



Эпиграф

«Кто хочет ограничиться настоящим
без знания прошлого,
тот никогда его не поймет».

Готфрид Вильгельм **Лейбниц**

1) $c'(c = \text{const})$

2) $(x^n)'$

3) $(\sqrt{x})'$

4) x'

5) $(u + v)'$

6) $(u \cdot v)'$

7) $\left(\frac{u}{v}\right)'$

1) $u'v + uv'$

2) $u' + v'$

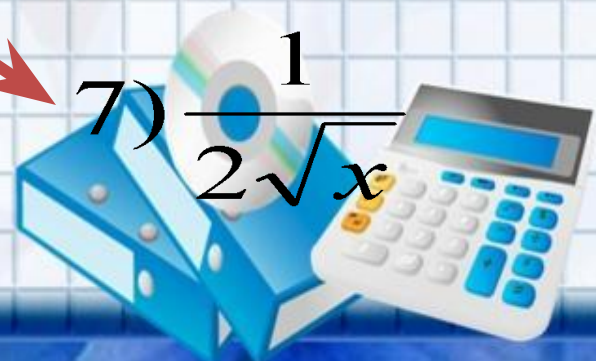
3) $\frac{u'v - uv'}{v^2}$

4) 0

5) 1

6) nx^{n-1}

7) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$



Найдите производную функции:

$$3x^5 - 20x^3 - 54$$

$$(3x^5 - 20x^3 - 54)' = (3x^5)' - (20x^3)' - 54' =$$

$$= 3(x^5)' - 20(x^3)' - 0 = 3 \cdot 5x^4 - 20 \cdot 3x^2 =$$

$$= 15x^4 - 60x^2$$

$$) \quad x^5 - 5x^3 - 20x$$

$$(x^5 - 5x^3 - 20x)' = (x^5)' - (5x^3)' - (20x)' =$$

$$= 5x^4 - 5(x^3)' - 20(x)' = 5x^4 - 5 \cdot 3x^2 - 20 \cdot 1 =$$

$$= 5x^4 - 15x^2 - 20$$



Найдите производную функции:

$$y = (x-2)^2(x-4) + 5$$

$$(x^3 - 8x^2 + 20x - 11)' = (x^3)' - (8x^2)' + (20x)' - 11' =$$

$$= 3x^2 - 8(x^2)' + 20(x)' + 0 = 3x^2 - 8 \cdot 2x + 20 \cdot 1 =$$

$$= 3x^2 - 16x + 20$$



Найдите производную функции:

$$y = \frac{x^2 + 9}{x}$$

12)



$$1) f(x) = 3x^4 - x^2 + x - 7$$

$$2) f(x) = 5x^6 + 2x^3 + 8x$$

$$3) f(x) = \sqrt{x} + 2x$$

$$4) f(x) = -x^4 + x^{-3} + 4x$$

$$5) f(x) = (2x + 3)^5$$

Тема урока:

**Производная
сложной функции**

Цели урока:

- Сформировать понятие сложной функции.
- Изучить алгоритм вычисления производной сложной функции.
- Научится выполнять простейшие задания на применение правила дифференцирования сложной функции.

- Сложная функция – функция от функции.
- $h(x)=f(g(x))$
- $f(x)$ - внешняя функция
- $g(x)$ -внутренняя функция
- Примеры:

$$h(x) = (5x + 4)^3$$

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$$

$$h(x) = \sqrt{4x-3}$$

Простые (элементарные) функции

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = x^{10}$$

$$y = \cos x$$

$$y = \frac{1}{x}$$

Сложные функции

$$y = \sqrt{3x + 2}$$

$$y = (1 - 7x)^{10}$$

$$y = \cos(2 - 3x)$$

$$y = \frac{1}{5x - 3}$$

Простые
(элементарные) функции

Сложные функции

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = \sqrt{\Delta}$$

$$y = \sqrt{3x + 2}$$

$$y = x^{10}$$

$$y = \Delta^{10}$$

$$y = (1 - 7x)^{10}$$

$$y = \cos x$$

$$y = \cos \Delta$$

$$y = \cos(2 - 3x)$$

$$y = \frac{1}{x}$$

$$y = \frac{1}{\Delta}$$

$$y = \frac{1}{5x - 3}$$

x

$kx + m$

Алгоритм вычисления сложной функции $h(x) = f(g(x))$.

- 1) Определить внешнюю функцию $f(g)$
- 2) Найти производную внешней функции $f'(g)$
- 3) Определить внутреннюю функцию $g(x)$.
- 4) Найти производную внутренней функции $g'(x)$
- 5) найти произведение производной внешней на производную внутренней функции $f'(g(x)) \cdot g'(x)$



Рассмотрим функции

$$f(t) = \sin t \quad g(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y = \sin(x^2 - 2x + 5)$$

$$y = f(g(x))$$

Внешняя
функция

Внутренняя
функция



Примеры:

$$1) y = (2x + 1)^6$$

Внешняя функция $f = t^6$

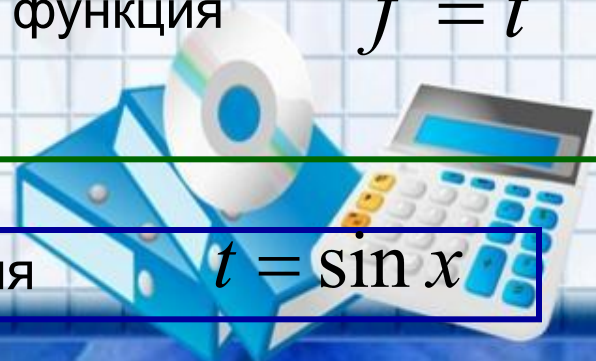
Внутренняя функция $t = 2x + 1$

$$2) y = \frac{1}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} = (\sin x)^{-2}$$

Внешняя функция $f = t^{-2}$

$$y = (\sin x)^{-2}$$

Внутренняя функция $t = \sin x$



Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$2) y = \sin 2x$$

- Внешняя функция

- Внутренняя функция



- **Задайте формулами элементарные функции f и g , из которых составлена сложная функция $h(x)=f(g(x))$**

$$1) h(x) = (3 - 5x)^5$$

$$1) f(x) = x^5, g(x) = 3 - 5x.$$

$$2) h(x) = (2x + 1)^7$$

$$2) f(x) = x^7, g(x) = 2x + 1.$$

$$3) h(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$$

$$3) f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2 - 4x.$$

$$4) h(x) = \frac{1}{x^3 + 2}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^3 + 2.$$

$$5) h(x) = (7 - x)^{-4}$$

$$5) f(x) = x^{-4}, g(x) = 7 - x.$$

$$2) y = \boxed{\text{ctg}} \left(\underbrace{2x + \frac{\pi}{3}} \right)$$

$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

Определите правильный ответ

$$1) f(x) = (4x - 8)^6$$

$$2) f(x) = (3 - x)^4$$

$$3) f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$$

$$4) f(x) = \sqrt{5 + x}$$

$$5) f(x) = \frac{1}{(6x - 1)^5}$$

$$1) f'(x) = 24(4x - 8)^5$$

$$2) f'(x) = 9(3 - x)^3$$

$$3) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2 - 1}}$$

$$4) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{5 + x}}$$

$$5) f'(x) = \frac{-30}{(6x - 1)^6}$$

Найти производные функций:

$$1) y = (1 - 4x)^2$$

$$2) y = \frac{1}{3x + 2}$$

$$3) y = \cos 3x$$

$$4) y = \operatorname{ctg}(4x - 3)$$

$$1) y' = -8(1 - 4x)$$

$$2) y' = -\frac{3}{(3x + 2)^2}$$

$$3) y' = -3 \sin 3x$$

$$4) y' = -\frac{4}{\sin^2(4x - 3)}$$

Решить уравнение

$$y' = 0$$

$$1) y = \boxed{\cos} 2x + x - 1$$

$$y' = (\cos 2x + x - 1)' = (\cos 2x)' + (x)' - 1' =$$
$$-2 \sin 2x + 1$$

$$-2 \sin 2x + 1 = 0$$

$$-2 \sin 2x = -1$$

$$2 \sin 2x = 1$$

$$\sin 2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6} + \pi k,$$

$$x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) y = \sin 4x - 2x + 3$$

$$y' = 0$$

$$y' = (\sin 4x - 2x + 3)' = (\sin 4x)' - (2x)' + 3' =$$

$$= 4 \cos 4x - 2$$

$$4 \cos 4x - 2 = 0$$

$$\cos 4x = \frac{1}{2}$$

$$4x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$$

$$3) y = \sin \frac{x}{2} + \frac{x}{4}$$

$$y' = 0$$

$$y' = \left(\sin \frac{x}{2} + \frac{x}{4} \right)' = \left(\sin \frac{x}{2} \right)' + \left(\frac{x}{4} \right)' = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2} = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \pm \frac{4\pi}{3} + 4\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Тест

$$f(x) = (x + 9)^7$$

1**A**

$$f'(x) = 63(x + 9)^6$$

Б

$$f'(x) = 7(x + 9)^6$$

C

$$f'(x) = 7(x + 9)^8$$

$$f(x) = (x^2 - 4)^3$$

2**A**

$$f'(x) = 6x(x^2 - 4)^2$$

Б

$$f'(x) = 6x(x^2 - 4)^4$$

C

$$f'(x) = 6(x^2 - 4)^2$$

$$f(x) = \sqrt{8 + 3x}$$

3**A**

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{8 + 3x}}$$

Б

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{8 + 3x}}$$

C

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{8 + 3x}}$$

$$f(x) = \sqrt{x - 4}$$

4**A**

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x - 4}}$$

Б

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x - 4}}$$

C

$$f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x - 4}}$$

$$f(x) = \frac{1}{(x + 3)^5}$$

5**A**

$$f'(x) = \frac{-5}{(x + 3)^6}$$

Б

$$f'(x) = \frac{5}{(x + 3)^6}$$

C

$$f'(x) = \frac{-5}{(x + 3)^4}$$

$$f(x) = \frac{1}{(3x - 5)^4}$$

6**A**

$$f'(x) = \frac{12}{(3x - 5)^5}$$

Б

$$f'(x) = \frac{-12}{(3x - 5)^5}$$

C

$$f'(x) = \frac{3}{(3x - 5)^5}$$

$$f(x) = \left(2x + \frac{1}{4}\right)^3$$

7**A**

$$f'(x) = \frac{3}{4}\left(2x + \frac{1}{4}\right)^2$$

Б

$$f'(x) = 3\left(2x + \frac{1}{4}\right)^4$$

C

$$f'(x) = 6\left(2x + \frac{1}{4}\right)^2$$