Программирование на языке Python

§ 54. Введение в язык § 54. Введение в язык Python
§ 55. Вычисления
§ 56. Ветвления
§ 57. Циклические алгоритмы
§ 58. Циклы по переменной
§ 59. Процедуры
§ 60. Функции
§ 61. Рекурсия

© К.Ю. Поляков, Е.А. Ерёмин, 2018 http://kpolyakov.spb.ru

Программирование на языке Python

§ 54. Введение в язык Python

Простейшая программа

```
# Это пустая программа
```

? Что делает эта программа?

комментарии после # не обрабатываются

кодировка utf-8 по умолчанию)

```
# -*- coding: utf-8 -*-
# Это пустая программа
```

Windows: `cp1251`

```
"""
Это тоже комментарий
"""
```

Вывод на экран

```
print ( "2+2=?" )
print ( "Ответ: 4" )
```

автоматический переход на новую строку

Протокол:

```
2+2=?
Ответ: 4
```

```
print ( '2+2=?' )
print ( 'Ответ: 4' )
```

Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

```
Введите два целых числа
25 30
25+30=55
```

компьютер

пользователь

компьютер считает сам!

?

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

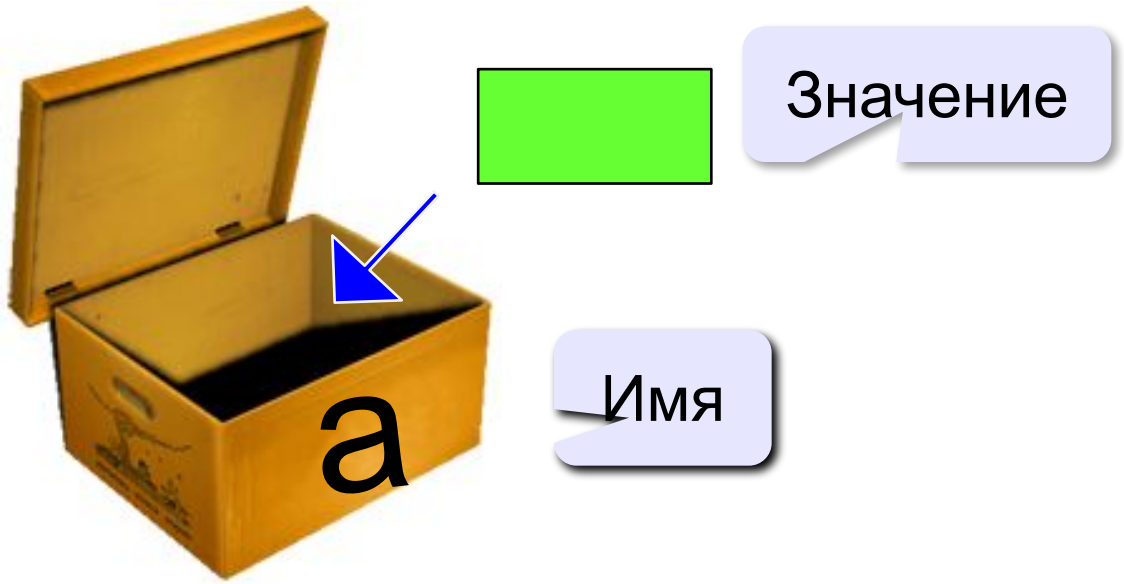
```
ввести два числа
вычислить их сумму
вывести сумму на экран
```

Псевдокод – алгоритм на русском языке с элементами языка программирования.

Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z, a-z)

заглавные и строчные буквы **различаются**

- русские буквы (не рекомендуется!)
- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

- ~~скобки~~
- ~~знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

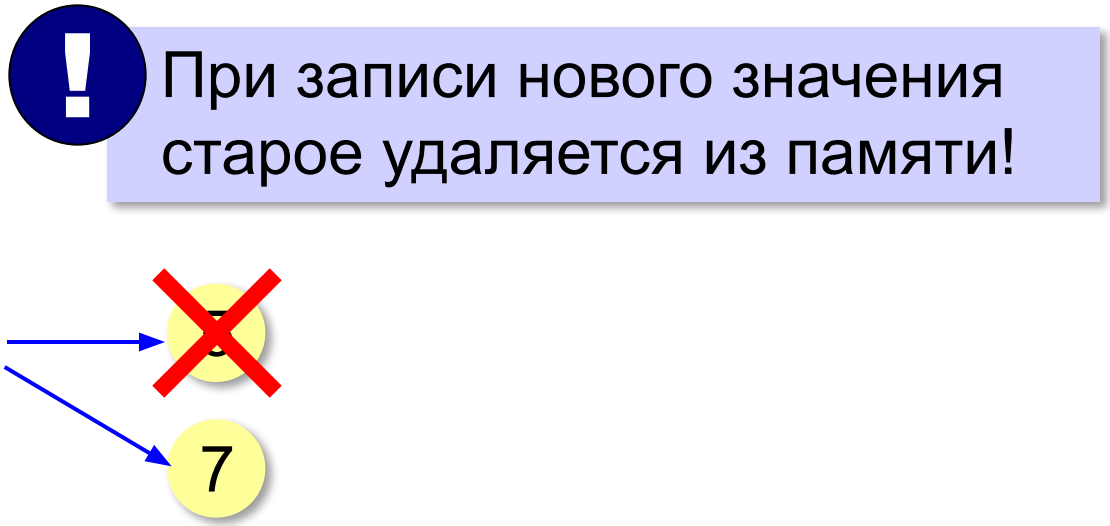
AXby R&B 4Wheel Вася “PesBarbos”
TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Как записать значение в переменную?

оператор присваивания

```
a = 5
```

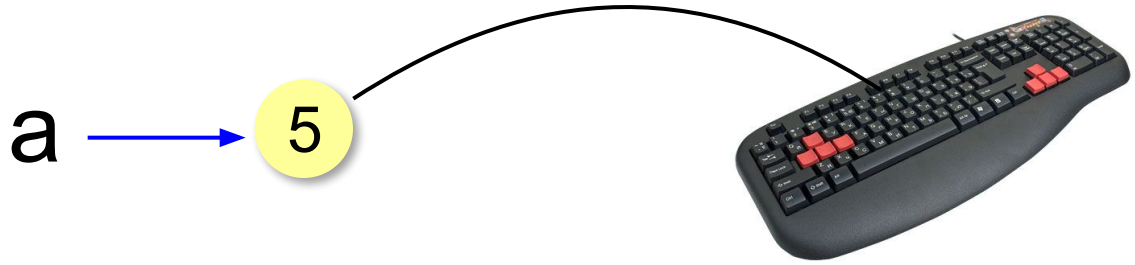
```
a = 7
```



Оператор – это команда языка программирования (инструкция).

Оператор присваивания – это команда для записи нового значения переменной.

Ввод значения с клавиатуры



1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
2. Введенное значение записывается в переменную **a** (связывается с именем **a**)

Ввод значения с клавиатуры

```
a = input()
b = input()
c = a + b
print ( c )
```

ввести строку с клавиатуры и связать с переменной **a**

Протокол:

```
21
33
2133
```

? Почему?

! Результат функции **input** – строка символов!

преобразовать в целое число

```
a = int( input() )
b = int( input() )
```

Ввод двух значений в одной строке

```
a, b = map ( int, input().split() )
```

21 33 — `input()` — ввести строку с клавиатуры

21 33 — `input().split()` — разделить строку на части по пробелам

целые — применить

21 33 — `map ( int, input().split() )`

эту операцию — к каждой части

```
a, b = map ( int, input().split() )
```

Ввод с подсказкой

```
a = input ( "Введите число: " )
```

```
Введите число: 26
```

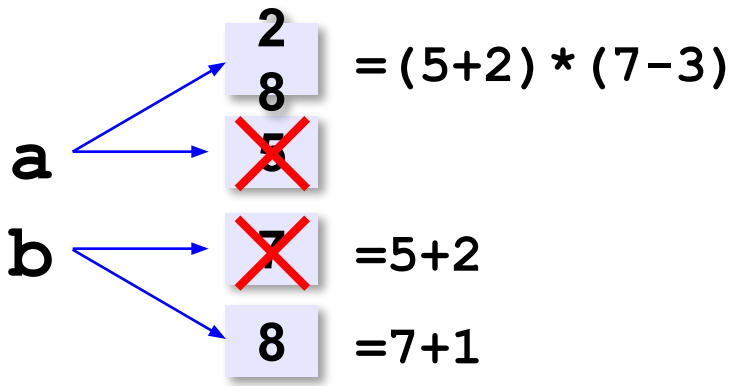
подсказка

Что не так?

```
a = int( input("Введите число: ") )
```

Изменение значений переменной

```
a = 5
b = a + 2
a = (a + 2)*(b - 3)
b = b + 1
```



Вывод данных

```
print ( a )
```

значение переменной

```
print ( "Ответ: ", a )
```

значение и текст

перечисление через запятую

```
print ( "Ответ: ", a+b )
```

вычисление выражения

```
print ( a, "+", b, "=", c )
```

```
2 + 3 = 5
```

через пробелы

```
print ( a, "+", b, "=", c, sep = "" )
```

```
2+3=5
```

убрать разделители

Сложение чисел: простое решение

```
a = int( input() )
b = int( input() )
c = a + b
print( c )
```

Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

```
print( "Введите два числа: " )
a=int( input() )
b=int( input() )
c=a+b
print( a, "+", b, "=", c )
```

подсказка

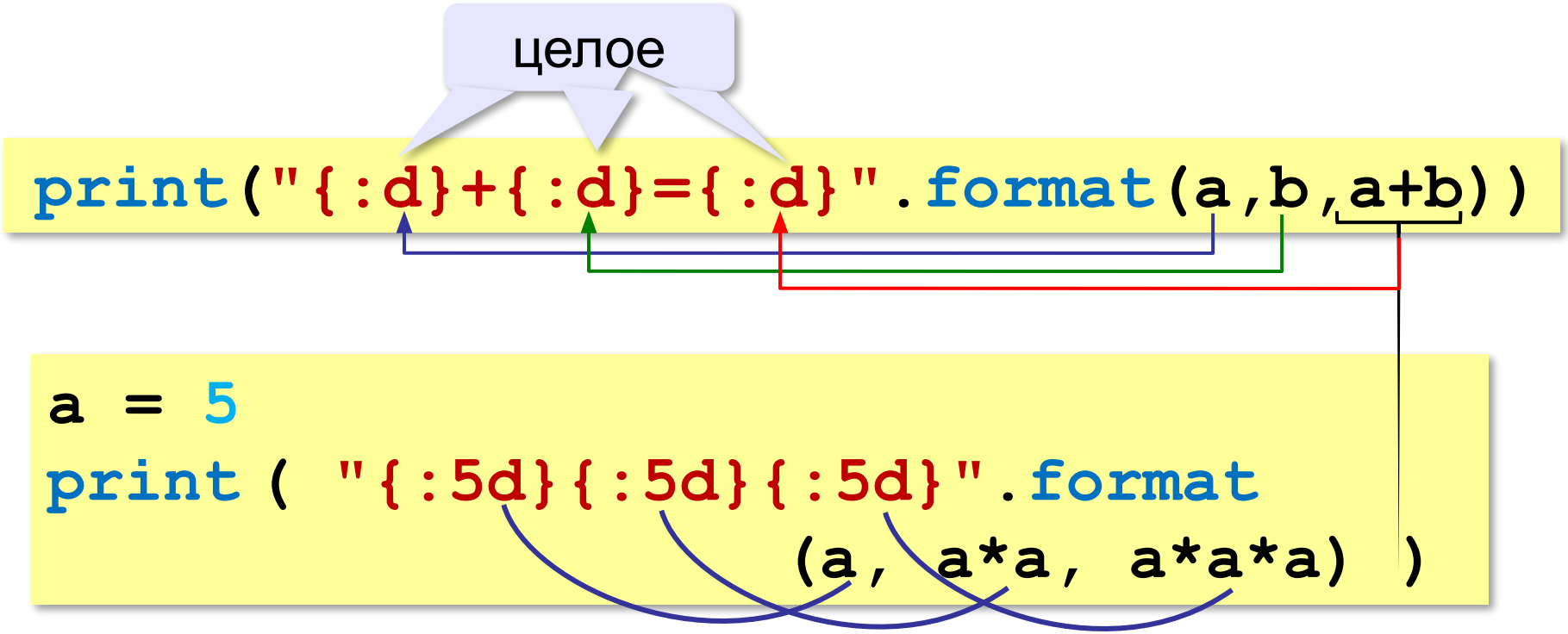
компьютер

Протокол:

```
Введите два целых числа
25
30
25 + 30 = 55
```

пользователь

Форматный вывод



Типы переменных

- `int` # целое
- `float` # вещественное
- `bool` # логические значения
- `str` # символьная строка

```
a = 5
print( type(a) )
a = 4.5
print( type(a) )
a = True
print( type(a) )
a = "Вася"
print( type(a) )
```

```
<class 'int'>
<class 'float'>
<class 'bool'>
<class 'str'>
```

Зачем нужен тип переменной?

Тип определяет:

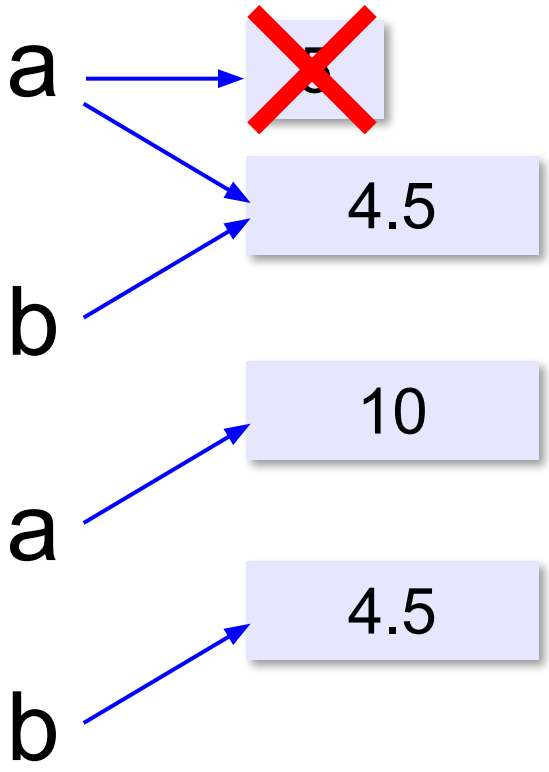
- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных

Размещение переменных в памяти

оператор присваивания

При записи нового значения старое удаляется из памяти!

```
a = 5
a = 4.5
b = a
a = 10
```



«сборщик мусора»

Арифметическое выражения

```
          3    1  2   4       5   6
a = (c + b**5*3 - 1) / 2 * d
```

Приоритет (*старшинство*):

1) скобки
2) возведение в степень **
3) умножение и деление
4) сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b^5 \cdot 3 - 1}{2} \cdot d$$

```
a = (c + b*5*3 - 1) \
              / 2 * d
```

перенос на следующую строку

```
a = (c + b*5*3
              - 1) / 2 * d
```

перенос внутри скобок разрешён

Деление

Классическое деление:

```
a = 9; b = 6
x = 3 / 4     # = 0.75
x = a / b     # = 1.5
x = -3 / 4    # = -0.75
x = -a / b    # = -1.5
```

Целочисленное деление (округление «вниз»!):

```
a = 9; b = 6
x = 3 // 4     # = 0
x = a // b     # = 1
x = -3 // 4    # = -1
x = -a // b    # = -2
```

Сокращенная запись операций

```
a += b   # a = a + b
a -= b   # a = a - b
a *= b   # a = a * b
a /= b   # a = a / b
a //= b  # a = a // b
a %= b   # a = a % b
```

```
a += 1
```

увеличение на 1

Множественное присваивание:

```
a = b = 0      # b = 0, a = b
a, b = 1, 2    # a = 1; b = 2
```

Программирование на языке Python

§ 55. Вычисления

Остаток от деления

`%` – остаток от деления

```
d = 85
b = d // 10
a = d % 10
d = a % b
d = b % a
```

Для отрицательных чисел:

```
a = -7
b = a // 2   # -4
d = a % 2    # 1
```

! Как в математике!

остаток ≥ 0

-7 = (-4)*2 + 1

Вещественные числа

Целая и дробная части числа разделяются **точкой**!

Форматы вывода:

```
x = 123.456
print( x )
print("{:10.2f}".format(x))
```

```
123.456
␣␣␣␣ 123.46
```

всего знаков

в дробной части

```
print("{:10.2g}".format(x))
```

```
␣␣␣1.2e+02
```

значащих цифр

$1{,}2 \cdot 10^2$

Вещественные числа

Экспоненциальный формат:

```
x = 1./30000
print("{:e}".format(x))
x = 12345678.
print("{:e}".format(x))
```

3,333333 · 10^{-5}

```
3.333333e-05
```

1,234568 · 10^{7}

```
1.234568e+07
```

```
x = 123.456
print("{:e}".format(x))
print("{:10.2e}".format(x))
```

```
1.234560e+02
␣␣1.23e+02
```

всего знаков

в дробной части

Стандартные функции

abs(x) – модуль числа

int(x) – преобразование к целому числу

round(x) – округление

```
x = abs( -1.6 )      # 1.6
x = int( -1.6 )      # -1
x = round( -1.6 )    # -2
```

bin(x) – в двоичную систему

oct(x) – в восьмеричную систему

hex(x) – в шестнадцатеричную систему

```
x = bin( 29 )   # '0b11101'
x = oct( 29 )   # '0o35'
x = hex( 29 )   # '0x1d'
```

Математические функции

```
import math
```

подключить математический модуль

```
math.pi        – число «пи»
math.sqrt(x)   – квадратный корень
math.sin(x)    – синус угла, заданного в радианах
math.cos(x)    – косинус угла, заданного в радианах
math.exp(x)    – экспонента e^x
math.ln(x)     – натуральный логарифм
math.floor(x)  – округление «вниз»
math.ceil(x)   – округление «вверх»
```

```
x = math.floor(1.6)  # 1
x = math.ceil(1.6)   # 2
```

```
x = math.floor(-1.6)  #-2
x = math.ceil(-1.6)   #-1
```

Документирование программы

```
from math import sqrt
print("Введите a, b, c:")
a, b, c = map(float, input().split())
D = b*b - 4*a*c
if D < 0:
  print("Нет")
else:
  x1 = (-b + sqrt(D))/(2*a)
  x2 = (-b - sqrt(D))/(2*a)
  print("x1={:5.3f} x2={:5.3f}".format(
                                x1, x2))
```

? Что делает?

Документирование программы

Руководство пользователя:

- назначение программы
- формат входных данных
- формат выходных данных
- примеры использования программы

Назначение:

программа для решения уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Формат входных данных:

значения коэффициентов a, b и c вводятся с клавиатуры через пробел в одной строке

Документирование программы

Формат выходных данных:

значения вещественных корней уравнения; если вещественных корней нет, выводится слово «нет»

Примеры использования программы:

1. Решение уравнения $x^2 - 5x + 1 = 0$

```
Введите a, b, c: 1 -5 1
x1=4.791 x2=0.209
```

2. Решение уравнения $x^2 + x + 6 = 0$

```
Введите a, b, c: 1 1 6
Нет.
```

Случайные числа

Случайно…

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?

Случайные числа на компьютере

Электронный генератор

- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно **564321**

в квадрате

318458191041

209938992481

- малый период (последовательность повторяется через 10^6 чисел)

Линейный конгруэнтный генератор

```
X = (a*X+b) % c | интервал от 0 до c-1
```

```
X = (X+3) % 10 | интервал от 0 до 9
```

X = 0 → 3 → 6 → 9 → 2 → 5 → 8

8 → 1 → 4 → 7 → 0

зерно

зацикливание

! Важен правильный выбор параметров a, b и c!

Компилятор GCC:

a = 1103515245

b = 12345

c = 2^{31}

Генератор случайных чисел

```
import random
```

англ. *random* – *случайный*

Целые числа на отрезке [a,b]:

```
X = random.randint(1,6) # псевдосл. число
Y = random.randint(1,6) # уже другое!
```

Генератор на [0,1):

```
X = random.random()  # псевдослучайное число
Y = random.random()  # это уже другое число!
```

Генератор на [a, b] (вещественные числа):

```
X = random.uniform(1.2, 3.5)
Y = random.uniform(1.2, 3.5)
```

Генератор случайных чисел

```
from random import *
```

подключить все!

Целые числа на отрезке [a,b]:

```
X = randint(10,60) # псевдослучайное число
Y = randint(10,60) # это уже другое число!
```

Генератор на [0,1):

```
X = random(); # псевдослучайное число
Y = random()  # это уже другое число!
```

Генератор на [a, b] (вещественные числа):

```
X = uniform(1.2, 3.5) # псевдосл. число
Y = uniform(1.2, 3.5) # уже другое число!
```

Задачи

«A»: Ввести с клавиатуры три целых числа, найти их сумму, произведение и среднее арифметическое.

Пример:

```
Введите три целых числа:
5 7 8
5+7+8=20
5*7*8=280
(5+7+8)/3=6.667
```

«B»: Ввести с клавиатуры координаты двух точек (A и B) на плоскости (вещественные числа). Вычислить длину отрезка AB.

Пример:

```
Введите координаты точки A:
5.5 3.5
Введите координаты точки B:
1.5 2
Длина отрезка AB = 4.272
```

Задачи

«С»: Получить случайное трехзначное число и вывести через запятую его отдельные цифры.

Пример:

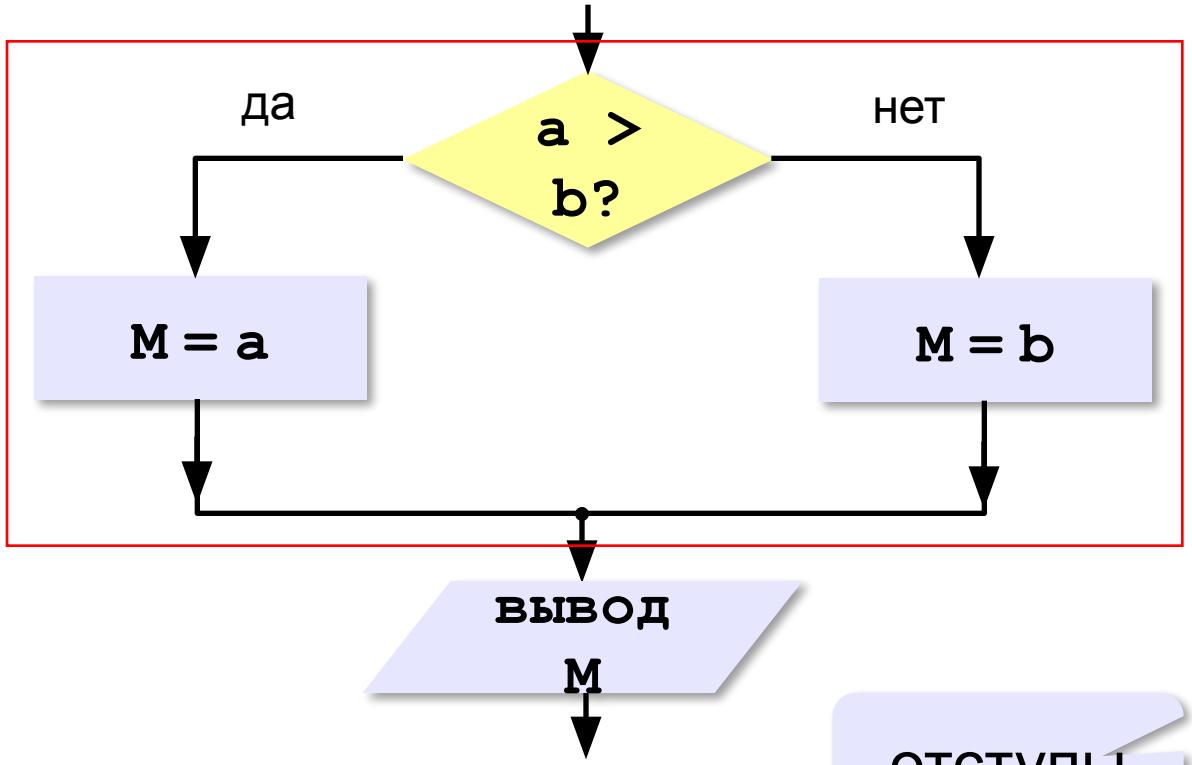
```
Получено число 123.
Его цифры 1, 2, 3.
```

Программирование на языке Python

§ 56. Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.



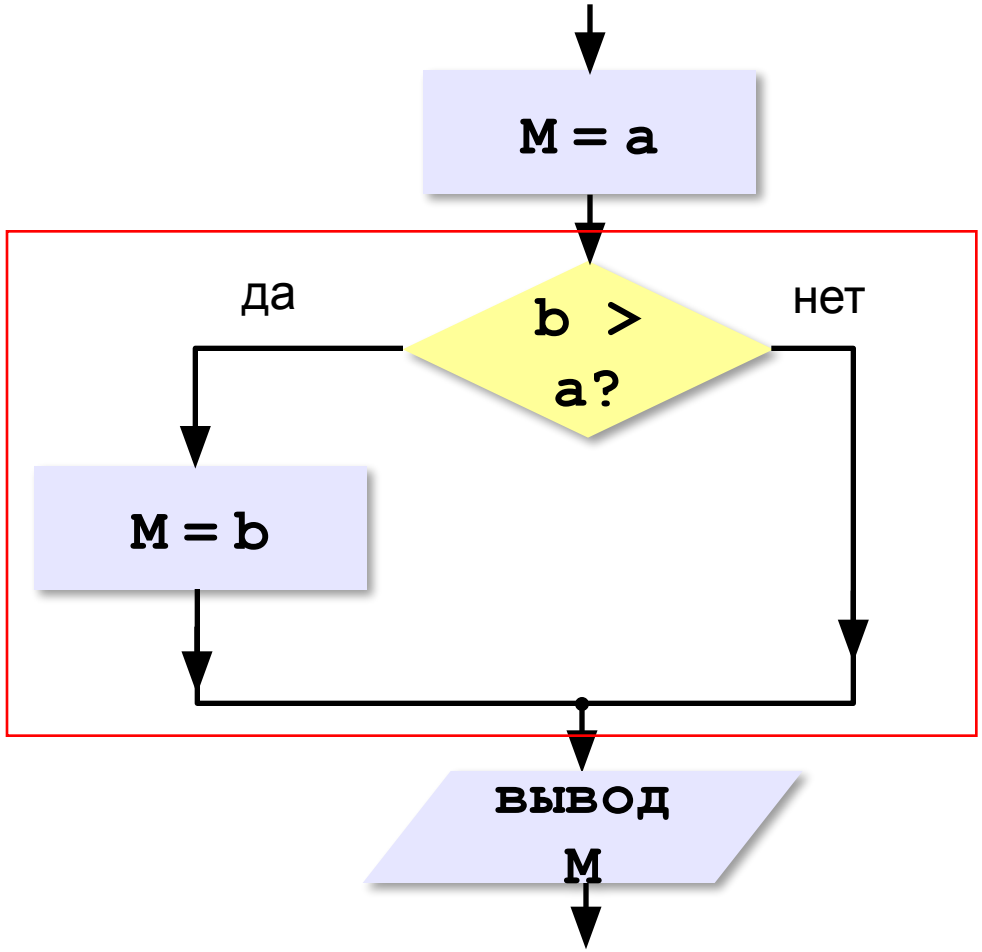
полная форма ветвления

? Если a = b?

```
if a > b:
    M = a
else:
    M = b
```

отступы

Условный оператор: неполная форма




```
M = a
if b > a:
   M = b
```

неполная форма ветвления

Решение в стиле Python:

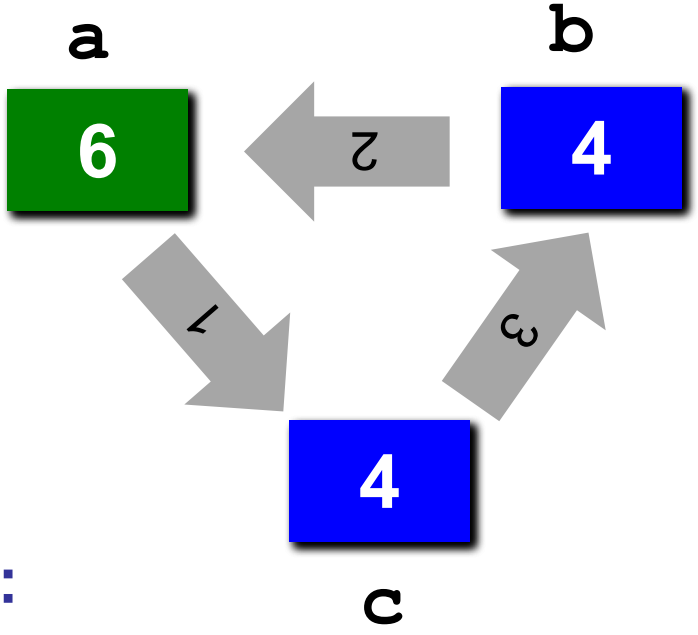
```
M = max(a, b)
```

```
M = a if a > b else b
```

Условный оператор

```
if a < b:
   c = a
   a = b
   b = c
```

? Что делает?



? Можно ли обойтись без переменной **c**?

Решение в стиле Python:

```
a, b = b, a
```

Знаки отношений

`>` `<`	больше, меньше
`>=`	больше или равно
`<=`	меньше или равно
`==`	равно
`!=`	не равно

Вложенные условные операторы

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?

Сколько вариантов?

```
if a > b:
   print("Андрей старше")
else:
   if a == b:
      print("Одного возраста")
   else:
      print("Борис старше")
```

Зачем нужен?

вложенный условный оператор

Каскадное ветвление

```
if a > b:
  print("Андрей старше")
elif a == b:
  print("Одного возраста")
else:
  print("Борис старше")
```

`elif = else if`

Каскадное ветвление

```
cost = 1500
if cost<1000:
  print( "Скидок нет." )
elif cost<2000:
  print( "Скидка 2%." )
elif cost<5000:
  print( "Скидка 5%." )
else:
  print( "Скидка 10%." )
```

первое сработавшее условие

? Что выведет?

```
Скидка 2%.
```

Задачи

«A»: Ввести три целых числа, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите три целых числа:
1 5 4
Максимальное число 5
```

«B»: Ввести пять целых чисел, найти максимальное из них.

Пример:

```
Введите пять целых чисел:
1 5 4 3 2
Максимальное число 5
```

Задачи

«С»: Ввести последовательно возраст Антона, Бориса и Виктора. Определить, кто из них старше.

Пример:

```
Возраст Антона: 15
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Борис старше всех.
```

Пример:

```
Возраст Антона: 17
Возраст Бориса: 17
Возраст Виктора: 16
Ответ: Антон и Борис старше Виктора.
```

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет** (включительно).

сложное условие

```
if v >= 25 and v <= 40 :
   print("подходит")
else:
   print("не подходит")
```

and «И»

or «ИЛИ»

not «НЕ»

Приоритет :

1)отношения (<, >, <=, >=, ==, !=)
2)**not** («НЕ»)
3)**and** («И»)
4)**or** («ИЛИ»)

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает три числа и выводит количество одинаковых чисел в этой цепочке.

Пример:

```
Введите три числа:
5 5 5
Все числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 5
Два числа одинаковые.
```

Пример:

```
Введите три числа:
5 7 8
Нет одинаковых чисел.
```

Задачи

«B»: Напишите программу, которая получает номер месяца и выводит соответствующее ему время года или сообщение об ошибке.

Пример:

```
Введите номер месяца:
5
Весна.
```

Пример:

```
Введите номер месяца:
15
Неверный номер месяца.
```

Задачи

«С»: Напишите программу, которая получает возраст человека (целое число, не превышающее 120) и выводит этот возраст со словом «год», «года» или «лет». Например, «21 год», «22 года», «25 лет».

Пример:

```
Введите возраст: 18
Вам 18 лет.
```

Пример:

```
Введите возраст: 21
Вам 21 год.
```

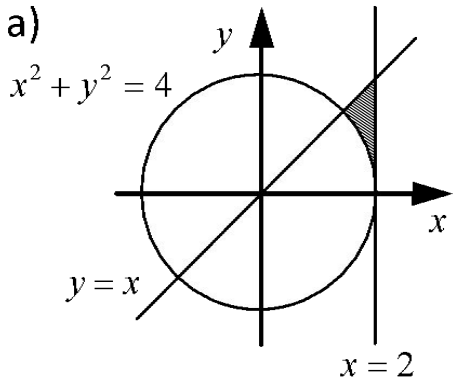
Пример:

```
Введите возраст: 22
Вам 22 года.
```

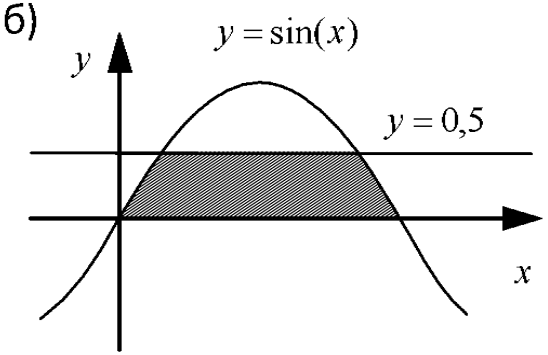
Задачи

«A»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

а)

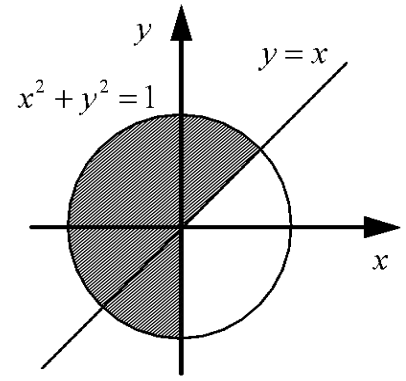


б)

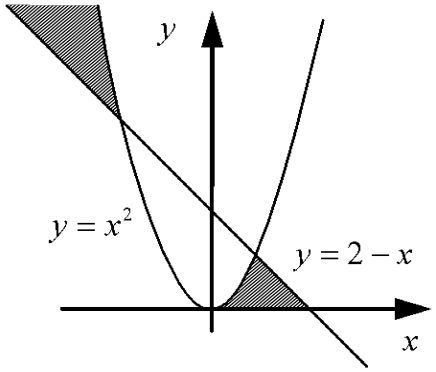


«B»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

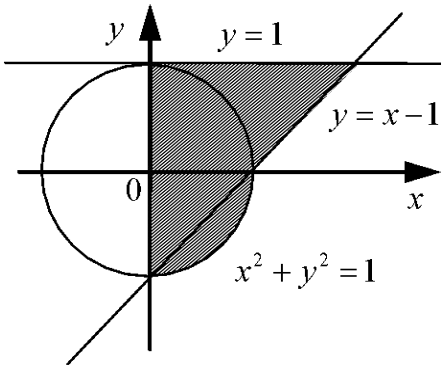
а)



б)

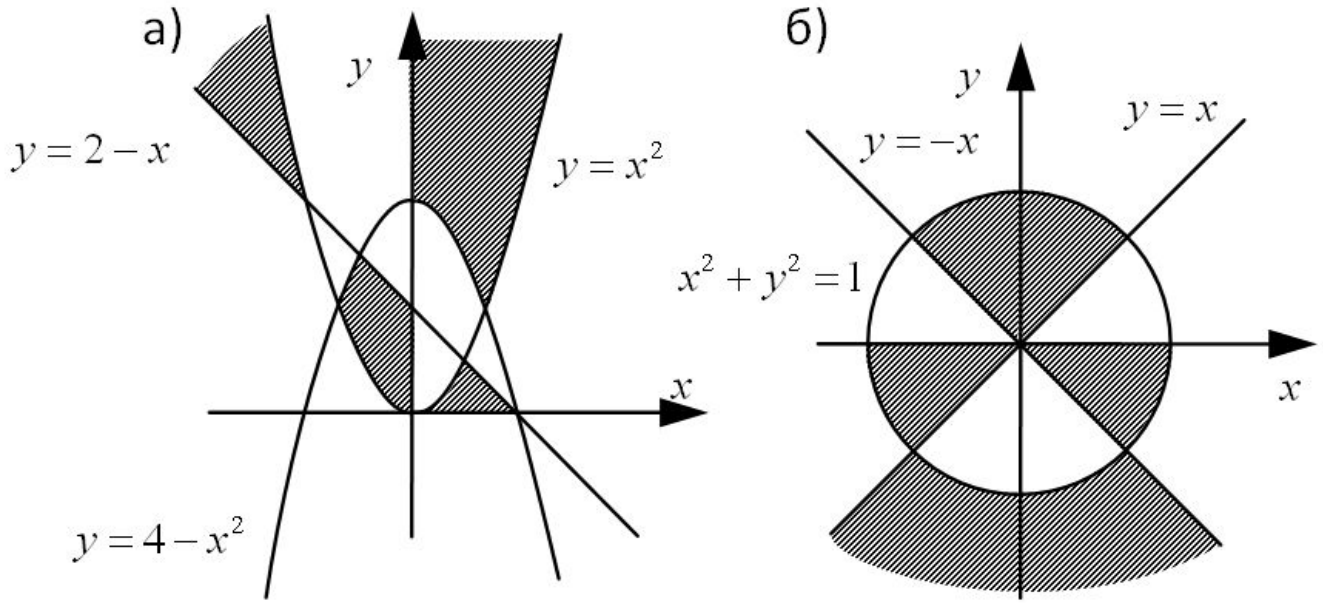


в)



Задачи

«C»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Программирование на языке Python

§ 57. Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».

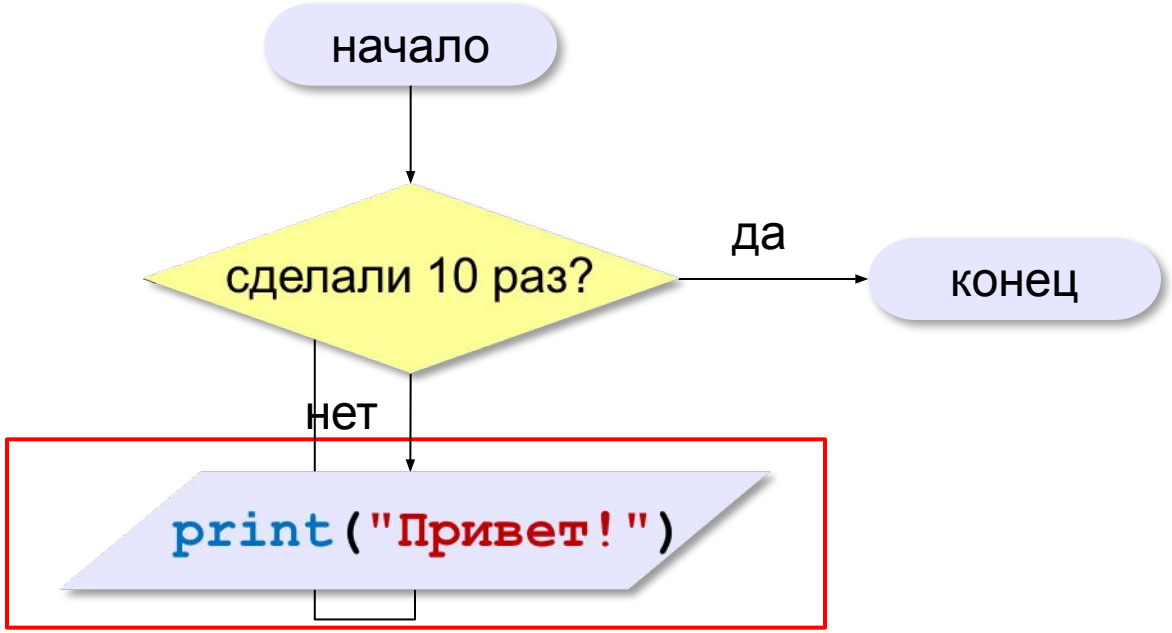
Можно ли решить известными методами?

Повторения в программе

```
print("Привет“)
print("Привет")
...
print("Привет")
```

Что плохо?

Блок-схема цикла



тело цикла

Как организовать цикл?

```
счётчик = 0
пока счётчик < 10:
   print("Привет")
   увеличить счётчик на 1
```

результат операции автоматически сравнивается с нулём!

```
счётчик = 10
пока счётчик > 0:
   print("Привет")
   уменьшить счётчик на 1
```

? Какой способ удобнее для процессора?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
счётчик = 0
пока n > 0:
   отсечь последнюю цифру n
   увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

? Как отсечь последнюю цифру?

```
n = n // 10
```

? Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик = счётчик + 1
```

```
счётчик += 1
```

Считаем цифры

начальное значение счётчика

условие продолжения

заголовок цикла

```
count = 0
while n > 0 :
    n = n // 10
    count += 1
```

тело цикла

! Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Максимальная цифра числа

Задача. Определить **максимальную цифру** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
n = int(input())
M = -1
while n > 0:
    d = n % 10
    if d > M:
        M = d
    n = n // 10
print( M )
```

последняя цифра

пока остались цифры

поиск максимума

? Что плохо!

отсечь последнюю цифру

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k = 0
while k < 10:
   print ( "привет" )
   k += 1
```

Зацикливание:

```
k = 0
while  k < 10:
   print ( "привет" )
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 4; b = 6
while a < b: a += 1
```

2 раза
a = 6

```
a = 4; b = 6
while a < b: a += b
```

1 раз
a = 10

```
a = 4; b = 6
while a > b: a += 1
```

0 раз
a = 4

```
a = 4; b = 6
while a < b: b = a - b
```

1 раз
b = -2

```
a = 4; b = 6
while a < b: a -= 1
```

зацикливание

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает два целых числа A и B (0 < A < B) и выводит квадраты всех натуральных чисел в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите два целых числа:
10 12
10*10=100
11*11=121
12*12=144
```

«B»: Напишите программу, которая получает два целых числа и находит их произведение, не используя операцию умножения. Учтите, что числа могут быть отрицательными.

Пример:

```
Введите два числа:
10 -15
10*(-15)=-150
```

Задачи

«C»: Ввести натуральное число N и вычислить сумму всех чисел Фибоначчи, меньших N. Предусмотрите защиту от ввода отрицательного числа N.

Пример:

```
Введите число N:
10000
Сумма 17709
```

Задачи-2

«A»: Ввести натуральное число и найти сумму его цифр.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Сумма цифр 15.
```

«B»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры, стоящие рядом.

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Нет.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12245
Да.
```

Задачи-2

«С»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры (не обязательно стоящие рядом).

Пример:

```
Введите натуральное число:
12342
Да.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
12345
Нет.
```

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока они не станут равны. Это число и есть НОД исходных чисел.

НОД(14,21) = НОД(14,7) = НОД(7, 7) = 7

```
пока a != b:
  если a > b:
    a -= b  # a = a - b
  иначе:
    b -= a  # b = b - a
```

```
while a != b:
  if a > b:
    a -= b
  else:
    b -= a
```

НОД(1998,2) = НОД(1996,2) = … = НОД(2, 2) = 2

Алгоритм Евклида

Модифицированный алгоритм Евклида. Заменять большее число на остаток от деления большего на меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Другое (ненулевое) число и есть НОД чисел.

НОД(1998,2) = НОД(0,2) = 2

```
пока a!=0 and b!=0:
  если a > b:
    a = a % b
  иначе:
    b = b % a
```

? Какое условие?

```
если a != 0:
  вывести a
иначе:
  вывести b
```

? Как вывести результат?

Задачи

«3»: Ввести с клавиатуры два натуральных числа и найти их НОД с помощью алгоритма Евклида.

Пример:

```
Введите два числа:
21 14
НОД(21,14)=7
```

«4»: Ввести с клавиатуры два натуральных числа и найти их НОД с помощью **модифицированного** алгоритма Евклида. Заполните таблицу:

a	64168	358853	6365133	17905514	549868978
b	82678	691042	11494962	23108855	298294835
НОД(a,b)					

Задачи

«5»: Ввести с клавиатуры два натуральных числа и сравнить количество шагов цикла для вычисления их НОД с помощью обычного и модифицированного алгоритмов Евклида.

Пример:

```
Введите два числа:
1998 2
НОД(1998,2)=2
Обычный алгоритм: 998
Модифицированный: 1
```

Цикл с постусловием

Задача. Обеспечить ввод **положительного** числа в переменную **n**.

бесконечный цикл

```
while True:
    print ( "Введите положительное число:" )
    n = int ( input() )
    if n > 0: break
```

тело цикла

условие выхода

прервать цикл

- при входе в цикл условие ***не*** **проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**

Программирование на языке Python

§ 58. Циклы по переменной

Цикл с переменной

Задача. Вывести 10 раз слово «Привет!».

? Можно ли сделать с циклом «пока»?

```
i = 0
while i < 10:
    print("Привет!")
    i += 1
```

Цикл с переменной:

```
for i in range(10):
    print("Привет!")
```

в диапазоне [0,**10**)

! Не включая **10**!

`range(10)` → `0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9`

Цикл с переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10}.

? Как сделать с циклом «пока»?

```
k = 1
while k <= 10 :
    print ( 2**k )
    k += 1
```

Цикл с переменной:

```
for k in range(1,11) :
    print ( 2**k )
```

в диапазоне [1,**11**)

! Не включая **11**!

```
range(1,11) → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
```

Цикл с переменной: другой шаг

10,9,8,7,6,5,4,3,2,1

шаг

```
for k in range(10,0,-1):
    print ( k**2 )
```

```
100
81
64
49
36
25
16
9
4
1
```

? Что получится?

1,3,5,7,9

```
for k in range(1,11,2):
    print ( k**2 )
```

```
1
9
25
49
81
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 1
for i in range( 3): a += 1
```

a = 4

```
a = 1
for i in range( 3,1): a += 1
```

a = 1

```
a = 1
for i in range( 1,3,-1): a += 1
```

a = 1

```
a = 1
for i in range( 3,1,-1): a += 1
```

a = 3

Задачи

«A»: Найдите все пятизначные числа, которые при делении на 133 дают в остатке 125, а при делении на 134 дают в остатке 111.

«B»: Натуральное число называется **числом Армстронга**, если сумма цифр числа, возведенных в N-ную степень (где N – количество цифр в числе) равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Найдите все трёхзначные Армстронга.

Задачи

«C»: Натуральное число называется автоморфным, если оно равно последним цифрам своего квадрата. Например, $25^2 = 625$. Напишите программу, которая получает натуральное число N и выводит на экран все автоморфные числа, не превосходящие N.

Пример:

```
Введите N:
1000
1*1=1
5*5=25
6*6=36
25*25=625
76*76=5776
```

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

```
сделать для n от 2 до 1000
  если число n простое то
    вывод n
```

нет делителей [2.. n-1]: проверка в цикле!

? Что значит «простое число»?

```
for n in range(2, 1001):
  if число n простое:
    print( n )
```

Вложенные циклы

```
for n in range(2, 1001):
    count = 0
    for k in range(2,n):
        if n % k == 0:
            count += 1
    if count == 0:
        print( n )
```

вложенный цикл

Вложенные циклы

```
for i in range(1,4):
  for k in range(1,4):
    print( i, k )
```

```
1 1
1 2
1 3
2 1
2 2
2 3
3 1
3 2
3 3
```

? Как меняются переменные?

! Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Вложенные циклы

```
for i in range(1,5):
  for k in range(1,i+1):
    print( i, k )
```

```
1 1
2 1
2 2
3 1
3 2
3 3
4 1
4 2
4 3
4 4
```

? Как меняются переменные?

! Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Поиск простых чисел – как улучшить?

$$n = k \cdot m, \quad k \le m \quad \Rightarrow k^2 \le n \quad \Rightarrow k \le \sqrt{n}$$

```
while k <= math.sqrt(n):
    ...
```

? Что плохо?

```
count = 0
k = 2
while k*k <= n :
    if n % k == 0:
        count += 1
    k += 1
```

? Как ещё улучшить?

выйти из цикла

```
while k*k <= n:
    if n % k == 0: break
    k += 1
if k*k > n:
    print ( n )
```

если вышли по условию

Задачи

«A»: Напишите программу, которая получает натуральные числа A и B (A<B) и выводит все простые числа в интервале от A до B.

Пример:

```
Введите границы диапазона:
10 20
11 13 17 19
```

«B»: В магазине продается мастика в ящиках по 15 кг, 17 кг, 21 кг. Как купить ровно 185 кг мастики, не вскрывая ящики? Сколькими способами можно это сделать?

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вывести все натуральные числа, не превосходящие N и делящиеся на каждую из своих цифр.

Пример:

```
Введите N:
15
1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 15
```

Программирование на языке Python

§ 59. Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
print ( "Ошибка программы" )
```

много раз!

Процедура:

define
определить

```
def Error():
  print( "Ошибка программы" )
```

```
n = int ( input() )
if n < 0:
  Error()
```

вызов процедуры

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **до** её вызова в основной программе
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

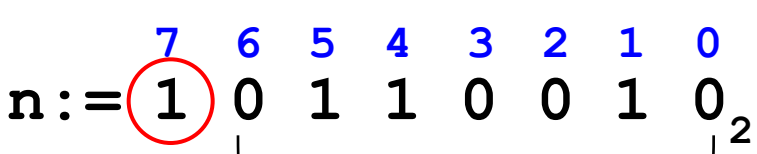
Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$178 \Rightarrow 10110010_2$

? Как вывести первую цифру?



`n // 128`

`n % 128`

? Как вывести вторую цифру?

`n1 // 64`

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Решение:

```
k = 128
while k > 0:
    print( n // k,
           end = "" )
    n = n % k
    k = k // 2
```

n	k	вывод
178	128	1

178 ⇒ 10110010

Результат зависит от **n**!

Процедура с параметрами

Параметры – данные, изменяющие работу процедуры.

```
def printBin( n ):
  k = 128
  while k > 0:
    print ( n // k, end = "" )
    n = n % k;
    k = k // 2
```

локальная переменная

```
printBin ( 99 )
```

значение параметра (**аргумент**)

Несколько параметров:

```
def printSred( a, b ):
  print ( (a + b)/2 )
```

Локальные и глобальные переменные

глобальная переменная

локальная переменная

```
a = 5
def qq():
    a = 1
    print ( a )
qq()
print ( a )
```

1

5

```
a = 5
def qq():
    print ( a )
qq()
```

5

```
a = 5
def qq():
    global a
    a = 1
qq()
print ( a )
```

1

работаем с глобальной переменной

Неправильная процедура

```
x = 5; y = 10


xSum()
```

```
def xSum():
    print ( x+y )
```

Что плохо?

1) процедура связана с глобальными переменными, нельзя перенести в другую программу
2) печатает только сумму **x** и **y**, нельзя напечатать сумму других переменных или сумму **x*y** и **3x**

Как исправить?

передавать данные через параметры

Правильная процедура

Глобальные:

x	y
5	10

z	w
17	3

```
x = 5; y = 10
Sum2( x, y )
z=17; w=3
Sum2( z, w )
Sum2( z+x, y*w )
```

```
def Sum2(a, b):
  print ( a+b )
```

Локальные:

a	b
5 17	10 3

```
15
20
52
```

1) процедура не зависит от глобальных переменных
2) легко перенести в другую программу
3) печатает только сумму любых выражений

Задачи

«A»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран линию из N символов '–'.

Пример:

```
Введите N:
10
----------
```

«B»: Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
1
2
3
4
```

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

Пример:

```
Введите натуральное число:
2013
MMXIII
```

Программирование на языке Python

§ 60. Функции

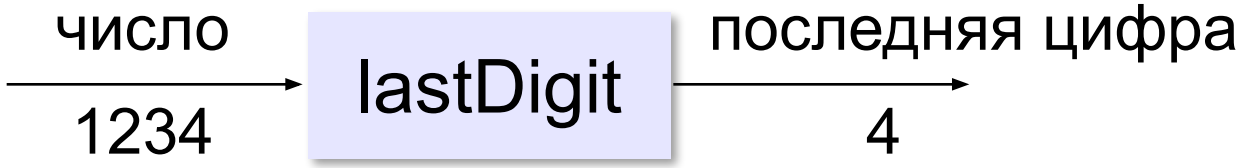
Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

```
s = input()
n = int( s )
x = randint( 10, 20 )
```

Что такое функция?

Задача. Написать функцию, которая вычисляет младшую цифру числа (разряд единиц).




```
def lastDigit( n ):
    d = n % 10
    return d
```

результат работы функции – значение **d**

передача результата

```
# вызов функции
k = lastDigit( 1234 )
print( k )
```

Сумма цифр числа

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

```
def sumDigits( n ):
    sum = 0
    while n != 0:
        sum += n % 10
        n = n // 10
    return sum
```

передача результата

```
# основная программа
print ( sumDigits(12345) )
```

Использование функций

```
x = 2*sumDigits( n+5 )
z = sumDigits( k ) + sumDigits( m )
if sumDigits( n ) % 2 == 0:
   print ( "Сумма цифр чётная" )
   print ( "Она равна", sumDigits( n ) )
```

! Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Одна функция вызывает другую:

```
def middle ( a, b, c ):
   mi = min ( a, b, c )
   ma = max ( a, b, c )
   return a + b + c - mi - ma
```

вызываются **min** и **max**

? Что вычисляет?

Задачи

«A»: Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574) = 1234.
```

«B»: Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

Пример:

```
Введите натуральное число:
123
Сумма цифр числа 123 равна 6.
```

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

Пример:

```
Введите натуральное число:
1234
После переворота: 4321.
```

Как вернуть несколько значений?

```
def divmod ( x, y ):
    d = x // y
    m = x % y
    return d, m
```

d – частное,
m – остаток

```
a, b = divmod ( 7, 3 )
print ( a, b )      # 2 1
```

```
q = divmod ( 7, 3 )
print ( q )         # (2, 1 (2, 1)
```

кортеж – набор элементов

Задачи

«A»: Напишите функцию, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

Пример:

```
Введите три натуральных числа:
10 15 5
5 10 15
```

«B»: Напишите функцию, которая сокращает дробь вида M/N.

Пример:

```
Введите числитель и знаменатель дроби:
25 15
После сокращения: 5/3
```

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел.

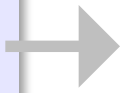
Пример:

```
Введите два натуральных числа:
10 15
НОД(10,15)=5
НОК(10,15)=30
```

Логические функции

Логическая функция – это функция, возвращающая логическое значение (True/False).

```
def even(n):
    if n % 2 == 0:
        return True
    else:
        return False
```



```
def even(n):
    return (n % 2 == 0)
```

```
k = int( input() )
if even( k ):
    print( "Число", k, "чётное." )
else:
    print( "Число", k, "нечётное." )
```

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
for i in range(2,1001):
  if isPrime(i) :
    print( i )
```

функция, возвращающая логическое значение (True/False)

Функция: простое число или нет?

? Какой алгоритм?

```
def isPrime ( n ):
    k = 2
    while k*k <= n and n % k != 0:
        k += 1
    return (k*k > n)
```

```
if k*k > n:
    return True
else:
    return False
```

Логические функции: использование

Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
n = int ( input() )
while isPrime(n):
  print ( n, "- простое число" )
  n = int ( input() )
```

Задачи

«A»: Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

Пример:

```
Введите натуральное число:
28
Число 28 совершенное.
```

Пример:

```
Введите натуральное число:
29
Число 29 не совершенное.
```

Задачи

«B»: Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 15
Числа 28 и 15 взаимно простые.
```

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
28 16
Числа 28 и 16 не взаимно простые.
```

Задачи

«С»: Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию **`isPrime`**, которая приведена в учебнике.

Пример:

```
Введите натуральное число:
733
Число 733 гиперпростое.
```

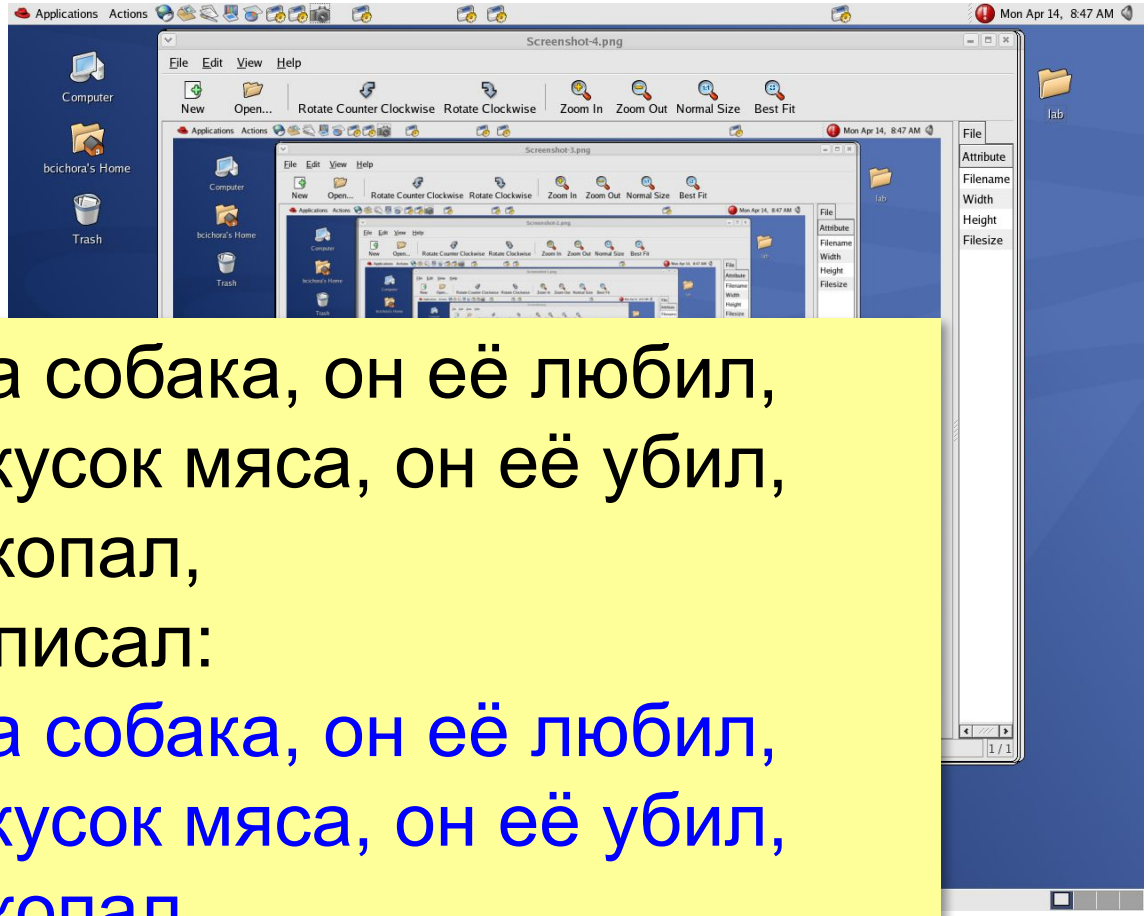
Пример:

```
Введите натуральное число:
19
Число 19 не гиперпростое.
```

Программирование на языке Python

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
…

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n+1$ – натуральное число

индуктивное определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

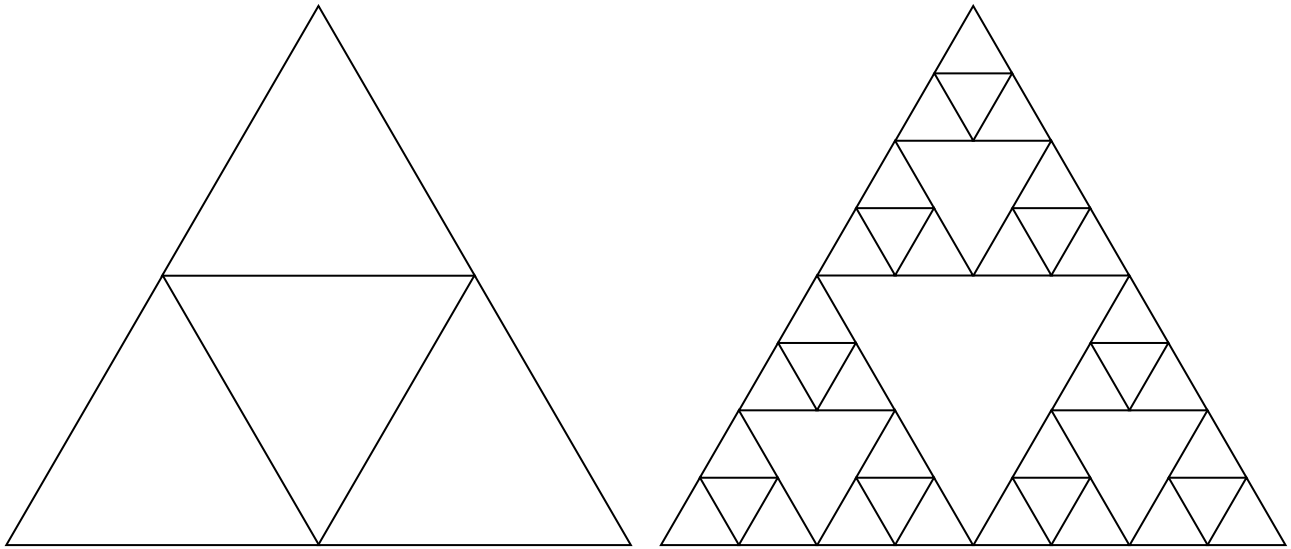
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, …

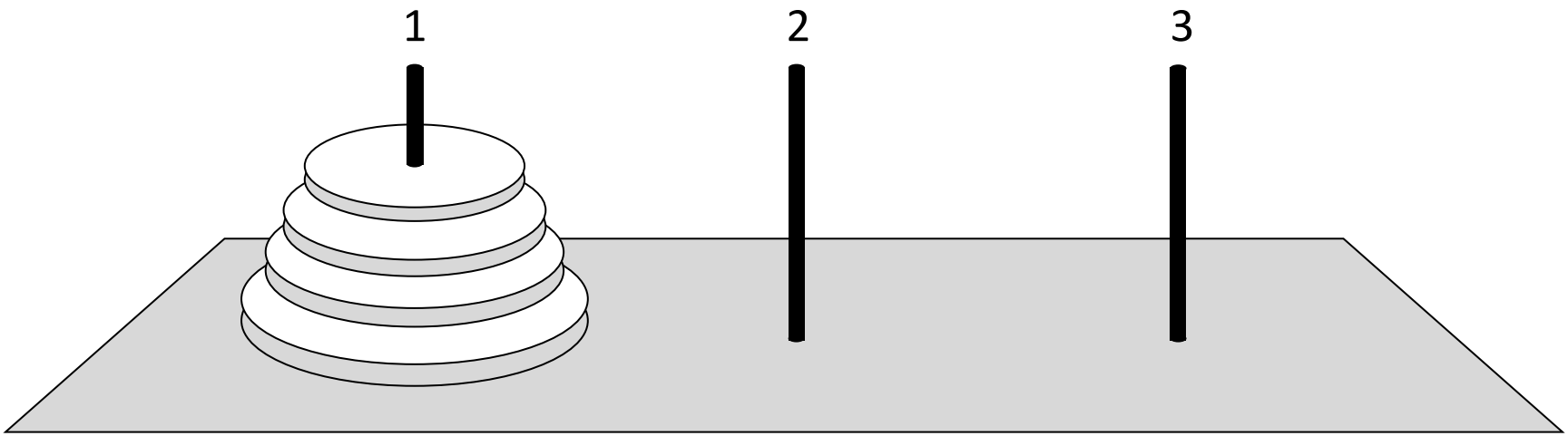
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

```
перенести (n, 1, 3)
```

```
перенести (n-1, 1, 2)
1 -> 3
перенести (n-1, 2, 3)
```

Ханойские башни – процедура

сколько | откуда | куда

```
def Hanoi ( n, k, m ):
    p = 6 - k - m
    Hanoi ( n-1, k, p )
    print ( k, "->", m )
    Hanoi ( n-1, p, m )
```

номер вспомогательного стержня (1+2+3=6!)

рекурсия

рекурсия

? Что плохо?

! **Рекурсия никогда не остановится!**

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
def Hanoi ( n, k, m ):
  if n == 0: return
  p = 6 - k - m
  Hanoi ( n-1, k, p )
  print ( k, "->", m )
  Hanoi ( n-1, p, m )
```

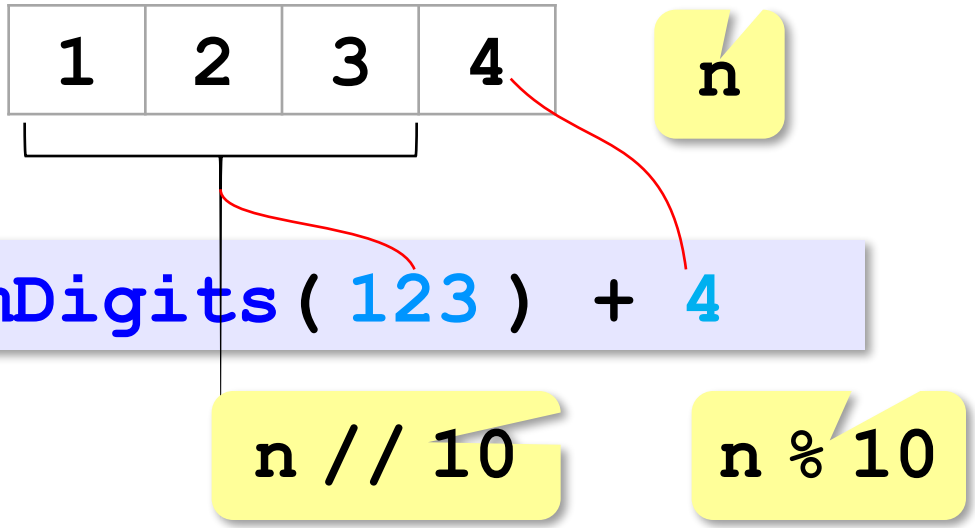
условие выхода из рекурсии

```
# основная программа
Hanoi( 4, 1, 3 )
```

Вычисление суммы цифр числа

Задача. Написать рекурсивную функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

```
s = sumDigits( 1234 )
```




```
sumDigits( n )= sumDigits( n // 10 )+(n % 10)
sumDigits( n )= n для n < 10
```

? Это всё?

Вычисление суммы цифр числа

последняя цифра

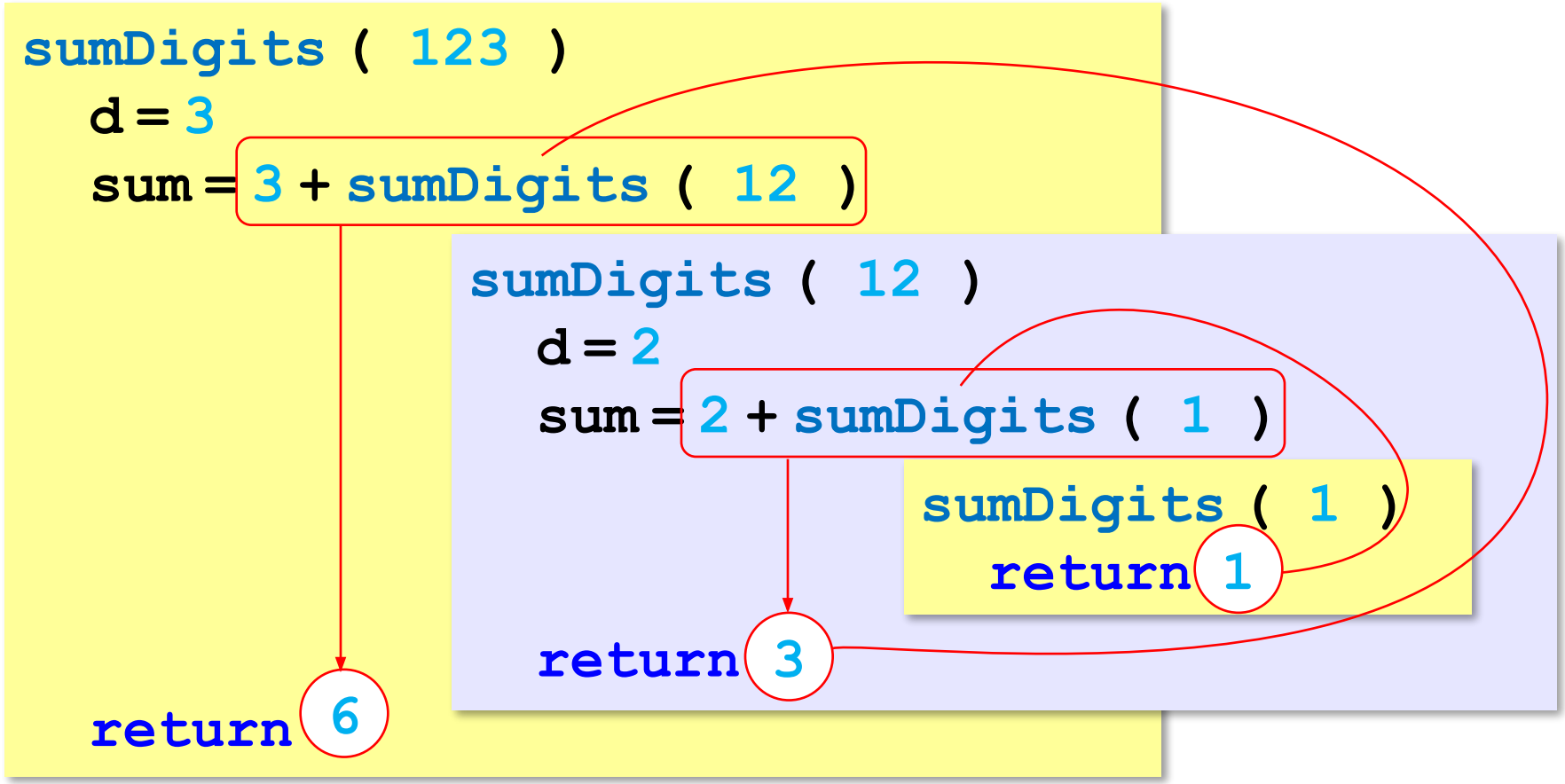
```
def sumDigits ( n ):
    if n<10: return n
    d=n%10
    sum=d+sumDigits ( n//10 )
    return sum
```

рекурсивный вызов

? Где условие окончания рекурсии?

```
sumDigits( 1234 )
    4 + sumDigits( 123 )
        4 + 3 + sumDigits( 12 )
            4 + 3 + 2 + sumDigits( 1 )
                4 + 3 + 2 + 1
```

Вычисление суммы цифр числа



Вывод двоичного кода числа

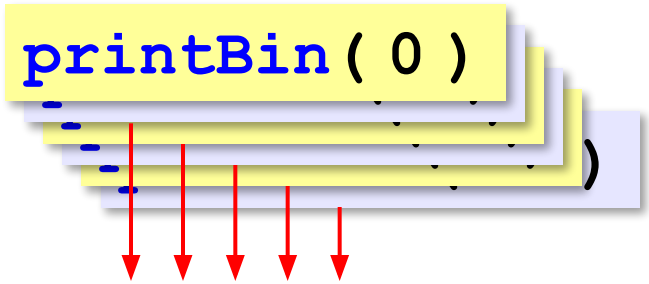
Задача. Написать рекурсивную процедуру, которая выводит двоичную запись числа.

```
def printBin ( n ):
    if n == 0: return
    printBin ( n // 2 )
    print ( n % 2, end = "" )
```

условие выхода из рекурсии

напечатать все цифры, кроме последней

вывести последнюю цифру



? Как без рекурсии?

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
def NOD ( a, b ):
  if a == 0 or b == 0:
    return a + b;
  if a > b:
    return NOD( a - b, b )
  else:
    return NOD( a, b - a )
```

условие окончания рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«A»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

```
Введите два натуральных числа:
7006652 112307574
НОД(7006652,112307574)=1234.
```

«B»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

```
Введите натуральное число:
378
378 = 2*3*3*3*7
```

Задачи

«С»: Дано натуральное число N. Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, 1 + 2 и 2 + 1 – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной функции.

Пример:

```
Введите натуральное число:
4
Количество разложений: 4.
```

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

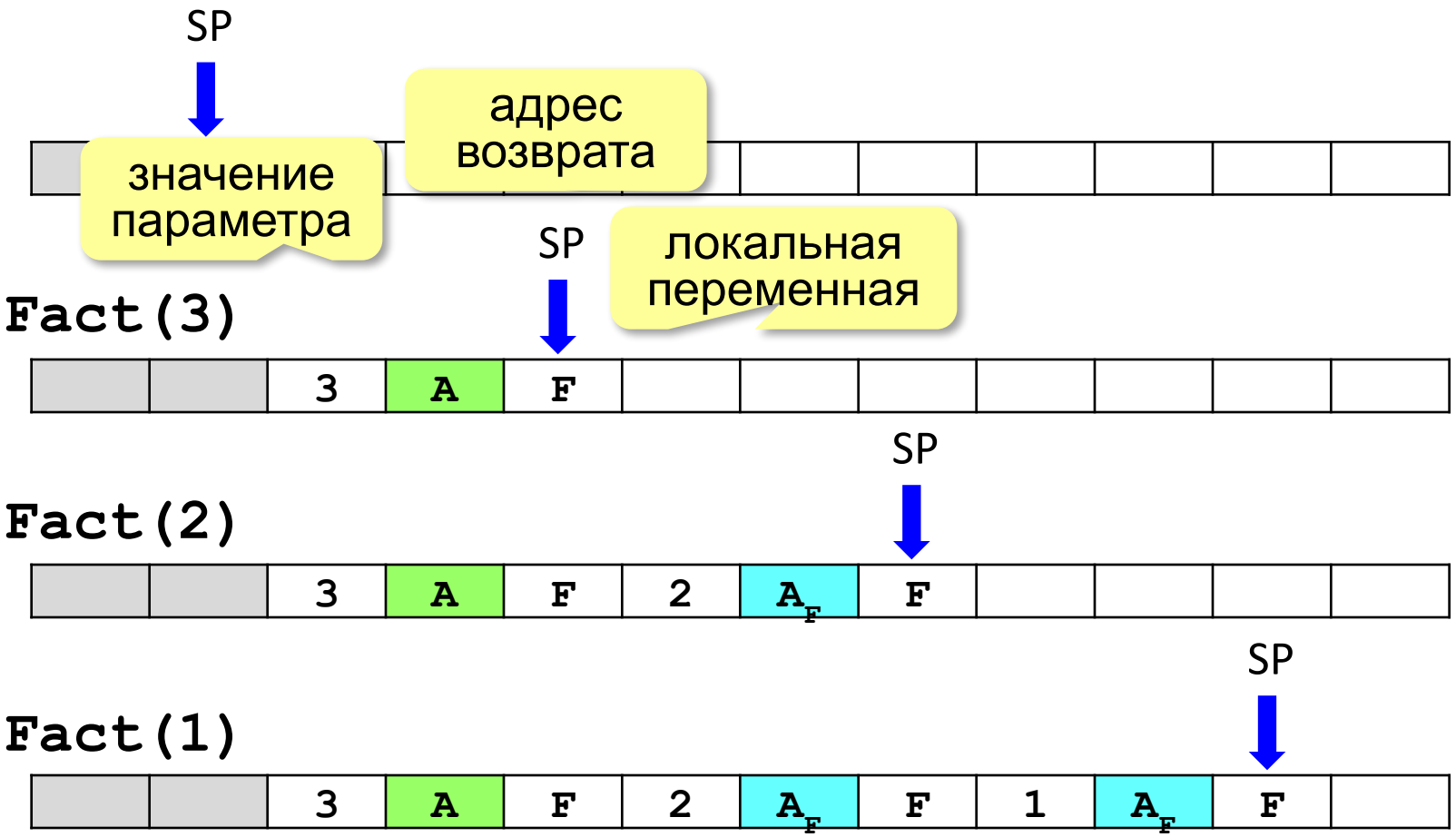
```
def Fact(N):
  print ( "->", N )
  if N <= 1: F = 1
  else:
    F = N * Fact ( N - 1 )
  print ( "<-", N )
  return F
```

```
-> N = 3
  -> N = 2
    -> N = 1
    <- N = 1
  <- N = 2
<- N = 3
```

? Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове

- программа становится более короткой и понятной

- возможно переполнение стека
- замедление работы

Любой рекурсивный алгоритм можно заменить нерекурсивным!

итерационный алгоритм

```
def Fact ( n ):
    f = 1
    for i in range(2,n+1):
        f *= i
    return f
```

Анализ рекурсивных функций

Задача. Что выведет эта программа?

```
def f( x ):
    if x < 3:
        return 1
    else:
        return f( x-1 ) + 2
print( f( 5 ) )
```

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 3 \\ f(x-1) + 2, & x \geq 3 \end{cases}$$

Метод подстановки:

```
f(5) = f(4) + 2 = 5 + 2 = 7
f(4) = f(3) + 2 = 3 + 2 = 5
f(3) = f(2) + 2 = 1 + 2 = 3
f(2) = 1
```

линейная структура

$f(5) \rightarrow f(4) \rightarrow f(3) \rightarrow f(2)$

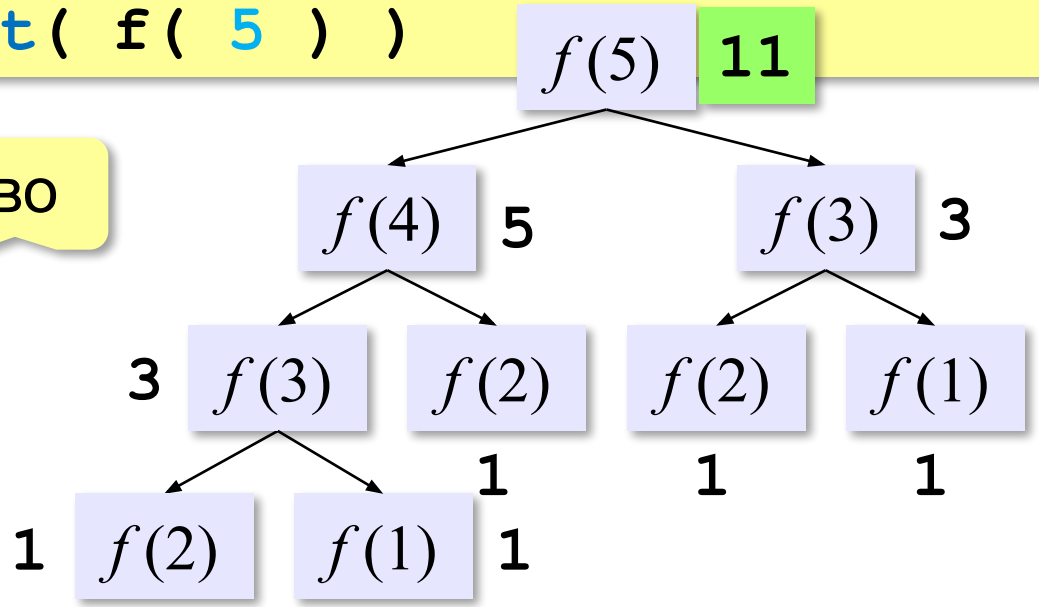
Анализ рекурсивных функций

Задача. Что выведет эта программа?

```
def f( x ):
    if x < 3:
        return 1
    else:
        return f(x-1) + 2* f(x-2)
print( f( 5 ) )
```

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 3 \\ f(x-1) + 2f(x-2), & x \geq 3 \end{cases}$$

дерево



Анализ рекурсивных функций

Чему равно $f(5)$?

$$f(x)=\begin{cases}1, & x<3\\ f(x-1)+2f(x-2), & x\geq 3\end{cases}$$

Табличный метод :

x	1	2	3	4	5
$f(x)$					11

*2 *2 *2

начальные значения

```
f(3) = f(2) + 2*f(1) = 3
f(4) = f(3) + 2*f(2) = 5
f(5) = f(4) + 2*f(3) = 11
```

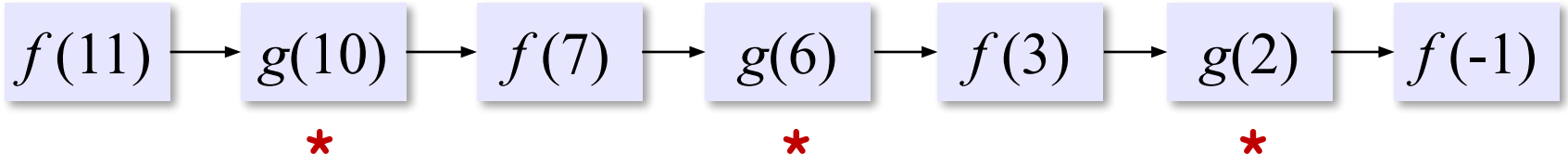
Анализ рекурсивных функций

Задача. Сколько звёздочек выведет эта программа?

```
def f( x ):
  if x > 0: g(x-1)

def g( x ):
  print( "*" )
  if x > 1: f(x-3)

f( 11 )
```



Ответ: 3

Анализ рекурсивных функций

Задача. Сколько звёздочек выведет эта программа?

```
def f( x ):
    if x > 0:
        g( x-1 )
        f( x-2 )
    print( "*" )

def g( x ):
    print( "*" )
    if x > 1: f(x-3)

f( 9 )
```

$$f(x)=\begin{cases}1, & x\le 0\\ g(x-1)+f(x-2)+1, & x>0\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}1, & x\le 1\\ 1+f(x-3), & x>1\end{cases}$$

Анализ рекурсивных функций

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \le 0 \\ g(x-1) + f(x-2) + 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \le 1 \\ 1 + f(x-3), & x > 1 \end{cases}$$

x	–1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	**1**	**1**									
$g(x)$	**1**	**1**	**1**								

$f(1) = g(0) + f(-1) + 1 = 3$

$f(2) = g(1) + f(0) + 1 = 3$

$g(2) = 1 + f(-1) = 2$

Ответ: 32

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. www.cgtrader.com
8. иллюстрации художников издательства «Бином»
9. авторские материалы