}{8}}.$$

$$б) \sqrt[4]{5 \frac{1}{16}}.$$

2. Упростите выражение:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3}.$$

$$\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[5]{a^3}.$$

Самопроверка самостоятельной работы.

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Вычислите:

а) 1,5;

а) $\frac{2}{3}$;

б) 1,5.

б) 1,5.

2. Упростите выражение:

$$\sqrt[12]{a^{23}}.$$

$$\sqrt[60]{a^{91}}.$$