Урок алгебры в 11 классе

Свойства корня n-ой степени

Теорема 1. ***Корень n-ой степени (n = 2, 3, 4, ...) из произведения двух неотрицательных чисел равен произведению корней n-ой степени из этих чисел.***

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

Пример 1.

Вычислить: $\sqrt[3]{27 \cdot 64} = \sqrt[3]{27} \cdot \sqrt[3]{64} = 3 \cdot 4 = 12$

Пример 2.

Вычислить: $\sqrt[4]{108 \cdot 192} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 4} \cdot \sqrt[4]{3 \cdot 4^3} =$

$$= \sqrt[4]{3^3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4^3} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 4^4} =$$

$$= \sqrt[4]{(3 \cdot 4)^4} = 3 \cdot 4 = 12$$

Теорема 2. ***Корень n-ой степени из отношения неотрицательного числа a и положительного числа b равен отношению корней n-ой степени из этих чисел.***

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Пример 3.

Вычислить: $\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

Пример 4.

Вычислить: $\frac{\sqrt[4]{405}}{\sqrt[4]{80}} = \sqrt[4]{\frac{405}{80}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 81}{5 \cdot 16}} = \sqrt[4]{\frac{81}{16}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$

Пример 5.

Вычислить: $$\sqrt[5]{7\frac{19}{32}}=\sqrt[5]{\frac{243}{32}}=\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[5]{32}}=\frac{3}{2}=1{,}5$$

Теорема 3. ***Чтобы возвести корень n-ой степени из неотрицательного числа a в натуральную степень k, надо в эту степень возвести подкоренное выражение.***

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^k = \sqrt[n]{a^k}$$

<u>Пример 6.</u>

Вычислить: $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{\left(2^2\right)^3} = \sqrt[3]{4^3} = 4$

Теорема 4. ***Чтобы извлечь корень n-ой степени из корня k-ой степени из неотрицательного числа a, надо извлечь корень kn-ой степени из этого числа.***

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

Пример 7.

Упростить выражение:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[3\cdot 2]{a} = \sqrt[6]{a}$

б) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[4\cdot 3]{a} = \sqrt[12]{a}$

Теорема 5. ***Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же число, то значение корня не изменится.***

$$\sqrt[mp]{a^{kp}} = \sqrt[m]{a^{k}}$$

Пример 8. $a)\ \sqrt[12]{a^{16}} = \sqrt[3]{a^{4}}$ $\quad б)\ \sqrt[3]{a} = \sqrt[6]{a^{2}}$

Пример 9.
Упростим выражение:

$$\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[4]{a} = \sqrt[12]{a^{6}}\cdot\sqrt[12]{a^{4}}\cdot\sqrt[12]{a^{3}} =$$

$$= \sqrt[12]{a^{6}\cdot a^{4}\cdot a^{3}} = \sqrt[12]{a^{13}}$$

Самостоятельная работа

Вариант 1.

Вариант 2.

1. Вычислите:

Вариант 1:

$a)\ \dfrac{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{9}}{\sqrt[4]{16}};$

$б)\ \sqrt[3]{3\dfrac{3}{8}}.$

Вариант 2:

$a)\ \dfrac{\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{81}};$

$б)\ \sqrt[4]{5\dfrac{1}{16}}.$

2. Упростите выражение:

Вариант 1:

$\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}.$

Вариант 2:

$\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a}\cdot\sqrt[5]{a^3}.$

Самопроверка самостоятельной работы.

Вариант 1. **Вариант 2.**

1. Вычислите:

Вариант 1:

$a)\ 1{,}5;$

$б)\ 1{,}5.$

Вариант 2:

$a)\ \dfrac{2}{3};$

$б)\ 1{,}5.$

2. Упростите выражение:

Вариант 1: $\sqrt[12]{a^{23}}.$

Вариант 2: $\sqrt[60]{a^{91}}.$