Математика

Соответствия между множествами. Отображения

Понятие соответствия

Студентам 104 группы факультета начального образования Анастасии, Николаю, Марии, Елене был задан вопрос: занимаются ли они такими видами спорта, как волейбол, шахматы, плавание, теннис и гимнастика? Их ответы поместили в таблицу:

	волейбол	шахматы	плавание	теннис	гимнастика
Анастасия	■			■	
Николай			■		
Мария		■		■	
Елена	■		■	■	

X = {Анастасия, Николай, Мария, Елена}, второе – Y = {волейбол, шахматы, плавание, теннис, гимнастика}

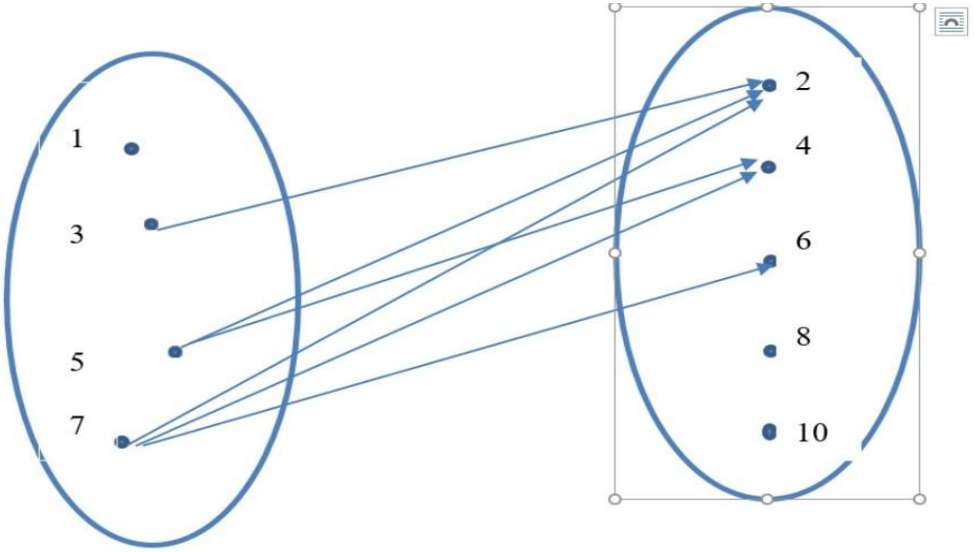
Соответствие между множествами X и Y мы установили, имея три множества: множество X – имен студентов, множество Y – названий видов спорта и подмножество декартова произведения X x Y.

- Обозначим это подмножество буквой *G* и перечислим его элементы: G = {(Анастасия, волейбол), (Анастасия, теннис), (Николай, плавание), …}.

Соответствием между множествами X и Y (или соответствием из X в Y) называется любое подмножество декартова произведения XxY.

Множество X называют множеством отправления соответствия, множество Y – множеством прибытия соответствия, а множество G $\subset$ XxY.

Пример. Соответствие R «число x больше числа y» между множествами X = {1, 3, 5, 7} и Y = {2, 4, 6, 8, 10} можно представить наглядно, с помощью чертежа. Для этого построим диаграммы для данных множеств и изобразим их элементы точками.



Способы задания соответствий между элементами множеств X и Y

1) Предложением с двумя переменными:

Например, X = {1, 2, 3, 5}, Y = {1, 4, 25, 81}, y = x^2*. Эта формула задает соответствие между множествами X и Y.*

xSy

2) Перечислением упорядоченных пар

3) При помощи графа

4) При помощи графика на координатной плоскости

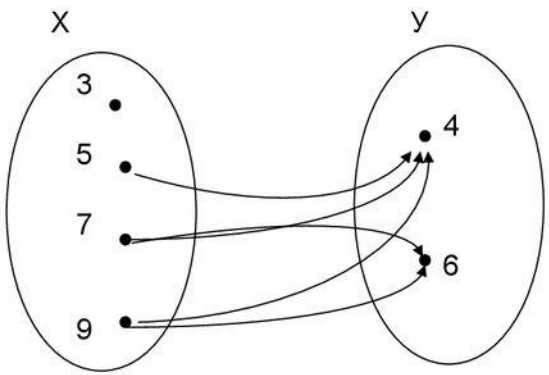
Примеры:

1. X = {3, 5, 7, 9}, У = {4, 6}, S: «больше».

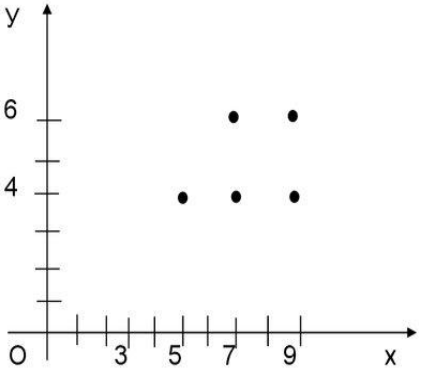
1) S: «x больше y», где $x \in$ X, $y \in$ У или S: «$x > y$».

2) S = {(5;4), (7;4), (9;4), (7;6), (9;6)}.

3) При помощи графа:



4) При помощи графика на координатной плоскости.



Если между множествами X и Y установлено некоторое соответствие R, то элементу множества X из множества отправления может:

1) соответствовать несколько (и даже бесконечно много) элементов множества прибытия Y;
2) соответствовать только один элемент множества Y;
3) не соответствовать ни один элемент множества Y.

Если каждому элементу множества X ставится в соответствие единственный элемент множества У и каждый элемент множества У соответствует только одному элементу множества X, то такое соответствие называют **взаимно однозначным соответствием** между множествами X и У (или **взаимно однозначным отображением** X на У).

Примеры:

1) X – множество углов треугольника,
У – множество его сторон.
Соответствие, при котором углу сопоставляется противолежащая ему сторона, будет взаимно однозначным.

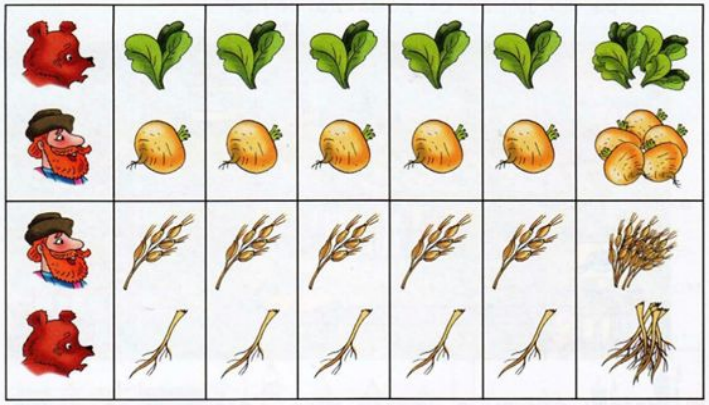
2) X – множество действительных чисел,
У – множество точек координатной прямой.
Соответствие, при котором действительному числу сопоставляется точка координатной прямой - взаимно однозначное.

В начальной школе

В начальном курсе математики взаимно однозначные соответствия изучаются до изучения чисел: учащихся учат сравнивать предметные множества по их численности. Суть приема: если между множествами можно установить взаимно однозначное соответствие, то в одном множестве элементов СТОЛЬКО ЖЕ, сколько в другом. Если взаимно однозначное соответствие устанавливается между одним множеством и собственным подмножеством другого, то в первом множестве элементов МЕНЬШЕ, чем во втором (во втором множестве элементов БОЛЬШЕ, чем в первом).

СТОЛЬКО ЖЕ. БОЛЬШЕ. МЕНЬШЕ

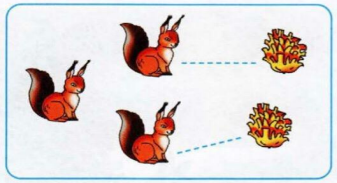
■ Расскажи по рисункам, как в сказке «Вершки и корешки» мужик и медведь поровну делили урожай.

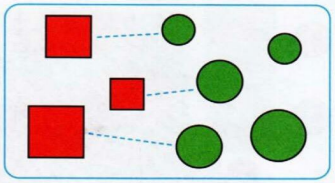


■ Рассмотри рисунок и попробуй объяснить, чего поровну, чего больше, меньше: пчёл или цветков, пчёл или вёдер.

Пчёл **столько же**, сколько вёдер (поровну).
Пчёл **меньше**, чем цветков.
Цветков **больше**, чем пчёл.

■ На сколько больше белочек, чем шишек?
На сколько меньше квадратов, чем кругов?





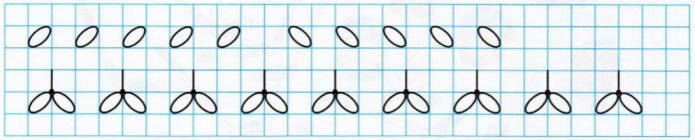
■ Чего больше: медвежат или мячей? На сколько больше?

Нарисуй в тетради столько кругов, сколько мячей на рисунке, и столько квадратов, сколько медвежат.
Как сделать, чтобы кругов и квадратов стало поровну?

■ Составь картинку из фигур Приложения.

Вверху ☁. За ☁ зашло ☀. Внизу 🌲.
Справа от 🌲 течёт 〰. Слева от 🌲 растёт 🍄.

■



ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ СРАВНЕНИЯ

Равно

А
Б

А = Б

Не равно

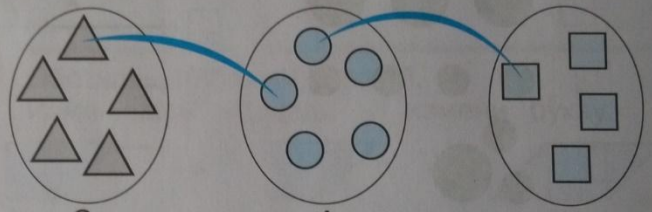
Т
К

Т ≠ К

Меньше Т < К

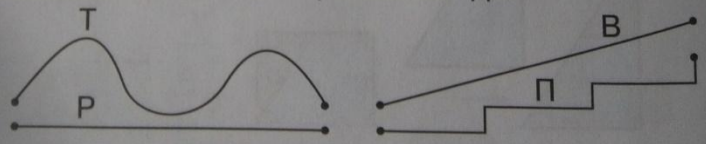
Больше К > Т

1 Сравни количества. Впиши сначала знак «=» или «≠». Уточни знак, где нужно.



С	А	Н
С ... А	А ... Н	Н ... А
А ... С	А ... Н	Н ... А

2 Запиши результат сравнения длин.



Т ... Р Р ... Т В ... П П ... В

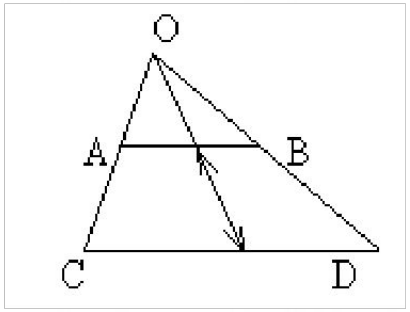
Если между двумя множествами X и Y (бесконечными) можно установить взаимно однозначное соответствие, то множество X называется *равномощным* множеству Y.

Например, подмножество четных натуральных чисел равномощно множеству натуральных чисел, так как мы числу 1 поставим в соответствие число 2, числу 2 – число 4 и так далее.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40

$$X \sim Y$$

Пример с соответствием отрезков (чертеж)

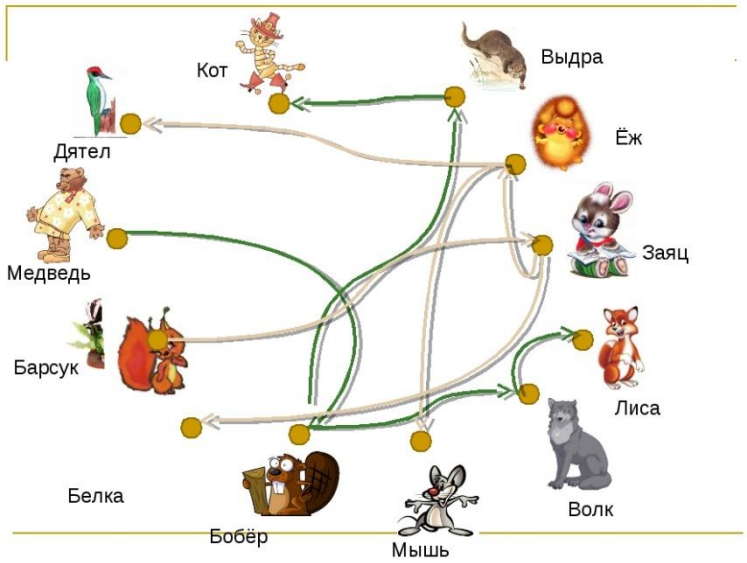


Установив взаимно однозначное соответствие между точками двух отрезков разной длины можно утверждать, что в большом отрезке точек столько же, сколько и в малом. Проделав построение, указанное на рисунке, получим, что между точками отрезков AB и CD установлено взаимно однозначное соответствие. Таким образом, на этих двух отрезках одинаковое «количество» точек (несмотря на то, что отрезок CD длиннее отрезка AB).

Множество X называется *бесконечным*, если оно содержит собственное подмножество, равномощное всему множеству X.

Натуральное число – класс конечных равномощных множеств

Если множества X и Y совпадают, то соответствие между множествами X и Y называют также *бинарным отношением* на множестве X.



В нашем лесу каждый занимается своим делом: одни плетут корзины, другие ловят рыбу. Ремеслу мы выучились друг у друга. Кот обучался у Выдры, Еж у зайца, Лиса у Волка, а Мышь у Ежа. Бобер учил Волка и Выдру, Заяц – Белку, а Барсук – Зайца. Бобер был учеником Медведя, а Еж – учителем Дятла. Лучше всех плел корзины Еж. Кто из животных нашего леса ранее всех выучился ловить рыбу, а кто плести корзины?