Эпиграф

«Кто хочет ограничиться настоящим
без знания прошлого,
тот никогда его не поймет».

Готфрид Вильгельм **Лейбниц**

1) $c'(c = const)$

2) $(x^n)'$

3) $(\sqrt{x})'$

4) x'

5) $(u+v)'$

6) $(u \cdot v)'$

7) $(\frac{u}{v})'$

1) $u'v + uv'$

2) $u' + v'$

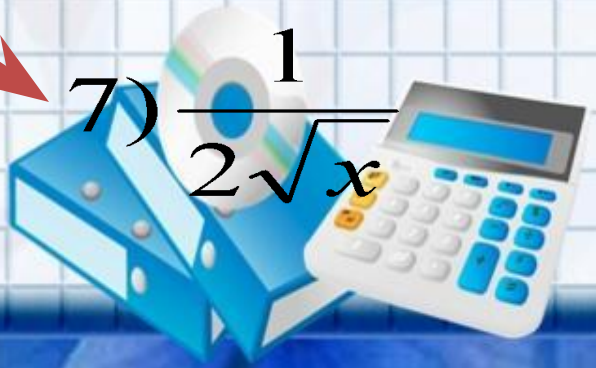
3) $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

4) 0

5) 1

6) nx^{n-1}

7) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$



Найдите производную функции:

$$3x^5 - 20x^3 - 54$$

$$\left(3x^5 - 20x^3 - 54\right)' = \left(3x^5\right)' - \left(20x^3\right)' - 54' =$$

$$= 3\left(x^5\right)' - 20\left(x^3\right)' - 0 = 3 \cdot 5x^4 - 20 \cdot 3x^2 =$$

$$= 15x^4 - 60x^2$$

) $$x^5 - 5x^3 - 20x$$

$$\left(x^5 - 5x^3 - 20x\right)' = \left(x^5\right)' - \left(5x^3\right)' - \left(20x\right)' =$$

$$= 5x^4 - 5\left(x^3\right)' - 20\left(x\right)' = 5x^4 - 5 \cdot 3x^2 - 20 \cdot 1 =$$

$$= 5x^4 - 15x^2 - 20$$

Найдите производную функции:

$$y=(x-2)^2(x-4)+5$$

$$\left(x^3-8x^2+20x-11\right)'=\left(x^3\right)'-\left(8x^2\right)'+\left(20x\right)'-11'=$$

$$=3x^2-8\left(x^2\right)'+20\left(x\right)'+0=3x^2-8\cdot 2x+20\cdot 1=$$

$$=3x^2-16x+20$$

Найдите производную функции:

$$y = \frac{x^2 + 9}{x}$$

12)

1) $f(x) = 3x^4 - x^2 + x - 7$

2) $f(x) = 5x^6 + 2x^3 + 8x$

3) $f(x) = \sqrt{x} + 2x$

4) $f(x) = -x^4 + x^{-3} + 4x$

5) $f(x) = (2x+3)^5$

Тема урока:

Производная сложной функции

Цели урока:

- Сформировать понятие сложной функции.
- Изучить алгоритм вычисления производной сложной функции.
- Научится выполнять простейшие задания на применение правила дифференцирования сложной функции.

- **Сложная функция – функция от функции.**
- **h(x)=f(g(x))**
- **f(x)- внешняя функция**
- **g(x)-внутренняя функция**
- Примеры:

$$h(x) = (5x + 4)^3$$

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x - 4}}$$

$$h(x) = \sqrt{4x - 3}$$

Простые (элементарные) функции

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x^{10}$$

$$y = \cos x$$

$$y = \frac{1}{x}$$

Сложные функции

$$y = \sqrt{3x + 2}$$

$$y = (1 - 7x)^{10}$$

$$y = \cos(2 - 3x)$$

$$y = \frac{1}{5x - 3}$$

Простые (элементарные) функции | **Сложные функции**

$$y = \sqrt{x} \quad \xleftarrow{\quad y = \sqrt{\Delta} \quad} \quad y = \sqrt{3x+2}$$

$$y = x^{10} \quad \xleftarrow{\quad y = \Delta^{10} \quad} \quad y = (1-7x)^{10}$$

$$y = \cos x \quad \xleftarrow{\quad y = \cos\Delta \quad} \quad y = \cos(2-3x)$$

$$y = \frac{1}{x} \quad \xleftarrow{\quad y = \frac{1}{\Delta} \quad} \quad y = \frac{1}{5x-3}$$

x | ***kx + m***

Алгоритм вычисления сложной функции h(x) = f(g(x)).

1) Определить внешнюю функцию f(g)
2) Найти производную внешней функции f'(g)
3) Определить внутреннюю функцию g(x).
4) Найти производную внутренней функции g'(x)
5) найти произведение производной внешней на производную внутренней функции f’(g(x)) ·g’(x)

Рассмотрим функции

$$f(t) = \sin t \qquad g(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y = \sin\left(x^2 - 2x + 5\right)$$

$$y = f(g(x))$$

Внешняя функция

Внутренняя функция

Примеры:

$$1)\ y=(2x+1)^{6}$$

Внешняя функция $f=t^{6}$

Внутренняя функция $t=2x+1$

$$2)\ y=\frac{1}{\sin^{2}x}\qquad \frac{1}{\sin^{2}x}=(\sin x)^{-2}$$

$$y=(\sin x)^{-2}$$

Внешняя функция $f=t^{-2}$

Внутренняя функция $t=\sin x$

Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$2)\, y = \boxed{\sin}\, \underbrace{2x}$$

- Внешняя функция

- Внутренняя функция

- **Задайте формулами элементарные функции f и g, из которых составлена сложная функция h(x)=f(g(x))**

1) $h(x)=(3-5x)^5$	1) $f(x)=x^5, g(x)=3-5x.$
2) $h(x)=(2x+1)^7$	2) $f(x)=x^7, g(x)=2x+1.$
3) $h(x)=\sqrt{x^2-4x}$	3) $f(x)=\sqrt{x}, g(x)=x^2-4x.$
4) $h(x)=\dfrac{1}{x^3+2}$	4) $f(x)=\dfrac{1}{x}, g(x)=x^3+2.$
5) $h(x)=(7-x)^{-4}$	5) $f(x)=x^{-4}, g(x)=7-x.$

$$2)\, y = \boxed{ctg}\left(\underbrace{2x + \frac{\pi}{3}}\right)$$

$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

Определите правильный ответ

1) $f(x)=(4x-8)^6$

2) $f(x)=(3-x)^4$

3) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$

4) $f(x)=\sqrt{5+x}$

5) $f(x)=\dfrac{1}{(6x-1)^5}$

1) $f'(x)=24(4x-8)^5$

2) $f'(x)=9(3-x)^3$

3) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$

4) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{5+x}}$

5) $f'(x)=\dfrac{-30}{(6x-1)^6}$

Найти производные функций:

$$1)\, y = (1-4x)^2$$

$$2)\, y = \frac{1}{3x+2}$$

$$3)\, y = \cos 3x$$

$$4)\, y = ctg(4x-3)$$

$$1)\, y' = -8(1-4x)$$

$$2)\, y' = -\frac{3}{(3x+2)^2}$$

$$3)\, y' = -3\sin 3x$$

$$4)\, y' = -\frac{4}{\sin^2(4x-3)}$$

Решить уравнение $y' = 0$

$$1)\, y = \boxed{\cos}\, 2x + x - 1$$

$$y' = \left(\cos 2x + x - 1\right)' = \left(\cos 2x\right)' + \left(x\right)' - 1' =$$

$$-2\sin 2x + 1$$

$$-2\sin 2x+1=0$$

$$-2\sin 2x=-1$$

$$2\sin 2x=1$$

$$\sin 2x=\frac{1}{2}$$

$$2x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2},k\in Z$$

$$2)\, y = \sin 4x - 2x + 3 \qquad \boxed{y' = 0}$$

$$y' = \left(\sin 4x - 2x + 3\right)' = \left(\sin 4x\right)' - \left(2x\right)' + 3' =$$

$$= 4\cos 4x - 2 \qquad 4\cos 4x - 2 = 0$$

$$\cos 4x = \frac{1}{2}$$

$$4x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$$

$$3)\, y = \sin\frac{x}{2} + \frac{x}{4}$$

$$\boxed{y' = 0}$$

$$y' = \left(\sin\frac{x}{2} + \frac{x}{4}\right)' = \left(\sin\frac{x}{2}\right)' + \left(\frac{x}{4}\right)' = \; = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}+\frac{1}{4}=0$$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}=-\frac{1}{4}$$

$$\cos\frac{x}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2}=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$$

$$x=\pm\frac{4\pi}{3}+4\pi n, n\in Z$$

Тест

$f(x)=(x+9)^7$	1	А $f'(x)=63(x+9)^6$	Б $f'(x)=7(x+9)^6$	С $f'(x)=7(x+9)^8$
$f(x)=(x^2-4)^3$	2	А $f'(x)=6x(x^2-4)^2$	Б $f'(x)=6x(x^2-4)^4$	С $f'(x)=6(x^2-4)^2$
$f(x)=\sqrt{8+3x}$	3	А $f'(x)=\frac{3}{\sqrt{8+3x}}$	Б $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{8+3x}}$	С $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{8+3x}}$
$f(x)=\sqrt{x-4}$	4	А $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x-4}}$	Б $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x-4}}$	С $f'(x)=\frac{4}{\sqrt{x-4}}$
$f(x)=\frac{1}{(x+3)^5}$	5	А $f'(x)=\frac{-5}{(x+3)^6}$	Б $f'(x)=\frac{5}{(x+3)^6}$	С $f'(x)=\frac{-5}{(x+3)^4}$
$f(x)=\frac{1}{(3x-5)^4}$	6	А $f'(x)=\frac{12}{(3x-5)^5}$	Б $f'(x)=\frac{-12}{(3x-5)^5}$	С $f'(x)=\frac{3}{(3x-5)^5}$
$f(x)=(2x+\frac{1}{4})^3$	7	А $f'(x)=\frac{3}{4}(2x+\frac{1}{4})^2$	Б $f'(x)=3(2x+\frac{1}{4})^4$	С $f'(x)=6(2x+\frac{1}{4})^2$