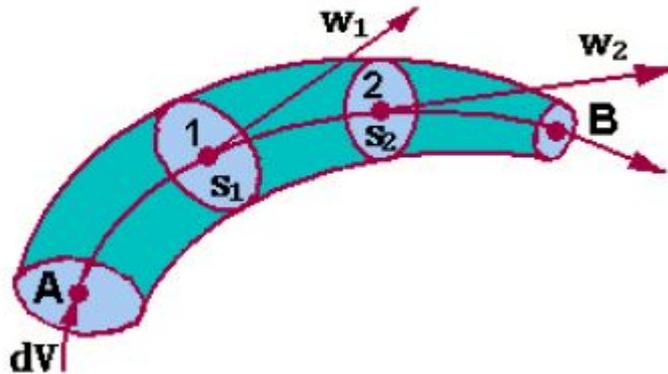


Линия тока и элементарная струйка тока



Элементарная струйка или трубка тока. Элементарная струйка или трубка тока – это совокупность линий тока через малый замкнутый контур.

Линия тока. Линией тока называется кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор скорости совпадает с касательной в этой точке.

AB – линия тока; w_1 и w_2 - векторы скоростей, совпадающие с касательными в точках 1 и 2; s_1 и s_2 – площади поперечных сечений замкнутых контуров, перпендикулярные линии тока. Для неустановившегося режима течения характерны мгновенные линии тока, соответствующие каждому моменту времени.

Закон внутреннего трения Ньютона: Касательная сила T , которую необходимо приложить к верхнему слою жидкости для его равномерного сдвига относительно нижнего слоя (или противоположно направленная сила трения T , с которой нижний слой сопротивляется перемещению верхнего), тем больше, чем больше чем больше градиент скорости: $\text{grad } w =$

$$\lim \left(\frac{\Delta w}{\Delta n} \right)_{\Delta n \rightarrow 0} = \frac{\partial w}{\partial n}.$$

Согласно такому определению напряжение внутреннего трения, возникающее между слоями жидкости при её течении, прямо пропорционально градиенту скорости:

$$\tau = -\mu \left(\frac{dw}{dn} \right).$$

Коэффициент кинематической вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu g}{\gamma}.$$

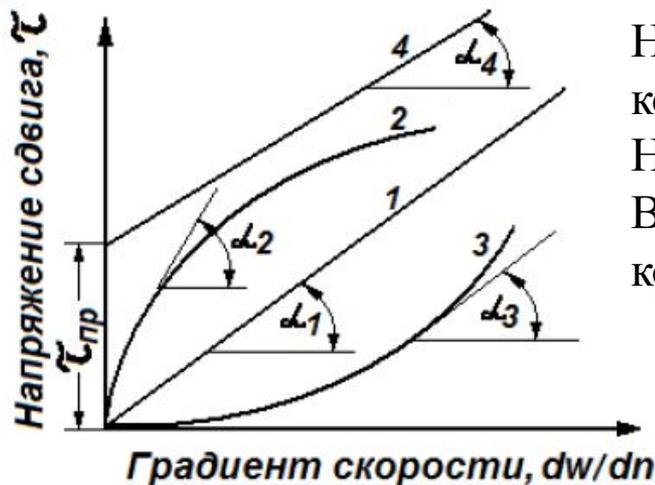


Рис.1.6. Реологические кривые жидкостей:
 1-ньютоновские жидкости; 2- псевдопластические жидкости; 3- дилатантные жидкости;
 4- бингамовские жидкости.

Ньютоновские жидкости – жидкости, которые полностью подчиняются закону Ньютона: Напряжение сдвига не зависит от градиента скорости. Вязкость – постоянная величина, оцениваемая коэффициентом вязкости

Неньтоновские жидкости – жидкости, Которые не подчиняются закону Ньютона: напряжение сдвига определяется градиентом скорости. Вязкость – величина переменная и зависит от напряжения сдвига.

Гипотеза сплошности. Характеристики движения жидкости.

Уравнение Бернулли

Уравнение неразрывности для элементарной струйки несжимаемой жидкости:

$$u_1 d\omega_1 = u_2 d\omega_2.$$

Уравнение неразрывности:

$$V_1 \omega_1 = V_2 \omega_2 = Q.$$

Уравнение Бернулли для линии тока реальной жидкости:

$$\frac{u_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{u_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h'_{\text{тр}}.$$

При движении жидкости полная механическая энергия уменьшается По длине элементарной струйки. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости

$$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_{\text{тр}}.$$

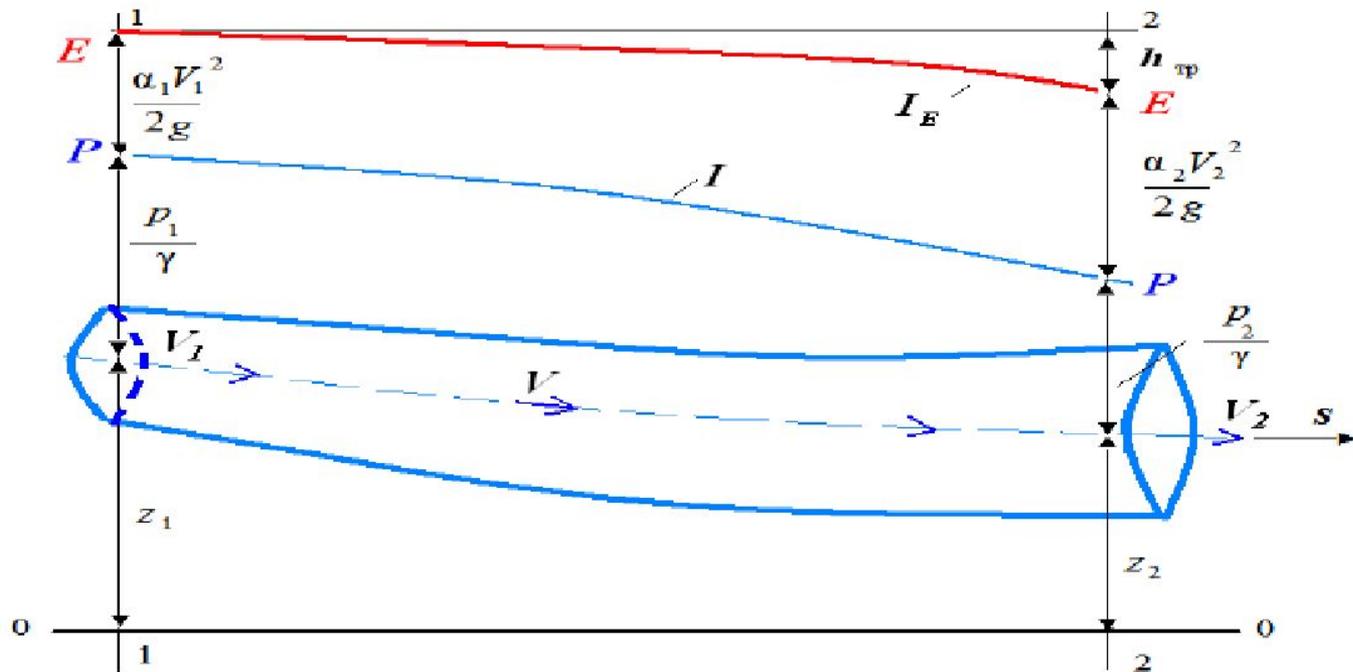


Рис.1.5

Геометрическая характеристика (диаграмма) уравнения Бернулли.

1. $H = z + \frac{p}{\gamma}$ - пьезометрический напор (удельная потенциальная энергия);
2. $H_V = \alpha \frac{V^2}{2g}$ - скоростной напор (удельная кинетическая энергия);
3. $H_E = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$ - гидродинамический напор (полная удельная механическая энергия).

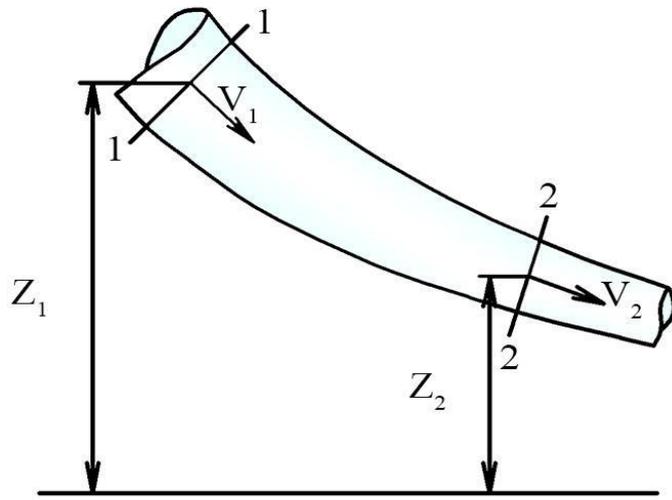
Линия P-P – пьезометрическая линия, характеризуется пьезометрическим уклоном

$$I = -\frac{dH}{ds}$$

Аналогично поведение линии $E - E$ (линия полной энергии) характеризуется гидравлическим уклоном

$$I_E = -\frac{dH_E}{ds}$$

Уравнение Бернулли для элементарной струйки идеальной несжимаемой жидкости



Запишем для этого случая уравнение, связывающее между собой скорость движения жидкости и ее давление в каждом сечении.

$$z_1 + (p_1/\rho g) + (V_1^2/2g) = z_2 + (p_2/\rho g) + (V_2^2/2g)$$

где z - геометрическая высота,
 p - давление в выбранном сечении,
 V - скорость жидкости в выбранном сечении,
 ρ - плотность жидкости,
 g - ускорение свободного падения.

Для каждого рассматриваемого сечения полный напор есть сумма геометрического, пьезометрического и скоростного напора. Для идеальной жидкости (т.е. при отсутствии потерь энергии) *полный напор - величина постоянная.*

$$z + p/\rho g + V^2/2g = H =$$

где z - геометрический напор,
 $p/\rho g$ - пьезометрический напор,
 $z + p/\rho g$ - статический напор,
 $V^2/2g$ - скоростной напор,
 $z + p/\rho g + V^2/2g = H$ - полный напор.

Уравнение Бернулли можно записать и в другом виде, умножим обе части уравнения на g получим:

$$gz_1 + p_1/\rho + V_1^2/2 = gz_2 + p_2/\rho + V_2^2/2$$

Физический смысл уравнения

Бернулли

Составляющие уравнения Бернулли являются различными формами удельной (отнесенной к единице массы) механической энергии жидкости:

gz - удельная энергия положения,

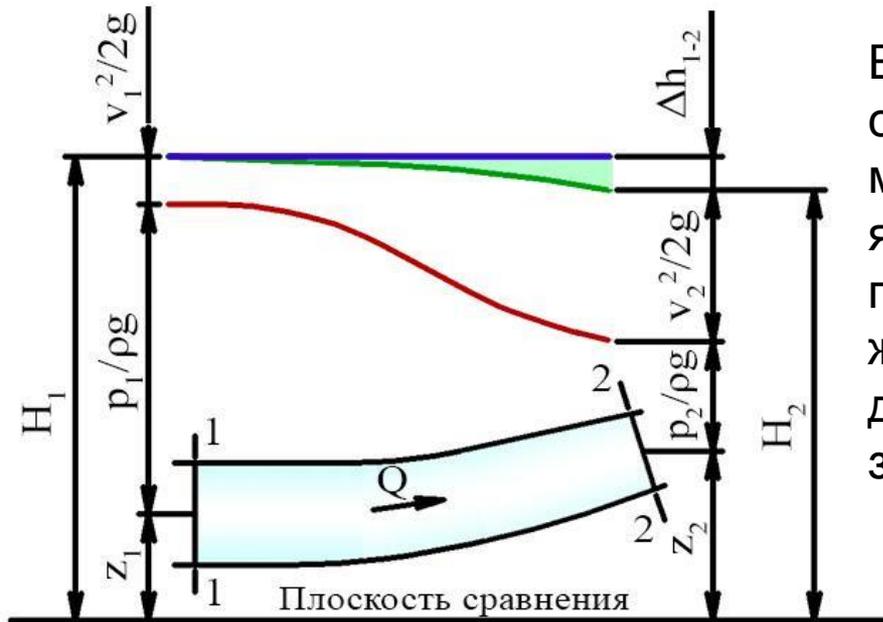
p/ρ - удельная энергия давления движущейся жидкости,

$V_1^2/2$ - удельная кинетическая энергия жидкости,

$gz + p/\rho + V^2/2 = Hg$ - полная удельная энергия движущейся идеальной жидкости.

Физический и энергетический смысл уравнения Бернулли заключается в постоянстве полной удельной энергии вдоль элементарной струйки идеальной жидкости.

Уравнение Бернулли для потока реальной



hydro-pnevmo.ru

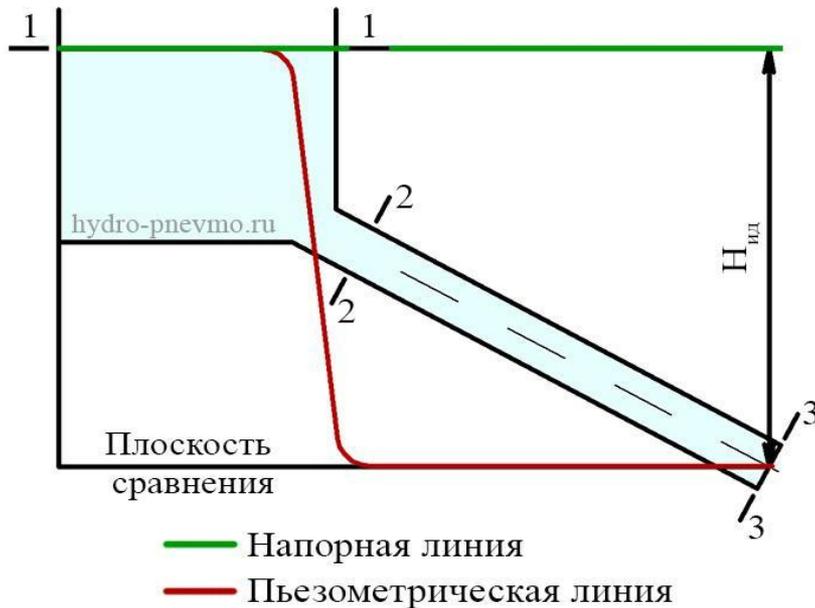
Если на участке между расчетными сечениями не совершается механическая работа, а движение является установившимся, без притока и отбора жидкости, и сама жидкость является несжимаемой, то для потока будут справедливы зависимости:

уравнение Бернулли устанавливает связь между полными напорами потока жидкости на участке ограниченными сечениями 1-1 и 2-2. В соответствии с уравнением Бернулли полный напор потока H_i уменьшается от сечения 1-1 к сечению 2-2 на величину потерь напора (энергии) h_{1-2}' , вызванных гидравлическими сопротивлениями участка.

$$H_1 = H_2 + \Delta h_{1-2}$$

$$z_1 + p_1/\rho g + v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + v_2^2/2g + \Delta h_{1-2}$$

Графический смысл уравнения

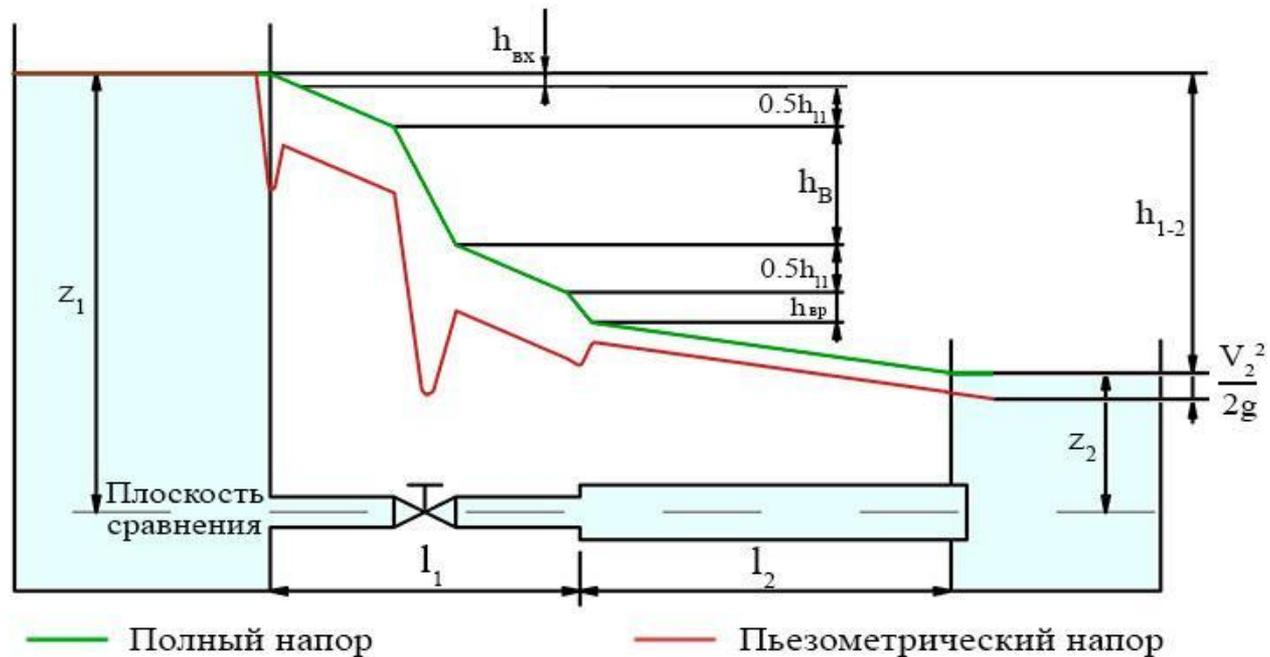


Рассмотрим систему, в которой жидкость вытекает из бака по наклонному трубопроводу, уровень в баке постоянный. Построим напорную и пьезометрическую линии для идеальной жидкости при отсутствии гидравлических потерь.

Для лучшего понимания построений выберем [живые сечения](#) 1-1, 2-2 и 3-3 на участках с плавно изменяющимися параметрами течения. Запишем уравнение Бернулли для этих сечений, учитывая, то, что потери энергии отсутствуют.

$$H = z_1 + p_1/\rho g + V_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + V_2^2/2g = z_3 + p_3/\rho g + V_3^2/2g$$

Напорная и пьезометрической линии для потока реальной вязкой жидкости



h_{l1} - потери по длине на участке l_1

$h_{вх}$ - потери удельной энергии на входе

$h_в$ - потери удельной энергии на вентиле

$h_{вр}$ - потери напора на местном

сопротивлении - внезапном расширении

h_{1-2} - потери энергии на участке между живыми сечениями 1-2

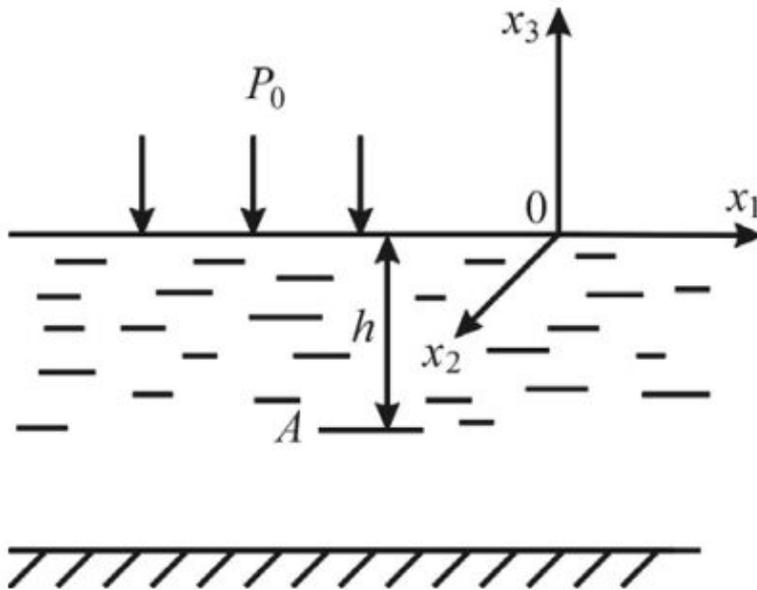
z - геометрическая высота

$V_2^2/2g$ - скоростной напор

Уравнение Бернулли для горизонтальной
трубы

$$p_1 + \rho V_1^2 = p_2 + \rho V_2^2 + \Delta p_1^o$$

РАВНОВЕСИЕ ЖИДКОСТИ В ПОЛЕ СИЛЫ



$$F_1 = F_2 = 0, \quad F_3 = -g,$$

$$d\Phi = -g dx_3$$

$$\Phi = -gx_3 + \text{const}$$

$$P = P(x_3) \text{ и } \rho = \rho(x_3)$$

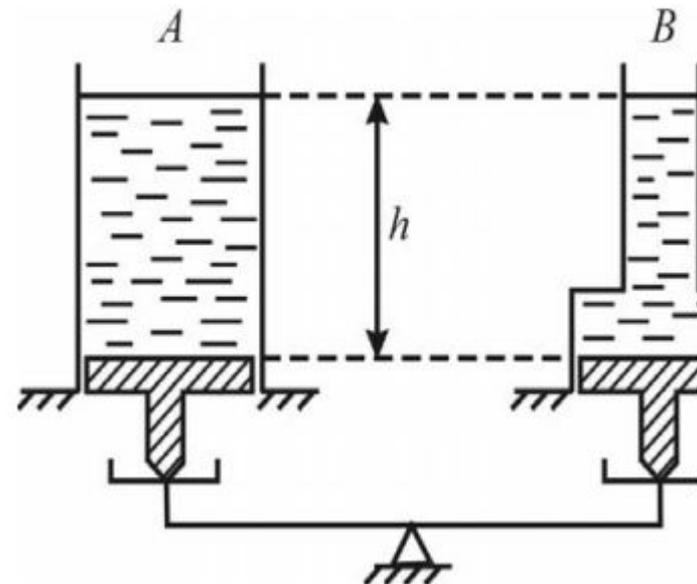
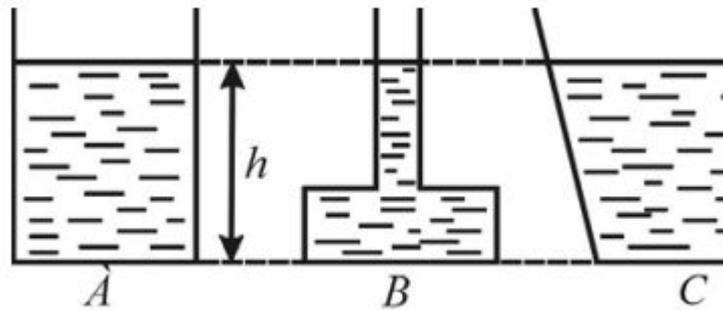
$$\frac{dP}{dx_3} = -\rho g < 0 \quad P = -\rho g z + \text{const}$$

ГИДРОСТАТИЧЕСКОЕ ДАВЛЕНИЕ ЛЮБОЙ
ЖИДКОСТИ

$$P = P_0 + \gamma h .$$

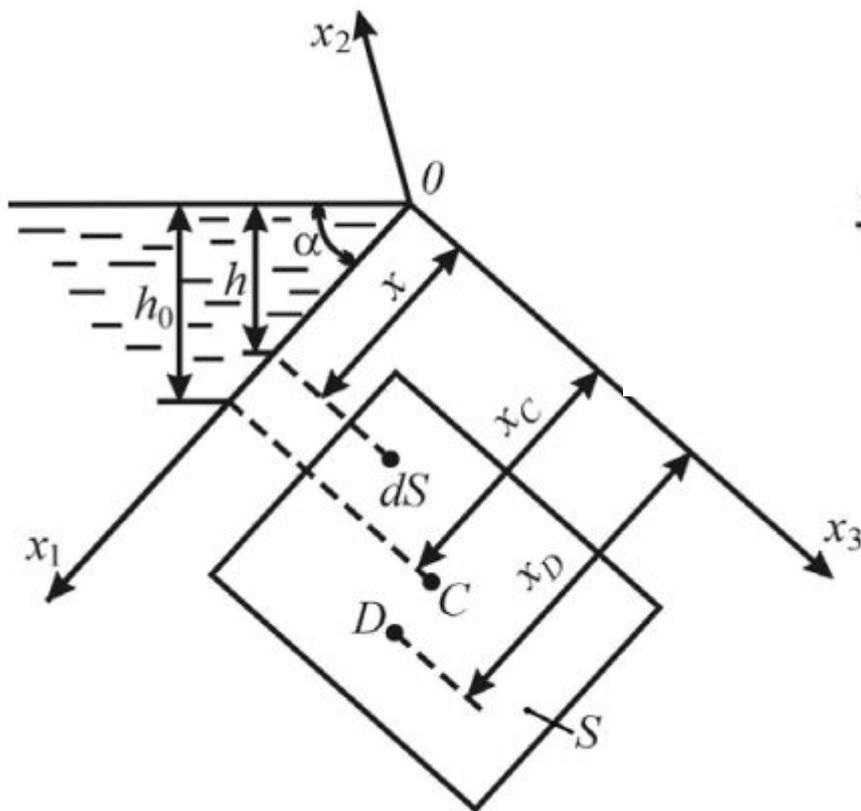
ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ НА ПЛОСКИЕ ПОВЕРХНОСТИ

$$dP = \rho g dS$$



$$P = P_0 S + \gamma h S$$

Давление жидкости на криволинейные поверхности



$$x_D = \frac{J_0 + x_c^2 S}{x_c S} = x_c + \frac{J_0}{x_c S},$$

$$dP = (P_0 + \gamma h) dS .$$

$$P = P_0 S + \gamma \int_S h dS .$$

ЕСЛ $h = x_3 \sin \alpha$ $\int_S h dS = \sin \alpha \int_S x_3 dS .$

Как известно из теоретической механики, интеграл $\int_S x dS$ выражает статический момент площади фигуры S относительно оси Ox_1 : $\int_S x_3 dS = x_{\bar{n}} S .$

Тогда формулой для определения давления на площадь с учетом того, что $x_c \cdot \sin \alpha = h_c$, будет

$$P = (P_0 + \gamma h_c) S ,$$

Тело

$$G_D = \gamma W_D,$$

давления

Главный вектор сил давления на криволинейную стенку

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2},$$

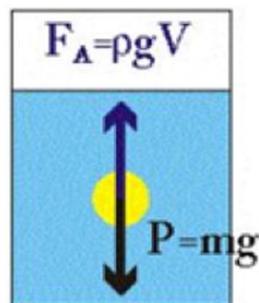
$$\cos(P \wedge X_1) = \frac{P_1}{P}, \quad \cos(P \wedge X_2) = \frac{P_2}{P}, \quad \cos(P \wedge X_3) = \frac{P_3}{P}.$$

Закон Архимеда

На тело, погруженное в жидкость действует выталкивающая (архимедова) сила, равная по модулю силе тяжести вытесненной жидкости

$$F_A = m_{\text{выт.жид.}} g = \rho_{\text{жид.}} g V_{\text{выт.жид.}}$$

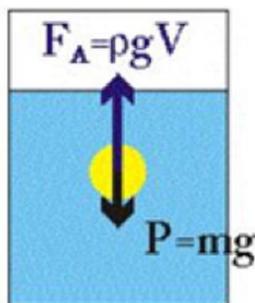
Тело плавает



$$F_A = P$$
$$\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{т}}$$

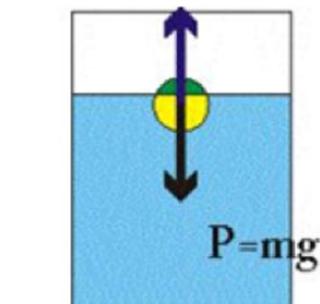
Если сила тяжести $F_{\text{тяж}}$ равна архимедовой силе F_A , то тело будет находиться в равновесии в любом месте жидкости. Плотность плавающего тела равна плотности жидкости

Тело всплывает



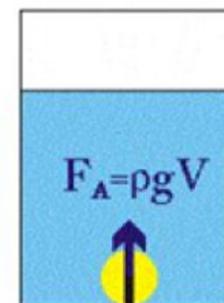
$$F_A > P$$
$$\rho_{\text{ж}} > \rho_{\text{т}}$$

Если сила тяжести $F_{\text{тяж}}$ меньше архимедовой силы F_A , то тело будет подниматься из жидкости, всплывать. Плотность плавающего тела меньше плотности жидкости



Всплытие закончится, когда $F_A = P$

Тело тонет



$$F_A < P$$
$$\rho_{\text{ж}} < \rho_{\text{т}}$$

Если сила тяжести $F_{\text{тяж}}$ больше силы F_A , то тело будет опускаться на дно, тонуть. Плотность тела больше плотности жидкости.

ЗАКОН

$$P_A = \gamma W_T = G_T,$$

Парадокс
ЖУКОВСКОГО

