

ДЗ на 6_10:

- 1) Повторить *все переводы* из одной СС в другую (подготовка к контрольной работе №1 «Системы счисления» (Поляков §7-10 или презентация),
- 2) Знать первые десять степеней 2.
- 3) Перевести (все вычисления и пояснения в тетради):
 1. Переведите в двоичную СС $B9230_{16}$
 2. Переведите в шестнадцатеричную СС 1101110010011_2
 3. Переведите число $8F5C_{16}$ в восьмеричную СС самым коротким способом.
 4. Переведите 129_{12} в десятичную СС

Системы счисления

§ 7. Системы счисления

§ 8. Двоичная система счисления

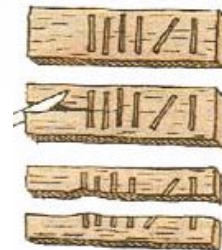
§ 9. Восьмеричная система счисления

§ 10. Шестнадцатеричная система счисления

Что такое система счисления?

Система счисления — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — *цифр*, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

Счёт на пальцах:



Унарная (лат. *unus* – один) – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



- только натуральные числа
- запись больших чисел – длинная (1 000 000?)

Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления — это такая система, в которой значение цифры не зависит от её места (позиции) в записи числа.

- унарная
- египетская десятичная
- римская
- славянская
- и другие...

Египетская десятичная система

черта	– 1	лотос	 – 1000	 – 1000000
хомут	∩ – 10	палец	 – 10000	человек
верёвка	⊙ – 100	лягушка	 – 100000	

$$\downarrow \odot \odot \cap \cap \cap \cap \parallel \parallel \parallel \parallel = 1235$$

$$2014 = \downarrow \downarrow \cap \parallel \parallel \parallel \parallel$$

Римская система счисления



Жуковский / Б. Е. 1644 /
10/11-880.

- I — 1 (палец)
- V — 5 (раскрытая ладонь)
- X — 10 (две ладони)
- L — 50
- C — 100 (*Centum*)
- D — 500 (*Demimille*)
- M — 1000 (*Mille*)



Спасская башня
Московского Кремля

Римская система счисления

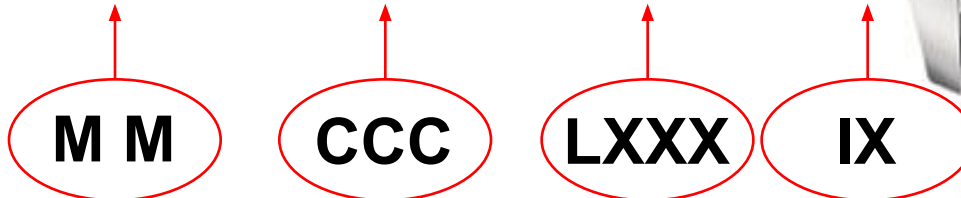
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$

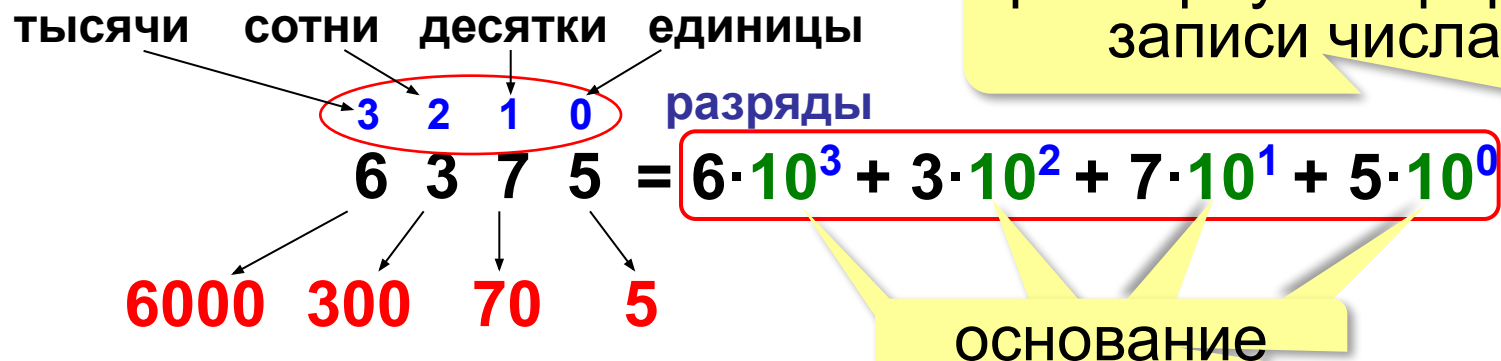


$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$



Определения

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.



Алфавит системы счисления — это используемый в ней набор цифр.

Основание системы счисления — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

Разряд — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

Другие позиционные системы

- двоичная

$$\begin{array}{cccccc} & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 2^4 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 22$$

- восьмеричная система

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 4 & 5 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 8^2 & 8^1 & 8^0 \end{array} = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 101$$

счисления

 $N^0 = 1$

- шестнадцатеричная

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 2 & 3 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 16^2 & 16^1 & 16^0 \end{array} = 1 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 3 \cdot 16^0 = 291$$

- и другие...

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 1 & 2 & 3 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 5^2 & 5^1 & 5^0 \end{array} = 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 38$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 4 & 5 & 6 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 7^2 & 7^1 & 7^0 \end{array} = 4 \cdot 7^2 + 5 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 210$$

$$\begin{array}{ccc} & 2 & 1 & 0 \\ & 5 & 7 & 8 \\ & \cdot & \cdot & \cdot \\ & 8^2 & 8^1 & 8^0 \end{array} = 5 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 8 \cdot 8^0 = 424$$



Позиционные системы счисления

Задача. В некоторой системе счисления число **58** записывается как **46_x** . Определите основание x этой системы счисления.

Переведём **46_x** в десятичную систему:

$$46_x = 4 \cdot x^1 + 6 = 4x + 6$$

$$4x + 6 = 58$$

$$4x = 52$$

$$x = 13$$

Системы счисления

§ 2. Двоичная система счисления

Двоичная система счисления

Основание (количество цифр): 2

Алфавит: 0, 1



- нужны только устройства с **двумя состояниями**
- компьютеру проще выполнять **вычисления** (умножение сводится сложению и т.п.)



- **длинная** запись чисел: $1024 = 10000000000_2$
- запись **однородна** (только 0 и 1)

Перевод в десятичную систему

$$2 \rightarrow 10$$

4 3 2 1 0 разряды

$$10011_2 = 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

$$10 \rightarrow 2$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

Выделение степеней числа 2:

$$21 = 16 + 5 = 16 + 4 + 1 = 10101_2$$

 2^4
 2^4
 2^2
 2^0

$$21 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 +$$

$$1 \cdot 2^0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1$$

Выделение степеней числа 2

77 **10** → 2

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1
				1	0	0	1	1	0	1

$$77 = 64 + 8 + 4 + 1$$

$$77 = 1001101_2$$

Другой способ (последовательное деление)

10 → 2

$$\begin{array}{r|l}
 19 & 2 \\
 \hline
 18 & 9 \\
 \hline
 1 & 8 \\
 \hline
 & 4 \\
 & \hline
 & 4 \\
 & \hline
 & 2 \\
 & \hline
 & 2 \\
 & \hline
 & 1 \\
 & \hline
 & 0 \\
 & \hline
 & 0 \\
 & \hline
 & 2 \\
 & \hline
 & 0 \\
 & \hline
 & 1
 \end{array}$$

19 = 10011₂

Сложение в двоичной системе

10

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 789 \\
 + 567 \\
 \hline
 1356
 \end{array}$$



Когда перенос?

2

$$\begin{array}{r}
 11111 \\
 10110_2 \\
 + 11101_2 \\
 \hline
 1010001_2
 \end{array}$$



Перенос, когда > 1 !

$$1 + 1 = 2 = 10_2$$

$$1 + 1 + 1 = 3 = 11_2$$

Сложение в двоичной системе

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 10011_2 \\ \hline \end{array}$$

Вычитание в двоичной системе

10

$$\begin{array}{r}
 \overset{\bullet}{0} \overset{\bullet}{9} \overset{\bullet}{1} \\
 \cancel{1} \cancel{0} \cancel{2} \cancel{1} \\
 - \quad 5 \quad 6 \quad 7 \\
 \hline
 0 \quad 4 \quad 5 \quad 4
 \end{array}$$

+10

+10

?

Когда берем заём?
Чему он равен?

2

$$\begin{array}{r}
 \overset{\bullet}{0} \overset{\bullet}{1} \overset{\bullet}{1} \overset{\bullet}{0} \\
 \cancel{1} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{0} \cancel{1} \cancel{0} \cancel{1} \\
 - \quad \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\
 \hline
 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0
 \end{array}$$

+2

+2

2

!

Заём равен 2!

Вычитание в двоичной системе

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ - 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ - 10101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ - 110101_2 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

Системы счисления

§ 3. Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7



Что неправильно?

3275₈

~~6986₈~~

~~5482₈~~

~~319₈~~

Из восьмеричной в десятичную

8 → 10

2 1 0 разряды

$$144_8 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0$$

$$= 64 + 32 + 4 = 100$$

Переведите:

$$12_8 =$$

$$57_8 =$$

$$64_8 =$$

$$77_8 =$$



На что делится?

$$120_8$$

$$5700_8$$

Восьмеричная система счисления

10 → 8

$$\begin{array}{r|l}
 100 & 8 \\
 \hline
 96 & 12 \\
 \hline
 4 & 8 \\
 \hline
 & 1 \\
 & 0 \\
 & \hline
 & 0 \\
 & 1
 \end{array}$$

$$100 = 144_8$$

Переведите:

$$31 =$$

$$126 =$$

$$91 =$$

$$172 =$$

СВЯЗЬ С ДВОИЧНОЙ СИСТЕМОЙ

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как **три** двоичных (*триада*)!

$$1625_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{110}_6 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

0	1	2	3	4	5	6	7
000	001	010	011	100	101	110	111

Перевод из двоичной в восьмеричную

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

$1\ 1\ 3\ 5\ 7$

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Перевести:

Переведите в двоичную систему:

$$375_8 =$$

$$5246_8 =$$

Переведите в восьмеричную систему:

$$1010011_2 =$$

$$10101100_2 =$$

Системы счисления

§ 4. Шестнадцатеричная система счисления

Шестнадцатеричная система

Основание: 16

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, **F**
 10 11 12 13 14 15



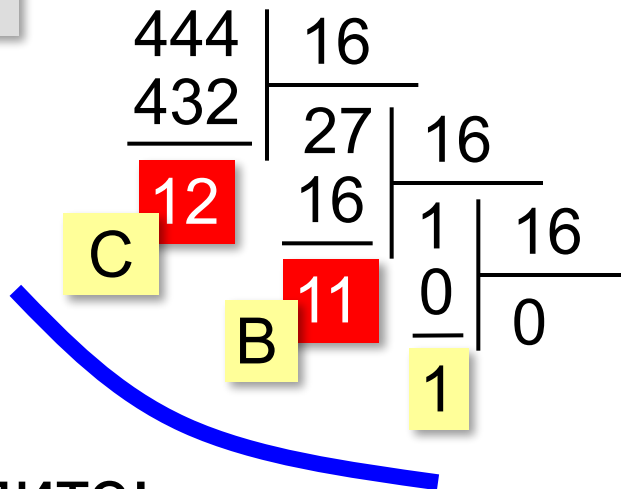
Что неправильно?

34AF5₁₆
9FF61₁₆

~~**5BGG**~~₁₆
~~**ADH23**~~₁₆

Перевод в шестнадцатеричную систему

10 → 16



$$444 = 1BC_{16}$$

Переведите:

$$31 =$$

$$91 =$$

$$126 =$$

$$172 =$$

Перевод из шестнадцатеричной системы

16 → 10

2 1 0 разряды

$$1BC_{16} = 1 \cdot 16^2 + B \cdot 16^1 + C \cdot 16^0$$

$$= 1 \cdot 256 + 12 \cdot 16 + 12$$

Переведите $= 256 + 176 + 12 = 444$

$$12_{16} =$$

$$5A_{16} =$$

$$B9_{16} =$$

$$AB_{16} =$$



На что делится?

$$120_{16}$$

$$5700_{16}$$

Связь с двоичной системой счисления

$$16 = 2^4$$



Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как **четыре** двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \quad \underbrace{1111}_{F(15)} \quad \underbrace{0001}_1 \quad \underbrace{1010}_{A(10)}_2$$

0	1	2	3	4	5	6	7
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111

8	9	A(10)	B(11)	C(12)	D(13)	E(14)	F(15)
1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

Перевод из двоичной системы

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$
 $1\ 2\ E\ F$

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Связь с двоичной системой счисления

Переведите в двоичную систему:

$$EA1238_{16} =$$

Переведите в шестнадцатеричную систему :

$$11111010011_2 =$$

Переведите в восьмеричную систему :

$$2FA_{16} =$$

Переведите в шестнадцатеричную систему :

$$165_8 =$$