Эпиграф

«Кто хочет ограничиться настоящим
без знания прошлого,
тот никогда его не поймет».

Готфрид Вильгельм **Лейбниц**

1) $c'(c = const)$

2) $(x^n)'$

3) $(\sqrt{x})'$

4) x'

5) $(u+v)'$

6) $(u \cdot v)'$

7) $\left(\dfrac{u}{v}\right)'$

1) $u'v + uv'$

2) $u' + v'$

3) $\dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

4) 0

5) 1

6) nx^{n-1}

7) $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Найдите производную функции:

$$3x^5 - 20x^3 - 54$$

$$\left(3x^5 - 20x^3 - 54\right)' = \left(3x^5\right)' - \left(20x^3\right)' - 54' =$$

$$= 3\left(x^5\right)' - 20\left(x^3\right)' - 0 = 3 \cdot 5x^4 - 20 \cdot 3x^2 =$$

$$= 15x^4 - 60x^2$$

) $x^5 - 5x^3 - 20x$

$$\left(x^5 - 5x^3 - 20x\right)' = \left(x^5\right)' - \left(5x^3\right)' - \left(20x\right)' =$$

$$= 5x^4 - 5\left(x^3\right)' - 20(x)' = 5x^4 - 5 \cdot 3x^2 - 20 \cdot 1 =$$

$$= 5x^4 - 15x^2 - 20$$

Найдите производную функции:

$$y=(x-2)^2(x-4)+5$$

$$\left(x^3-8x^2+20x-11\right)'=\left(x^3\right)'-\left(8x^2\right)'+\left(20x\right)'-11'=$$

$$=3x^2-8\left(x^2\right)'+20\left(x\right)'+0=3x^2-8\cdot 2x+20\cdot 1=$$

$$=3x^2-16x+20$$

Найдите производную функции:

$$y=\frac{x^2+9}{x}$$

12)

1) $f(x)=3x^4-x^2+x-7$

2) $f(x)=5x^6+2x^3+8x$

3) $f(x)=\sqrt{x}+2x$

4) $f(x)=-x^4+x^{-3}+4x$

5) $f(x)=(2x+3)^5$

Тема урока:

Производная сложной функции

Цели урока:

- Сформировать понятие сложной функции.
- Изучить алгоритм вычисления производной сложной функции.
- Научится выполнять простейшие задания на применение правила дифференцирования сложной функции.

- **Сложная функция – функция от функции.**
- **h(x)=f(g(x))**
- **f(x)- внешняя функция**
- **g(x)-внутренняя функция**
- Примеры:

$$h(x) = (5x+4)^3$$

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x-4}}$$

$$h(x) = \sqrt{4x-3}$$

Простые (элементарные) функции	Сложные функции
$y = \sqrt{x}$	$y = \sqrt{3x + 2}$
$y = x^{10}$	$y = (1 - 7x)^{10}$
$y = \cos x$	$y = \cos(2 - 3x)$
$y = \dfrac{1}{x}$	$y = \dfrac{1}{5x - 3}$

Простые (элементарные) функции | **Сложные функции**

$y = \sqrt{x}$ ← $y = \sqrt{\Delta}$ → $y = \sqrt{3x + 2}$

$y = x^{10}$ ← $y = \Delta^{10}$ → $y = (1 - 7x)^{10}$

$y = \cos x$ ← $y = \cos \Delta$ → $y = \cos(2 - 3x)$

$y = \frac{1}{x}$ ← $y = \frac{1}{\Delta}$ → $y = \frac{1}{5x - 3}$

x | ***kx + m***

Алгоритм вычисления сложной функции $h(x) = f(g(x))$.

1) Определить внешнюю функцию $f(g)$
2) Найти производную внешней функции $f'(g)$
3) Определить внутреннюю функцию $g(x)$.
4) Найти производную внутренней функции $g'(x)$
5) найти произведение производной внешней на производную внутренней функции $f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Рассмотрим функции

$$f(t) = \sin t \qquad g(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$y = \sin\left(x^2 - 2x + 5\right)$$

$$y = f(g(x))$$

Внешняя функция

Внутренняя функция

Примеры:

$$1)\, y = (2x+1)^{\boxed{6}}$$

Внешняя функция $f = t^6$

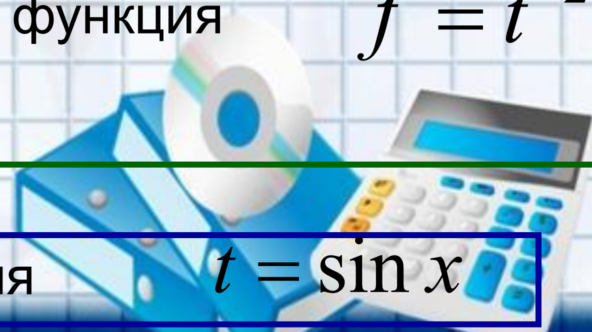
Внутренняя функция $t = 2x+1$

$$2)\, y = \frac{1}{\sin^2 x} \qquad \frac{1}{\sin^2 x} = (\sin x)^{-2}$$

Внешняя функция $f = t^{-2}$

$$y = (\sin x)^{\boxed{-2}}$$

Внутренняя функция $t = \sin x$



Определить внутреннюю и внешнюю функцию для данной сложной функции:

$$2)\ y = \boxed{\sin}\,2x$$

- Внешняя функция

- Внутренняя функция

- **Задайте формулами элементарные функции f и g, из которых составлена сложная функция h(x)=f(g(x))**

$$1)\ h(x) = (3-5x)^5$$

$$1)\ f(x) = x^5, g(x) = 3-5x.$$

$$2)\ h(x) = (2x+1)^7$$

$$2)\ f(x) = x^7, g(x) = 2x+1.$$

$$3) h(x) = \sqrt{x^2-4x}$$

$$3) f(x) = \sqrt{x}, g(x) = x^2-4x.$$

$$4) h(x) = \frac{1}{x^3+2}$$

$$4) f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = x^3+2.$$

$$5) h(x) = (7-x)^{-4}$$

$$5) f(x) = x^{-4}, g(x) = 7-x.$$

$$2)\; y = \boxed{ctg}\underbrace{\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\boxed{y' = f' \cdot t'}$$

Определите правильный ответ

1) $f(x)=(4x-8)^6$

2) $f(x)=(3-x)^4$

3) $f(x)=\sqrt{x^2-1}$

4) $f(x)=\sqrt{5+x}$

5) $f(x)=\dfrac{1}{(6x-1)^5}$

$\boxed{1)}$ $f'(x)=24(4x-8)^5$

2) $f'(x)=9(3-x)^3$

3) $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}$

$\boxed{4)}$ $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{5+x}}$

$\boxed{5)}$ $f'(x)=\dfrac{-30}{(6x-1)^6}$

Найти производные функций:

$$1)\ y = (1-4x)^2$$

$$2)\ y = \frac{1}{3x+2}$$

$$3)\ y = \cos 3x$$

$$4)\ y = ctg(4x-3)$$

$$\boxed{\begin{aligned} &1)\ y' = -8(1-4x) \\ &2)\ y' = -\frac{3}{(3x+2)^2} \\ &3)\ y' = -3\sin 3x \\ &4)\ y' = -\frac{4}{\sin^2(4x-3)} \end{aligned}}$$

Решить уравнение $\qquad y' = 0$

$$1)\; y = \boxed{\cos}\underbrace{2x} + x - 1$$

$$y' = (\cos 2x + x - 1)' = (\cos 2x)' + (x)' - 1' =$$

$$-2\sin 2x + 1$$

$$-2\sin 2x+1=0$$

$$-2\sin 2x=-1$$

$$2\sin 2x=1$$

$$\sin 2x=\frac{1}{2}$$

$$2x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,$$

$$x=(-1)^k\cdot\frac{\pi}{12}+\frac{\pi k}{2},k\in Z$$

$$2)\, y=\sin 4x-2x+3 \qquad \boxed{y'=0}$$

$$y'=(\sin 4x-2x+3)'=(\sin 4x)'-(2x)'+3'=$$

$$=4\cos 4x-2 \qquad 4\cos 4x-2=0$$

$$\cos 4x=\frac{1}{2}$$

$$4x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$$

$$x=\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2},\, n\in Z$$

$$3)\, y = \sin\frac{x}{2} + \frac{x}{4}$$

$$\boxed{y' = 0}$$

$$y' = \left(\sin\frac{x}{2} + \frac{x}{4}\right)' = \left(\sin\frac{x}{2}\right)' + \left(\frac{x}{4}\right)' = \quad = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}+\frac{1}{4}=0$$

$$\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}=-\frac{1}{4}$$

$$\cos\frac{x}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2}=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$$

$$x=\pm\frac{4\pi}{3}+4\pi n, n\in Z$$

Тест

		А	Б	С
$f(x)=(x+9)^7$	**1**	$f'(x)=63(x+9)^6$	$f'(x)=7(x+9)^6$	$f'(x)=7(x+9)^8$
$f(x)=(x^2-4)^3$	**2**	$f'(x)=6x(x^2-4)^2$	$f'(x)=6x(x^2-4)^4$	$f'(x)=6(x^2-4)^2$
$f(x)=\sqrt{8+3x}$	**3**	$f'(x)=\dfrac{3}{\sqrt{8+3x}}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{8+3x}}$	$f'(x)=\dfrac{3}{2\sqrt{8+3x}}$
$f(x)=\sqrt{x-4}$	**4**	$f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x-4}}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-4}}$	$f'(x)=\dfrac{4}{\sqrt{x-4}}$
$f(x)=\dfrac{1}{(x+3)^5}$	**5**	$f'(x)=\dfrac{-5}{(x+3)^6}$	$f'(x)=\dfrac{5}{(x+3)^6}$	$f'(x)=\dfrac{-5}{(x+3)^4}$
$f(x)=\dfrac{1}{(3x-5)^4}$	**6**	$f'(x)=\dfrac{12}{(3x-5)^5}$	$f'(x)=\dfrac{-12}{(3x-5)^5}$	$f'(x)=\dfrac{3}{(3x-5)^5}$
$f(x)=(2x+\frac{1}{4})^3$	**7**	$f'(x)=\frac{3}{4}(2x+\frac{1}{4})^2$	$f'(x)=3(2x+\frac{1}{4})^4$	$f'(x)=6(2x+\frac{1}{4})^2$