Экономические задачи

SATTAROVFAMILY

Алгоритм решения задач на оптимизацию:

1. Ввести переменные для участников задачи.
2. Определить зависимости конкретных величин от новых переменных.
3. Выразить одну переменную через другую.
4. Ввести ограничения на переменные.

Задание № 1

Если рабочие на заводе А трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $8t$ единиц товара; если рабочие на заводе В трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $9t$ единиц товара.

1. Сколько единиц товара произведут рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если будут трудиться по 25 часов?
2. Сколько единиц товара произведут рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если на заводе А будут трудиться 36 часов, а на заводе В 9 часов?
3. Какую заработную плату получат рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если на каждом заводе производят 72 единицы товара, а ставка заработной платы составляет 300 рублей в час?

Пусть для завода А рабочая переменная X
завода В — у

Задание № 1

Если рабочие на заводе А трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $8t$ единиц товара; если рабочие на заводе В трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $9t$ единиц товара.

1. Сколько единиц товара произведут рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если будут трудиться по 25 часов?
2. Сколько единиц товара произведут рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если на заводе А будут трудиться 36 часов, а на заводе В 9 часов?
3. Какую заработную плату получат рабочие на двух заводах суммарно за неделю, если на каждом заводе производят 72 единицы товара, а ставка заработной платы составляет 300 рублей в час?

Решение: *Пусть на заводе А рабочие трудятся в течение $T_A(x) = x^2$ часов, производя $Q_A(x) = 8x$ единиц товара,*

на заводе В – $T_B(y) = y^2$ часов, производя $Q_B(y) = 9y$ единиц товара.

1) $x^2 = 25$, $x = 5$; $y^2 = 25$, $y = 5$; $8 \cdot x + 9y = 8 \cdot 5 + 9 \cdot 5 = 40 + 45 = 85$

2) $x^2 = 36$, $x = 6$; $y^2 = 9$, $y = 3$; $8x + 9y = 8 \cdot 6 + 9 \cdot 3 = 75$

3) A: $8x = 72$, $x = 9$

B: $9y = 72$, $y = 8$

$S = 300x^2 + 300 \cdot y^2 = 300 \cdot 81 + 300 \cdot 64 = 43500$

Задание № 2

1. На первом заводе рабочие производят $3x$ единиц товара, а на втором $4y$ единиц товара. Выразите зависимость x от y, если известно, что суммарно необходимо произвести 112 единиц товара.

2. На первом заводе рабочие трудятся x часов, а на втором – y часов. За каждый час работы (на каждом из заводов) предприниматель платит рабочему 10 долларов. Выразите зависимость x от y, если известно, что общий фонд заработной платы составляет 400 000.

3. Первичная информация разделяется по серверам №1 и №2. На сервер №1 входит x^2 Гбайт, а на сервер №2 входит y^2. Выразите зависимость x от y, если общий объём входящей информации равен 2000 Гбайт.

1) $3x + 4y = 112$

$3x = 112 - 4y$

$x = \dfrac{112 - 4y}{3}$

$x \geq 0$

$\dfrac{112 - 4y}{3} \geq 0 \quad |\cdot 3$

$112 - 4y \geq 0$

$-4y \geq -112 \quad |:(-4)$

$y \leq 28$

$112 \,|\, 3$

$4y = 112 - 3x$

$y = \dfrac{112 - 3x}{4}$

$\dfrac{112 - 3x}{4} \geq 0 \quad |\cdot 4$

$112 - 3x \geq 0$

$-3x \geq -112$

$x \leq 37{,}4$

2) $S = 400\,000$

$10x + 10y = 400\,000$

$10x = 400\,000 - 10y$

$x = 40\,000 - y$

$x \geq 0$

$40\,000 - y \geq 0$

$-y \geq -40\,000 \quad |:(-1)$

$y \leq 40\,000$

$$x^2+y^2=2000$$

$$x^2=2000-y^2 \quad \Big| \sqrt{}$$

$$x=\sqrt{2000-y^2}$$

$$x \geqslant 0$$

$$\sqrt{2000-y^2} \geqslant 0$$

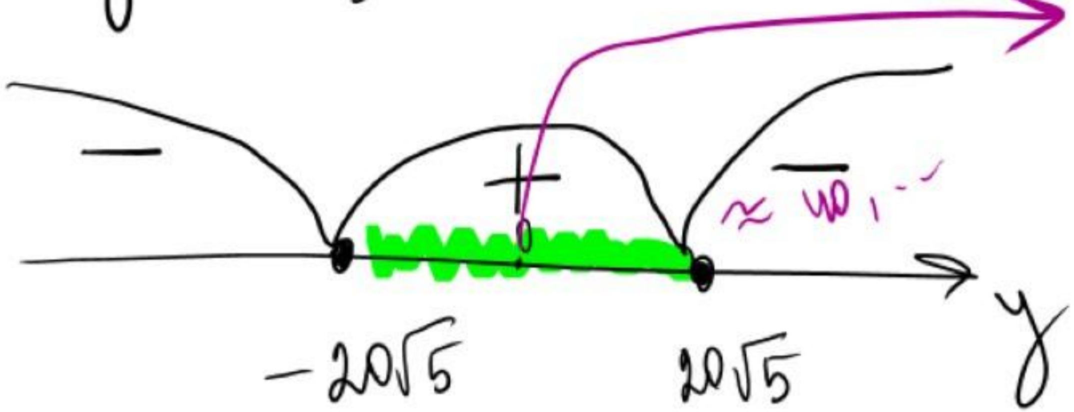
$$2000-y^2 \geqslant 0$$

$$2000-y^2=0$$

$$y^2=2000$$

$$y=\pm\sqrt{\underbrace{2000}_{5\cdot4\cdot100}}=\pm 2\cdot10\sqrt{5}=\pm 20\sqrt{5}$$

$$\sqrt{5}>\sqrt{4}$$



$$[0;\ 20\sqrt{5}]$$

Задание № 3

1. Функция дохода фирмы в зависимости от количества выпускаемой продукции характеризуется следующим выражением: $S = 3q^2 - 60q - 420$.
При каком значении q достигается минимальное значение прибыли?

2. Функция издержек фирмы характеризуется следующим выражением: $C = 10q^2 - 72q + 120$, где q – целое число. При каком наибольшем значении q издержки не будут превыша

3. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = -18x^2 + 10(16 + x)^2 + 10000$, где x – количество используемого фактора.
При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

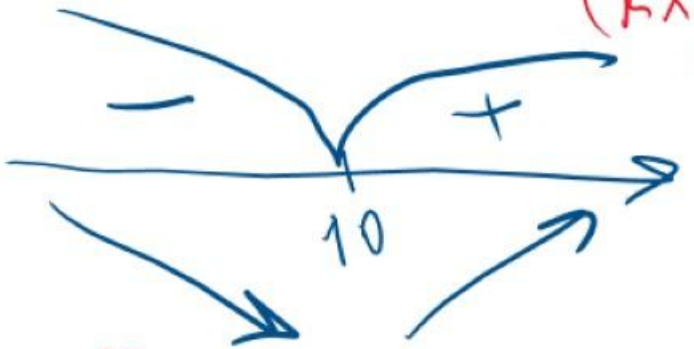
4. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = \sqrt{\frac{x}{25}} + \sqrt{\frac{289-x}{400}}$, где x – количество используемого фактора.
При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

1) $S = 3q^2 - 60q - 420$

$S' = 6q - 60 = 0$

$6q = 60$

$q = 10$



$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$

$(kx)' = k$

$(c)' = 0$

$(x^3)' = 3x^2$

$(5x^2)' = 10x$

$(20x)' = 20x^0 = 20$

$x_в = \frac{-b}{2a} = \frac{60}{2 \cdot 3} = 10$

Задание № 3

1. Функция дохода фирмы в зависимости от количества выпускаемой продукции характеризуется следующим выражением: $S = 3q^2 - 60q - 420$.
При каком значении q достигается минимальное значение прибыли?

16

2. Функция издержек фирмы характеризуется следующим выражением: $C = 10q^2 - 72q + 120$, где q – целое число. При каком наибольшем значении q издержки не будут превыша 16

3. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = -18x^2 + 10(16 + x)^2 + 10000$, где x – количество используемого фактора.
При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

4. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = \sqrt{\frac{x}{25}} + \sqrt{\frac{289-x}{400}}$, где x – количество используемого фактора.
При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

2) $C \le 16$

$10q^2 - 72q + 120 \le 16$

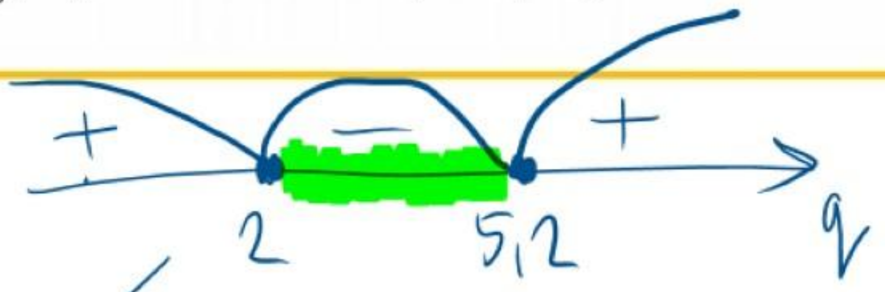
$10q^2 - 72q + 104 \le 0$

$10q^2 - 72q + 104 = 0 \quad |:2$

$5q^2 - 36q + 52 = 0$

20

$$\begin{array}{r} \times\, 36 \\ 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array}$$



Ответ: 5

$D = 1296 - 4 \cdot 5 \cdot 52 = 1296 - 1040 = 256 = 16^2$

$q_1 = \frac{36+16}{10} = 5{,}2 \qquad q_2 = \frac{20}{10} = 2$

Задание № 3

1. Функция дохода фирмы в зависимости от количества выпускаемой продукции характеризуется следующим выражением: $S = 3q^2 - 60q - 420$.
   При каком значении q достигается минимальное значение прибыли?

2. Функция издержек фирмы характеризуется следующим выражением: $C = 10q^2 - 72q + 120$, где q – целое число. При каком наибольшем значении q издержки не будут превыша

3. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = -18x^2 + 10(16+x)^2 + 10000$, где x – количество используемого фактора.
   При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

4. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = \sqrt{\frac{x}{25}} + \sqrt{\frac{289-x}{400}}$, где x – количество используемого фактора.
   При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

$ax^2 + bx + c$

$a > 0$ ∪

$a < 0$ ∩

3)

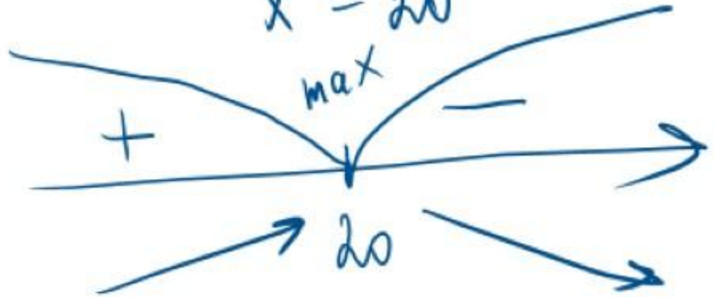
$Q(x) = -18x^2 + 10\cdot(256 + 32x + x^2) + 10.000 =$

$= -18x^2 + 2560 + 320x + 10x^2 + 10.000 = -8x^2 + 320x + 12560$

$Q' = -16x + 320 = 0$

$-16x = -320$

$x = 20$



2 способ

$x_в = \frac{-b}{2a}$

$x_в = \frac{-320}{2\cdot(-8)} = \frac{-320}{-16} = 20$

Задание № 3

1. Функция дохода фирмы в зависимости от количества выпускаемой продукции характеризуется следующим выражением: $S = 3q^2 - 60q - 420$.
   При каком значении q достигается минимальное значение прибыли?

2. Функция издержек фирмы характеризуется следующим выражением: $C = 10q^2 - 72q + 120$, где q – целое число. При каком наибольшем значении q издержки не будут превыша

3. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = -18x^2 + 10(16 + x)^2 + 10000$, где x – количество используемого фактора.
   При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

4. Производственная функция фирмы выглядит следующим образом: $Q(x) = \sqrt{\frac{x}{25}} + \sqrt{\frac{289-x}{400}}$, где x – количество используемого фактора.

При каком значении x достигается наибольшее значение функции производства?

4) $Q = \sqrt{\frac{x}{25}} + \sqrt{\frac{289-x}{400}} = \frac{\sqrt{x}}{5} + \frac{\sqrt{289-x}}{20} = \frac{1}{5}\sqrt{x} + \frac{1}{20}\sqrt{289-x}$ $\quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$Q' = \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{20}\cdot\frac{1\cdot(289-x)'}{2\sqrt{289-x}} = \frac{1}{10\sqrt{x}} + \frac{1\cdot(-1)}{40\sqrt{289-x}} =$

$= \frac{1}{10\sqrt{x}} - \frac{1}{40\sqrt{289-x}} = 0$, общий знаменатель $40\sqrt{x(289-x)}$; дополнительные множители $4\sqrt{289-x}$ и $\sqrt{x}$

$\frac{4\sqrt{289-x} - \sqrt{x}}{40\sqrt{x(289-x)}} = 0$

$\begin{cases} 4\sqrt{289-x} - \sqrt{x} = 0 \ (1) \\ 40\sqrt{x(289-x)} \neq 0 \ (2) \end{cases}$

(1) $4\sqrt{289-x} = \sqrt{x} \quad | \ ^2$

$16\cdot(289-x) = x$

$16\cdot 289 - 16x = x$

$16\cdot 289 = x + 16x$

$16\cdot \cancel{289}^{17} = \cancel{17}x \quad | :17$

$x = 272$

$\begin{array}{r} \times\ 16 \\ 17 \\ \hline 112 \\ 16 \\ \hline 272 \end{array}$

$+ \quad 272 \quad -$

$x\cdot(289-x) \neq 0$

$x \neq 0 \qquad x \neq 289$

Задание № 4

$(x^2)' = 2x$

$((5x-2)^2)' =$

$2(5x-2)\cdot 5$

Владимир является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе положенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенно первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $2t$ единиц товара; если рабочие на заводе, рас женном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $5t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Владимир платит рабочему 500 рублей.
Владимиру каждую неделю нужно производить 580 единиц товара. Какую наименьшую сумму придётся тратить еженедельно на оплату труда рабочих?

1 город (x)

2 город (y)

(1) $2x + 5y = 580$

(2) $S = 500\cdot x^2 + 500\cdot y^2$ (S_{min}?)

(1) $5y = 580 - 2x$

$y = \dfrac{580 - 2x}{5}$

$y = 116 - 0{,}4x$

$S = 500x^2 + 500\cdot(116 - 0{,}4x)^2 = 500\cdot(x^2 + (116-0{,}4x)^2)$

$S' = 500\cdot(2x + 2\cdot(116 - 0{,}4x)\cdot(-0{,}4)) = 500\cdot(2x - 92{,}8 + 0{,}32x) =$

$= 500\cdot(2{,}32x - 92{,}8) = 0 \quad |:500$

$2{,}32x = 92{,}8$

$x = 40$

$9280 : 232 = 40$

$116 \times 0{,}8 = 92{,}8$

$-\quad 40 \quad +$

$y = 116 - 0{,}4\cdot 40 = 100$

$S = 500\cdot x^2 + 500\cdot y^2 =$

$= 500\cdot 40^2 + 500\cdot 100^2 = 5.800.000$

Спасибо за внимание!