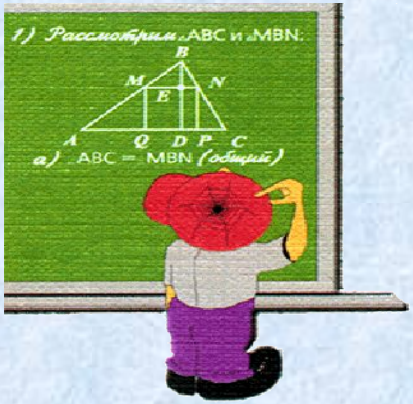
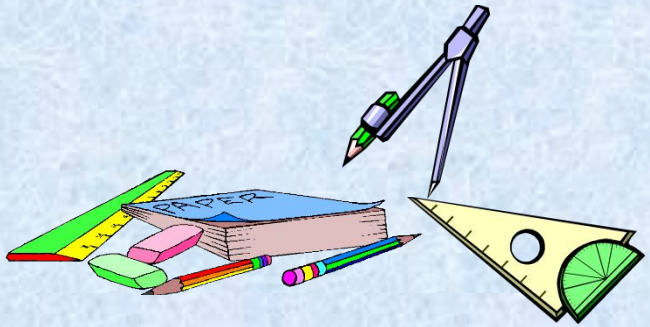


Признаки возрастания и убывания функции



Достаточные признаки возрастания и убывания функции:

Если $f'(x) \succ 0$ для всякого $x \in (a;b)$ то функция возрастает на интервале (a;b)

Если $f'(x) \prec 0$ для всякого $x \in (a;b)$ то функция убывает на интервале (a;b)

MyShared

Алгоритм нахождения промежутков возрастания (убывания) функции y=f(x):

1. Найти производную функции f´(x).
2. Решить уравнение f´ (x) =0.
3. Найти знак производной на каждом интервале.
4. Согласно признаку возрастания (убывания) функции, найти промежутки возрастания и убывания.

Пример №1. Найти промежутки монотонности функции $y=2x^3-3x^2-36x+5$

1. **Область определения**: D(f) = R. Функция непрерывна.
2. **Вычисляем производную :** $y'=6x^2-6x-36$.
3. **Находим критические точки:** $y'=0$.

$$x^2-x-6=0$$

$$x_1=-2, x_2=3$$

4. **Делим область определения на интервалы:**

5. **Функция возрастает при** ***x∈(-∞;-2]∪[3;+∞)***, ***функция убывает при x∈[-2;3]***.

MyShared

Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x)=\frac{-x^2+6x-18}{x^2}.$$

Посмотреть график функции

Решение

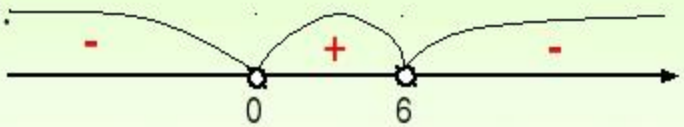
1.Функция всюду непрерывна, кроме точки $x=0$.

$$f'(x)=\left(\frac{-x^2+6x-18}{x^2}\right)'=\frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2.\ f'(x)=0,\quad \frac{6(6-x)}{x^3}=0,\quad 6(6-x)=0;$$

$$x=6.$$

3.



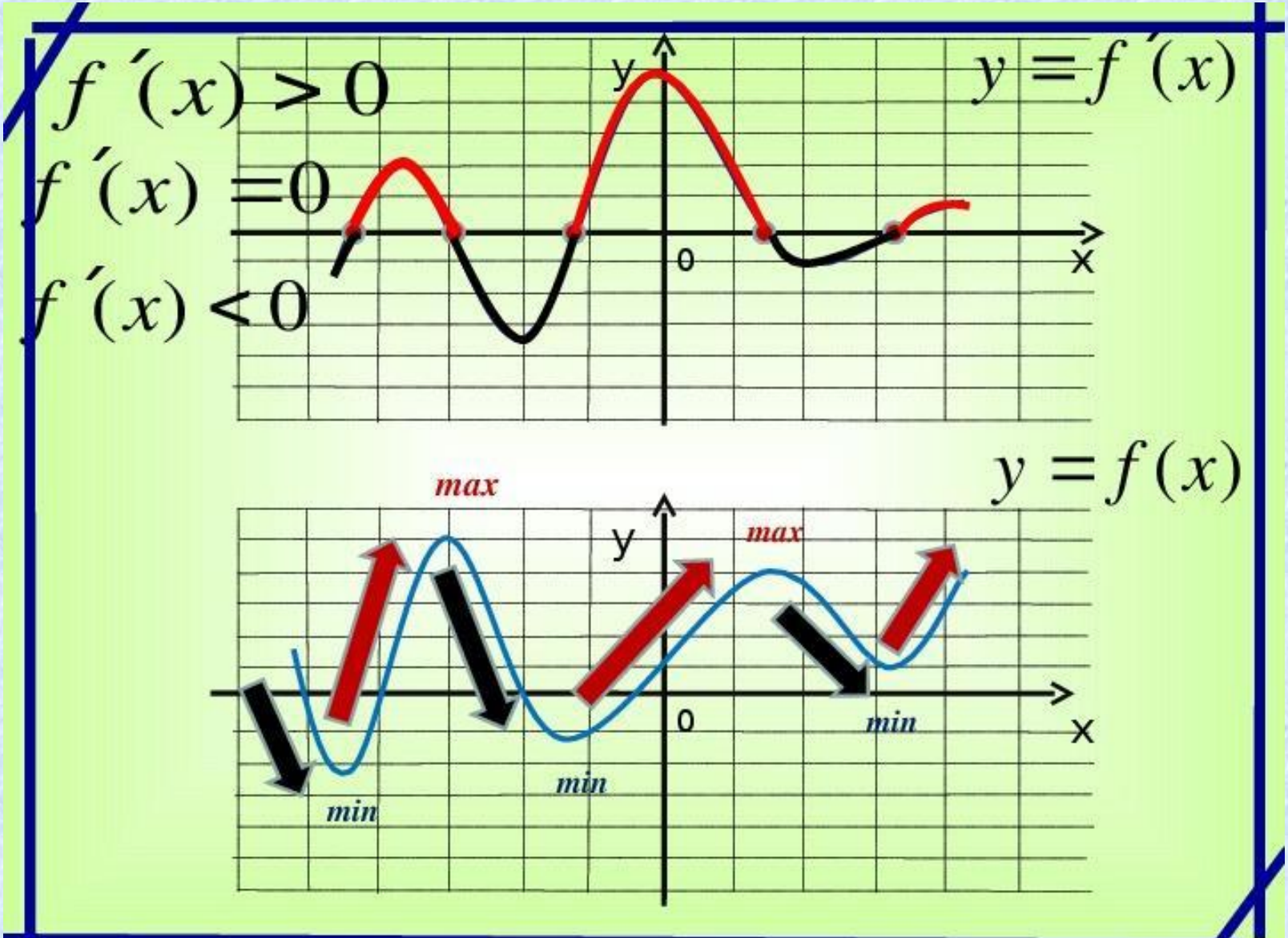
Функция убывает на интервале $(-\infty;0)$ *и на луче* $[6;+\infty)$.

Функция возрастает на луче $(0;6]$.

Алгоритм

При работе с графиками на возрастание и убывание надо строго следить за тем, с каким графиком имеем дело. Либо с самой функцией, либо с ее производной.

ВАЖНО!!! РАЗБЕРИТЕСЬ!!!!



Функция $y = f(x)$ задана на интервале $(a;b)$, на рисунке изображен график её производной.

1. Укажите промежутки убывания функции.

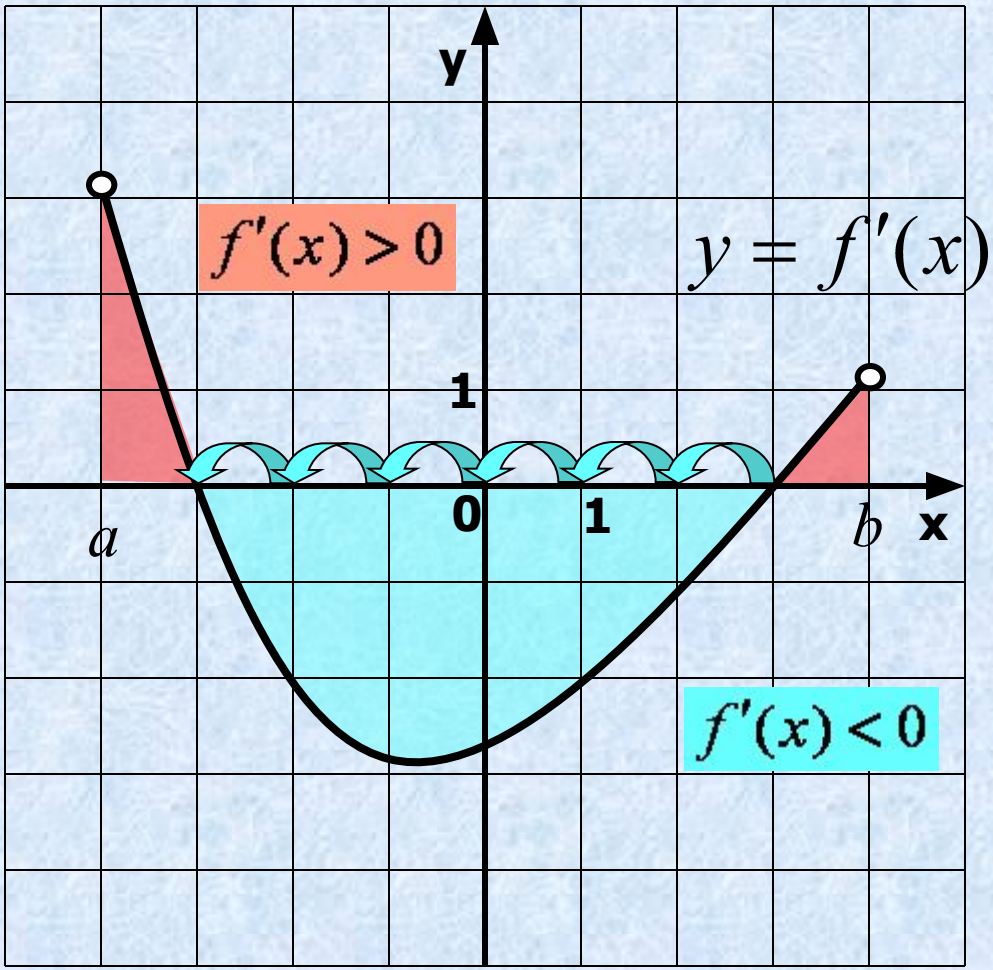
$$[-3;3]$$

2. Укажите промежутки возрастания функции.

$$(a;-3],[3;b)$$

3. Определите длину промежутка, на котором касательная к графику функции имеет отрицательный угловой коэффициент?

6



Функция $y = f(x)$ задана на интервале $(a;b)$, на рисунке изображен график ее производной.

1. Укажите промежутки убывания функции.

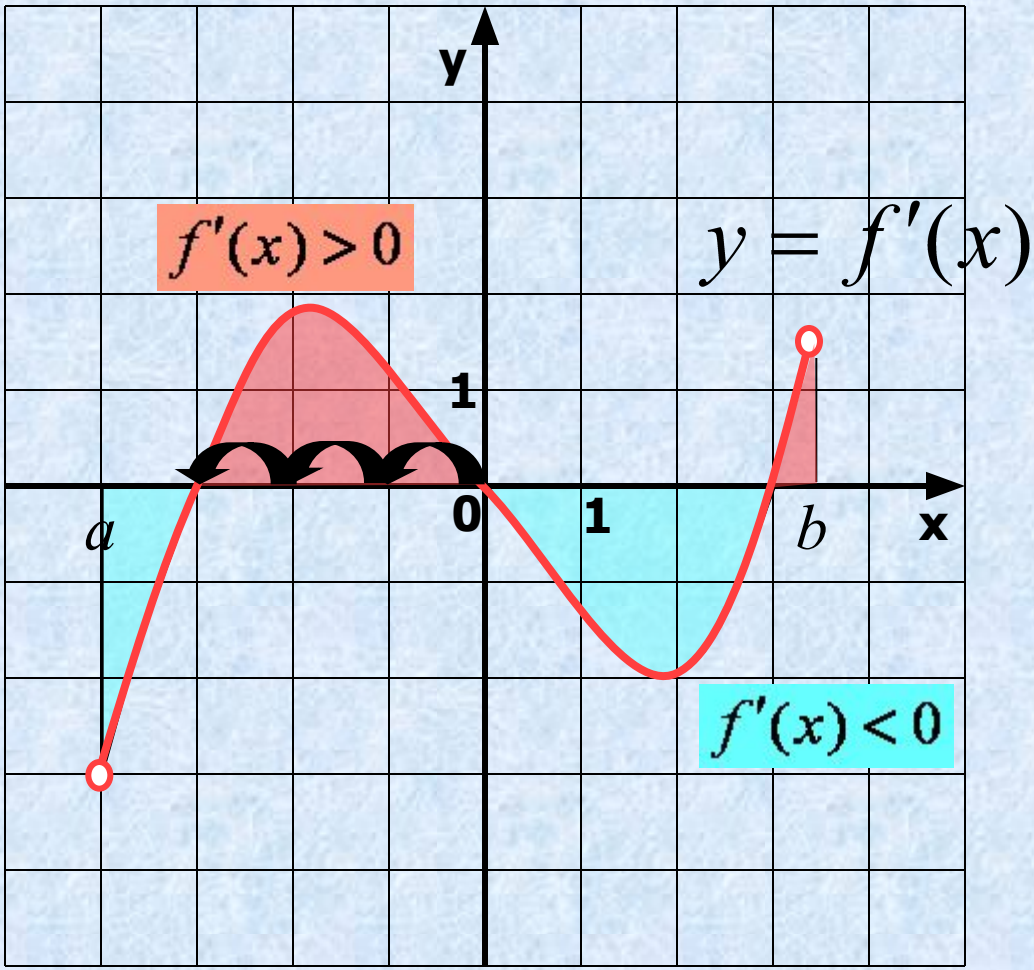
$$(a;-3],[0;3]$$

2. Укажите промежутки возрастания функции.

$$[-3;0],[3;b)$$

3. Определите длину наибольшего промежутка, на котором касательная к графику функции имеет положительный угловой коэффициент?

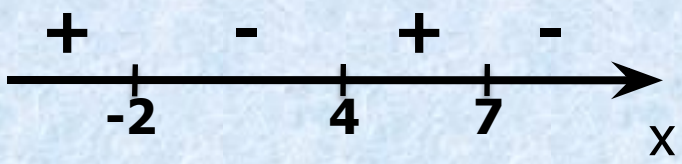
3



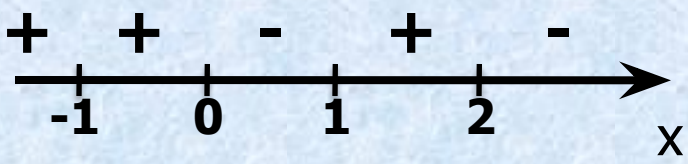
Задание «Художники»

Изобразите эскиз графика функции y=f(x), если промежутки постоянства знака производной f’(x) представлены на заданной схеме:

1 группа



2 группа



Задание: Укажите длину промежутка возрастания функции

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4.$$

Проверка:

Решение:

D (f) =R

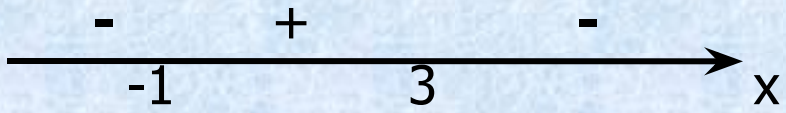
$f'(x) = (-x^3 - x^2 + 3x + 4)' = -x^2 - 2x + 3$

$-x^2 - 2x + 3 \geq 0;$

$-x^2 - 2x + 3 = 0;$

$x_1 = -1, \quad x_2 = 3.$

$-(x+1) \cdot (x-3) \geq 0$



Функция возрастает на [-1; 3]. Длина данного отрезка 4.

Ответ: 4.

Тест

1. Найти промежутки возрастания функции: $f(x)=2x+5$

A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 2,5)$; C) $(-2,5; +\infty)$; D) $(5; +\infty)$; E) нет

2. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=x^2-6x+3$

A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 3)$; C) $(3; +\infty)$; D) $(-\infty;3]$; E) $[3;+\infty)$

3. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=\frac{1}{x}-3$

A) $[-1;1]$; B) $(-\infty;0)$ и $(0; +\infty)$; C) $(-\infty;0]$; D) $[0; +\infty)$; E) нет

4. Найти промежутки возрастания функции: $f(x)=-x^2+4x-1$

A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 2)$; C) $(2; +\infty)$; D) $(-\infty;2]$; E) $[2;+\infty)$

5. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=x^3 - 3x^2$

A) $(-\infty; 0)$; B) $[0;2]$; C) $(2; +\infty)$; D) $(0;2)$; E) $[2;+\infty)$