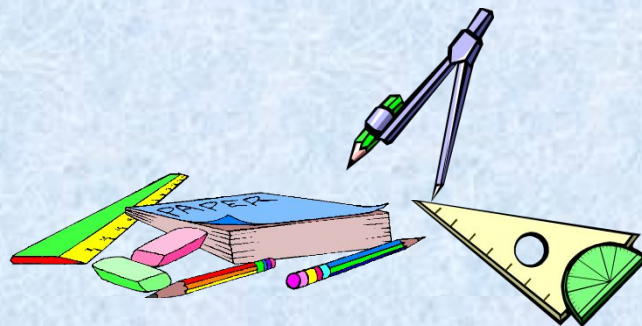


Признаки возрастания и убывания функции



Достаточные признаки возрастания и убывания функции:

Если

$$f'(x) > 0$$

для всякого
 $x \in (a; b)$

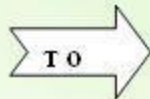


функция возрастает на
интервале $(a; b)$

Если

$$f'(x) < 0$$

для всякого
 $x \in (a; b)$



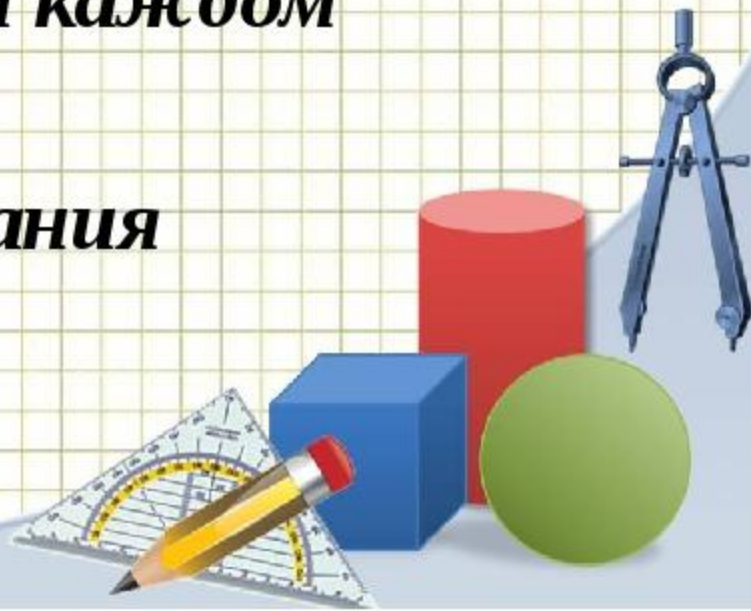
функция убывает на
интервале $(a; b)$



Алгоритм нахождения промежутков возрастания

(убывания) функции $y=f(x)$:

1. Найти производную функций $f'(x)$.
2. Решить уравнение $f'(x) = 0$.
3. Найти знак производной на каждом интервале.
4. Согласно признаку возрастания (убывания) функции, найти промежутки возрастания и убывания.



Пример №1. Найти промежутки монотонности функции $y=2x^3-3x^2-36x+5$

1. Область определения: $D(f) = \mathbb{R}$. Функция непрерывна.

2. Вычисляем производную : $y' = 6x^2 - 6x - 36$.

3. Находим критические точки: $y' = 0$.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 3$$

4. Делим область определения на интервалы:



5. Функция возрастает при $x \in (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$, функция убывает при $x \in [-2; 3]$.

Как определить промежутки убывания и возрастания функции

Пример 2

Найдите промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = \frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2}.$$

[Посмотреть график функции](#)

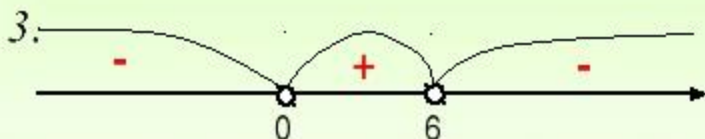
Решение

1. Функция всюду непрерывна, кроме точки $x = 0$.

$$f'(x) = \left(\frac{-x^2 + 6x - 18}{x^2} \right)' = \frac{6(6-x)}{x^3}.$$

$$2. f'(x) = 0, \quad \frac{6(6-x)}{x^3} = 0, \quad 6(6-x) = 0;$$

$$x = 6.$$

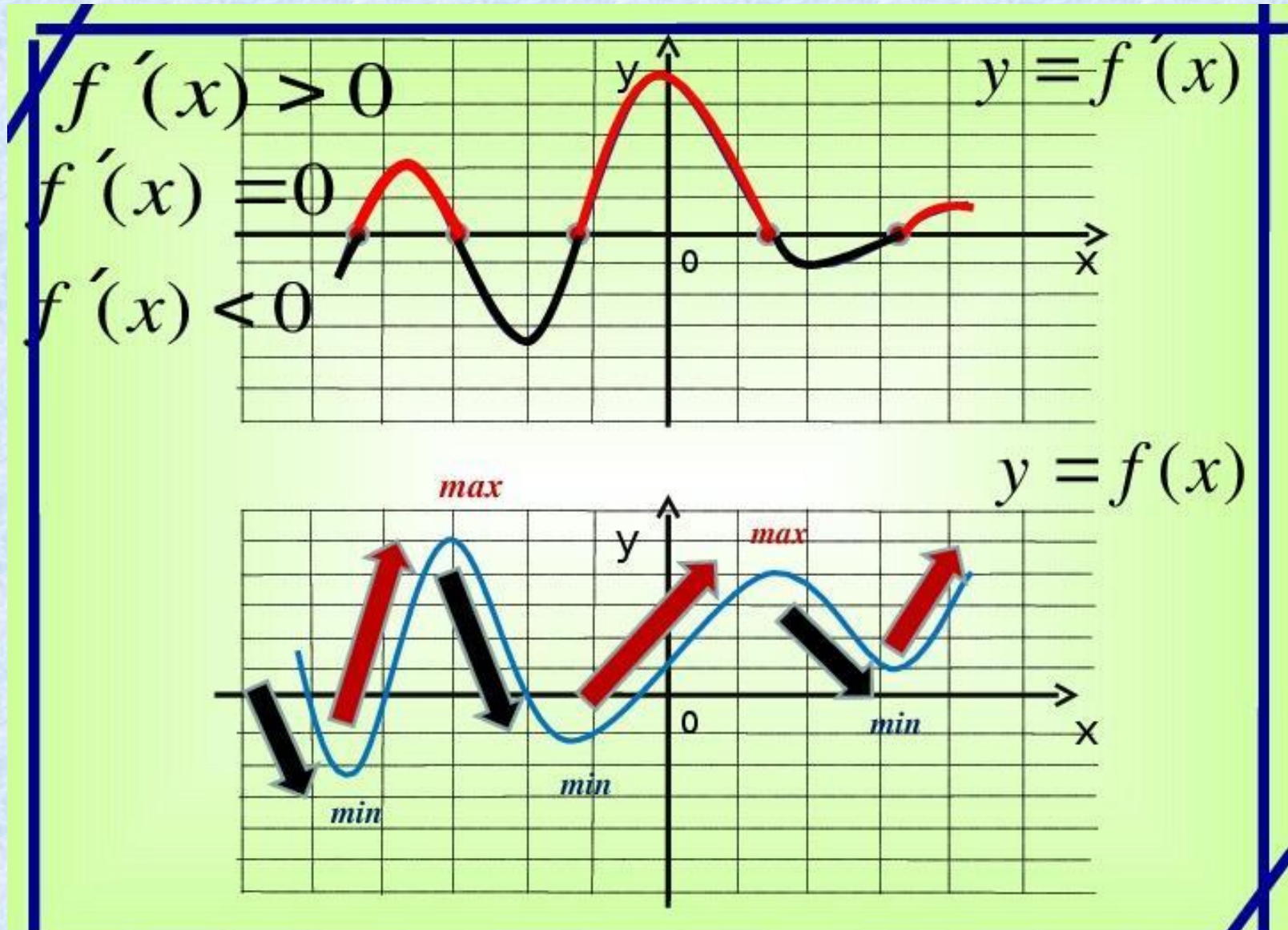


Функция убывает на интервале $(-\infty; 0)$ и на луче $[6; +\infty)$.

Функция возрастает на луче $(0; 6]$.

При работе с графиками на возрастание и убывание надо строго следить за тем, с каким графиком имеем дело. Либо с самой функцией, либо с ее производной.

ВАЖНО!!! РАЗБЕРИТЕСЬ!!!!



Функция $y = f(x)$ задана на интервале $(a;b)$, на рисунке изображен график её производной.

1. Укажите промежутки убывания функции.

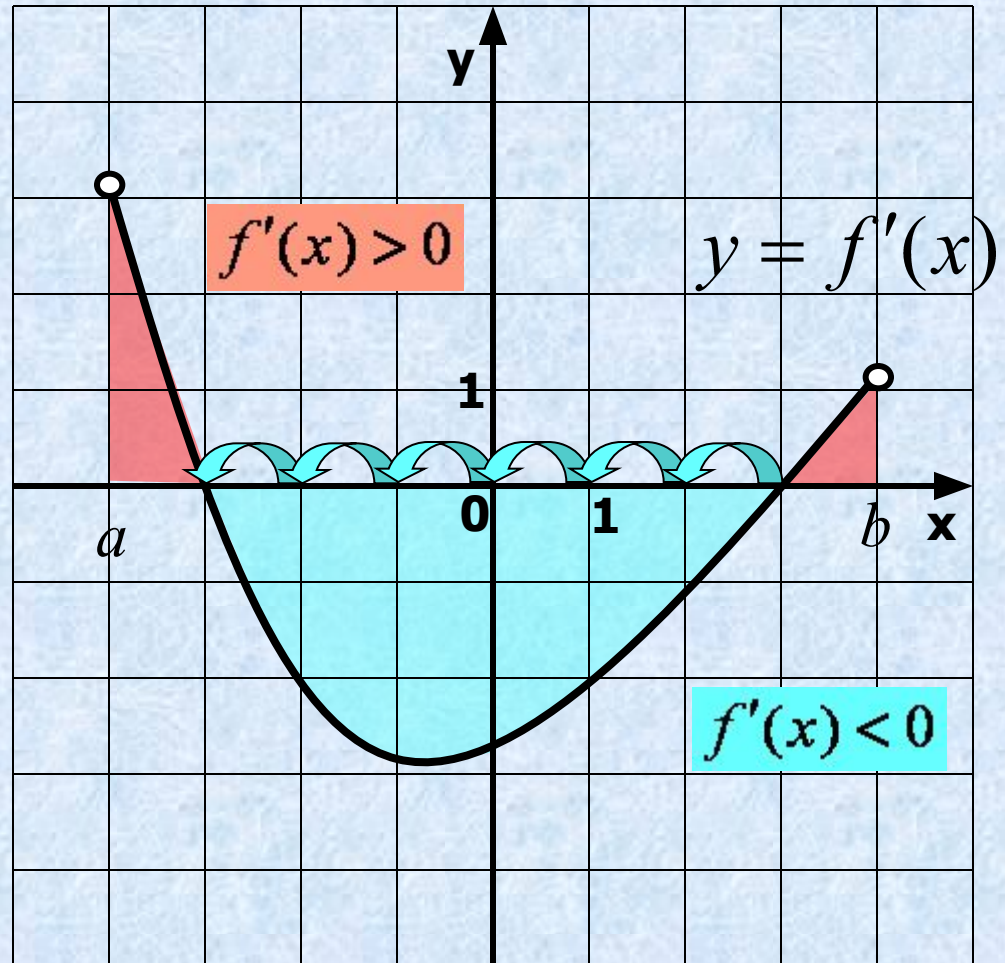
$[-3;3]$

2. Укажите промежутки возрастания функции.

$(a; -3], [3; b)$

3. Определите длину промежутка, на котором касательная к графику функции имеет отрицательный угловой коэффициент?

6



Функция $y = f(x)$ задана на интервале $(a;b)$,
на рисунке изображен график ее
производной.

1. Укажите промежутки
убывания функции.

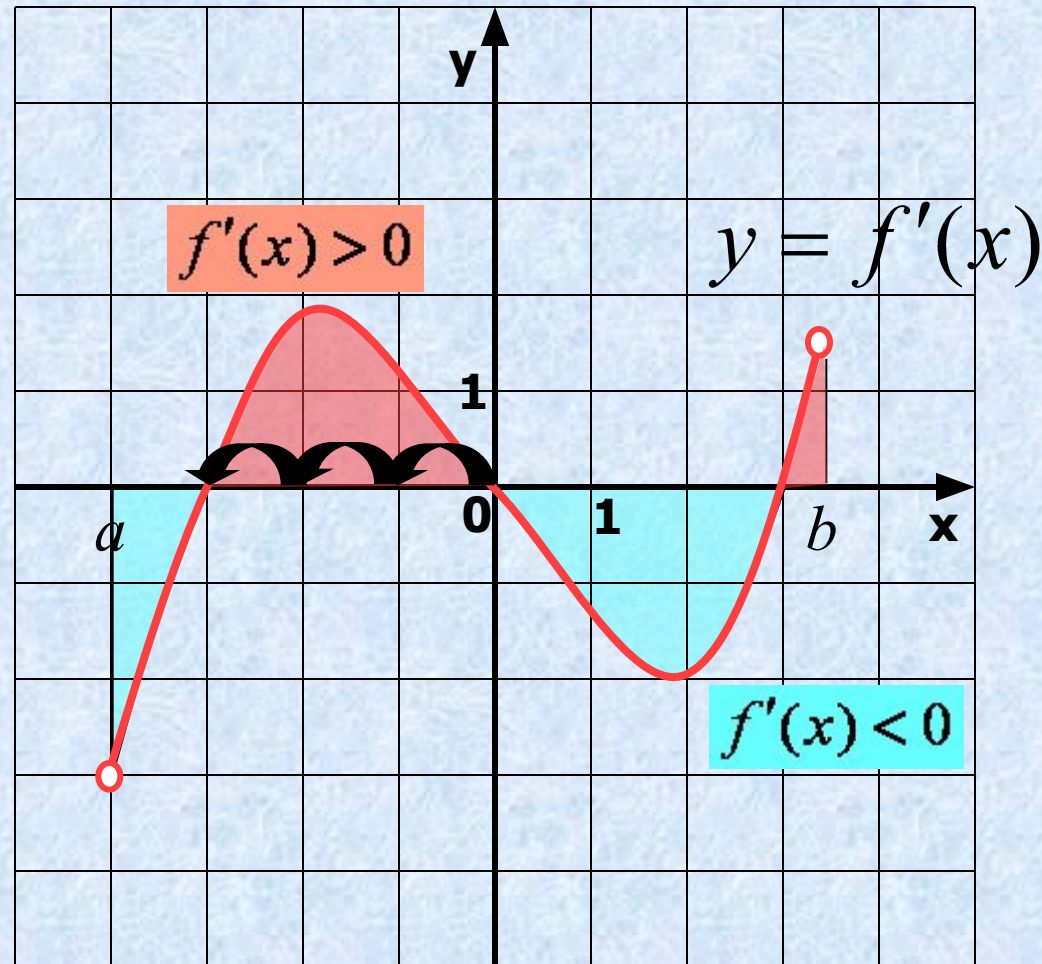
$(a; -3], [0; 3)$

2. Укажите промежутки
возрастания функции.

$[-3; 0], [3; b)$

3. Определите длину
наибольшего промежутка,
на котором касательная к
графику функции имеет
положительный угловой
коэффициент?

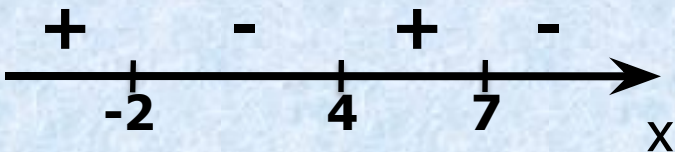
3



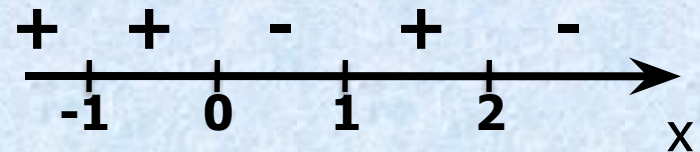
Задание «Художники»

Изобразите эскиз графика функции $y=f(x)$, если промежутки постоянства знака производной $f'(x)$ представлены на заданной схеме:

1 группа



2 группа



Задание: Укажите длину промежутка возрастания функции

$$f(x) = -x^2 + 3x + 4.$$

Проверка:

Решение:

$$D(f) = \mathbb{R}$$

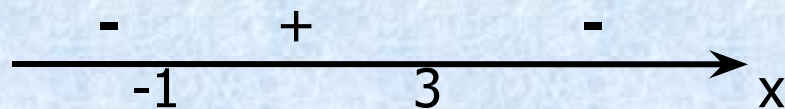
$$f'(x) = (-x^2 + 3x + 4)' = -2x + 3$$

$$-2x + 3 \geq 0;$$

$$-2x + 3 = 0;$$

$$x_1 = -1, \quad x_2 = 3.$$

$$-(x+1) \cdot (x-3) \geq 0$$



Функция возрастает на $[-1; 3]$. Длина данного отрезка 4.

Ответ: 4.



Тест

1. Найти промежутки возрастания функции: $f(x)=2x+5$
A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 2,5)$; C) $(-2,5; +\infty)$; D) $(5; +\infty)$; E) нет
2. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=x^2-6x+3$
A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 3)$; C) $(3; +\infty)$; D) $(-\infty;3]$; E) $[3;+\infty)$
3. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=\frac{1}{x}-3$
A) $[-1;1]$; B) $(-\infty;0)$ и $(0; +\infty)$; C) $(-\infty;0]$; D) $[0; +\infty)$; E) нет
4. Найти промежутки возрастания функции: $f(x)=-x^2+4x-1$
A) $(-\infty; +\infty)$; B) $(-\infty; 2)$; C) $(2; +\infty)$; D) $(-\infty;2]$; E) $[2;+\infty)$
5. Найти промежутки убывания функции: $f(x)=x^3 - 3x^2$
A) $(-\infty; 0)$; B) $[0;2]$; C) $(2; +\infty)$; D) $(0;2)$; E) $[2;+\infty)$

