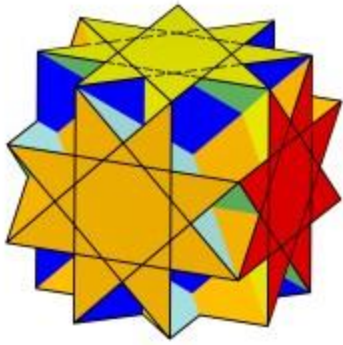


В любой науке столько
истины, сколько в ней
математики.



Иммануил Кант



Многогранник - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями. Стороны граней называются ребрами многогранника, а концы ребер — вершинами многогранника. По числу граней различают четырехгранники, пятигранники и т. д.

Тетраэдр (от греческого tetra – четыре и hedra – грань) - правильный многогранник, составленный из 4 равносторонних треугольников.

Из определения правильного многогранника следует, что все ребра тетраэдра имеют равную длину, а грани - равную площадь. Обозначим длину ребра тетраэдра a и получим следующие формулы:

сумма длин всех ребер

$$6a;$$

площадь поверхности тетраэдра

$$a^2\sqrt{3};$$

Объем

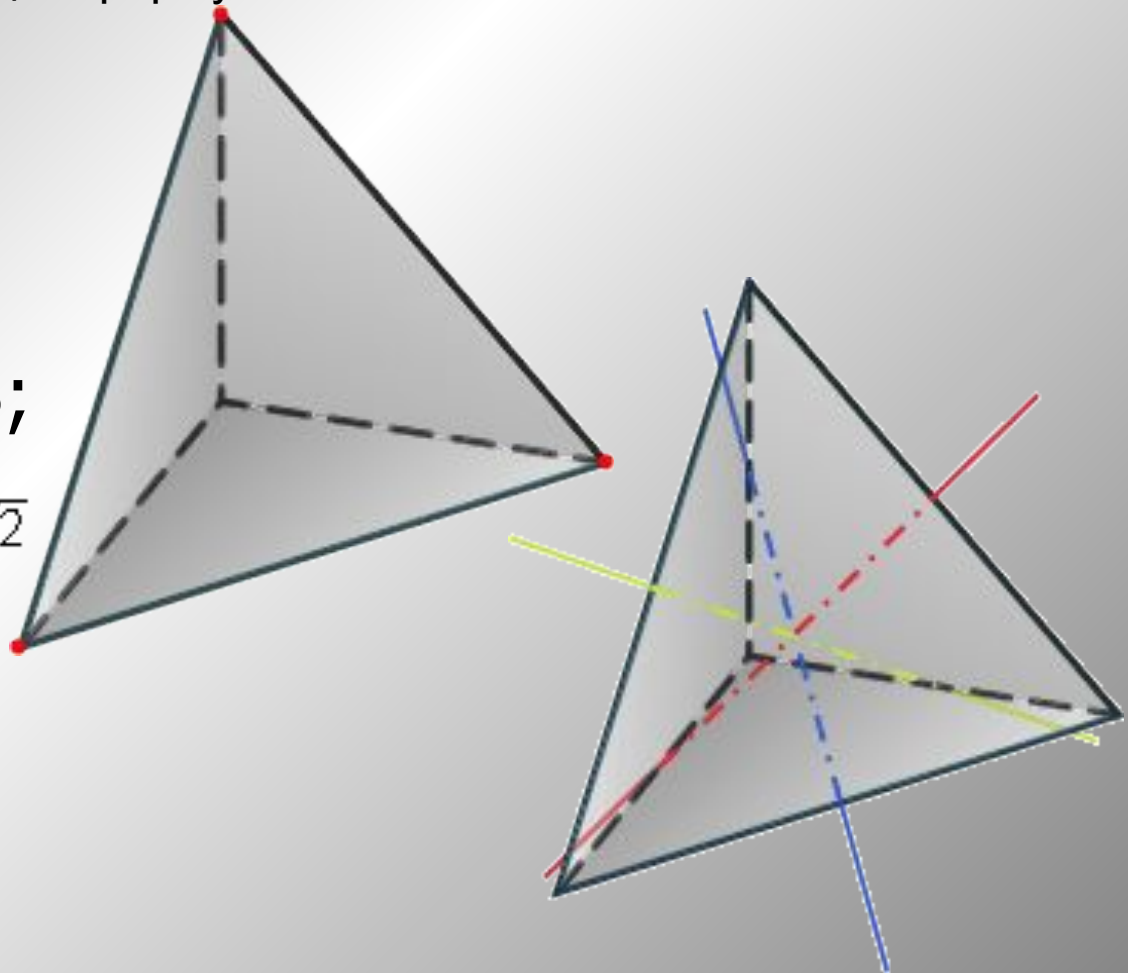
$$V = \frac{a^3}{12}\sqrt{2}$$

радиус описанной сферы

$$R = \frac{a}{4}\sqrt{6}$$

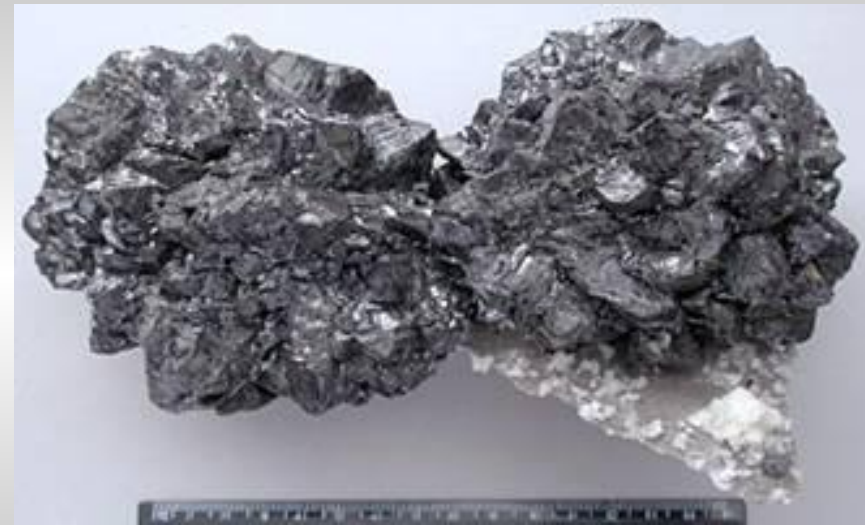
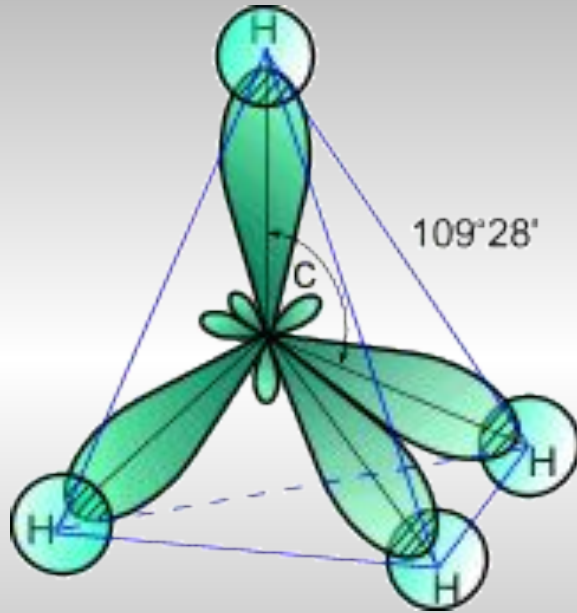
радиус вписанной сферы

$$r = \frac{a}{12}\sqrt{6}$$



Кристаллы белого фосфора образованы молекулами P_4 .
Такая молекула имеет вид тетраэдра.

Молекулы **зеркальных изомеров молочной кислоты**
также являются тетраэдрами.



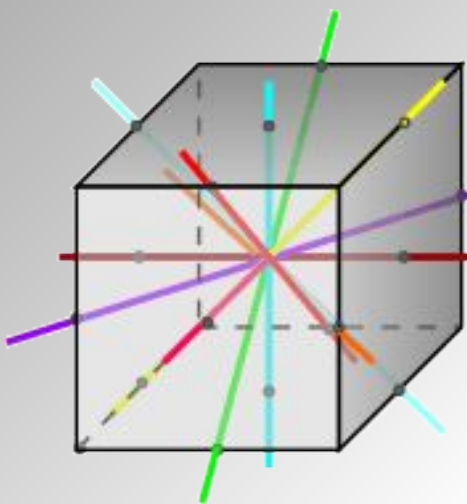
Кристаллическая решётка **метана** имеет форму тетраэдра.
Метан горит бесцветным пламенем.
С воздухом образует взрывоопасные смеси.
Используется как топливо.

Сфалерит - сульфид цинка (ZnS).
Кристаллы этого минерала имеют форму тетраэдров, реже – ромбододекаэдров.

Куб или гексаэдр

Каждая из **8 вершин** куба является вершиной **3 квадратов**.

У куба **12 ребер**, имеющих равную длину. Если принять длину ребра за **a** , то у куба сумма длин всех ребер - **$12a$** ,



площадь
поверхности -

$$S = 6a^2$$

объем -

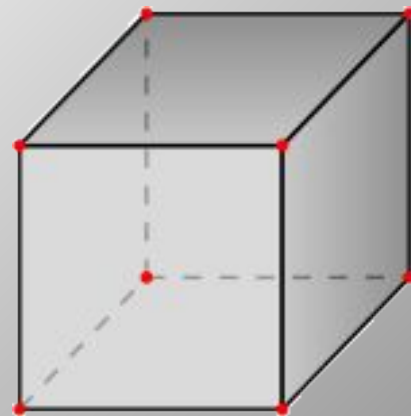
$$V = a^3$$


радиус
вписанной
сферы -

$$r = a/2$$

радиус
описанной
сферы -

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$





Куб передает форму кристаллов поваренной соли **NaCl**.

Форму куба имеют кристаллические решётки многих металлов (Li, Na, Cr, Pb, Al, Au, и другие)

Леонардо да Винчи – метод жестких ребер



Интересно сравнить этот рисунок Леонардо с похожей работой Мауритца Эшера, относящейся к 1952 г., «Ячейки кубического пространства».



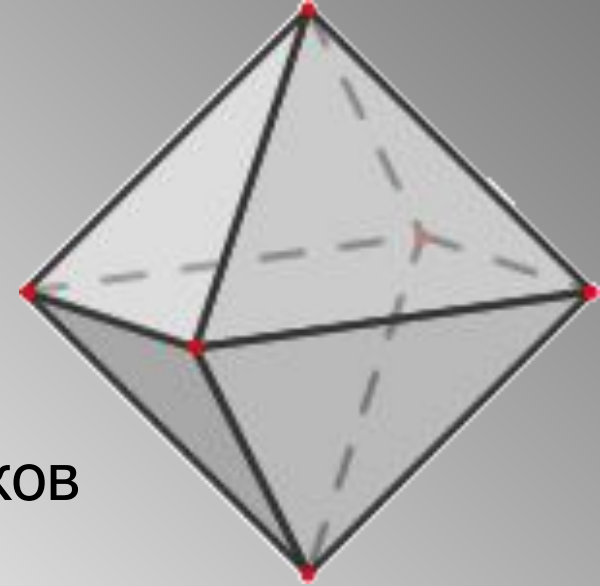
Октаэдр

(от греческого *okto* – восемь
и *hedra* – грань) –

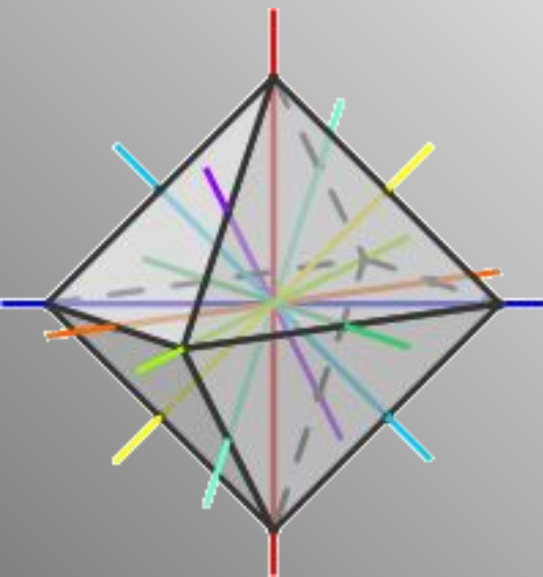
правильный многогранник,

составленный из

8 равносторонних треугольников



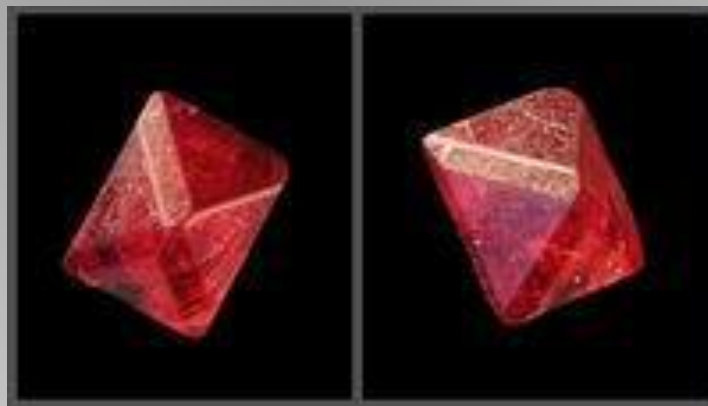
Если длину ребра принять равной ***a***, то



Площадь поверхности -	$S = 2a^2\sqrt{3}$
Объем -	$V = \frac{a^3}{3}\sqrt{2}$
Радиус вписанной сферы -	$r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$
Радиус описанной сферы -	$R = \frac{a}{2}\sqrt{2}$

Форму октаэдра имеет **монокристалл алюмокалиевых кварцев**,
формула которого $K(Al(SO_4)_2) \cdot 12H_2O$.

Они применяются для протравливания тканей, выделки кожи.

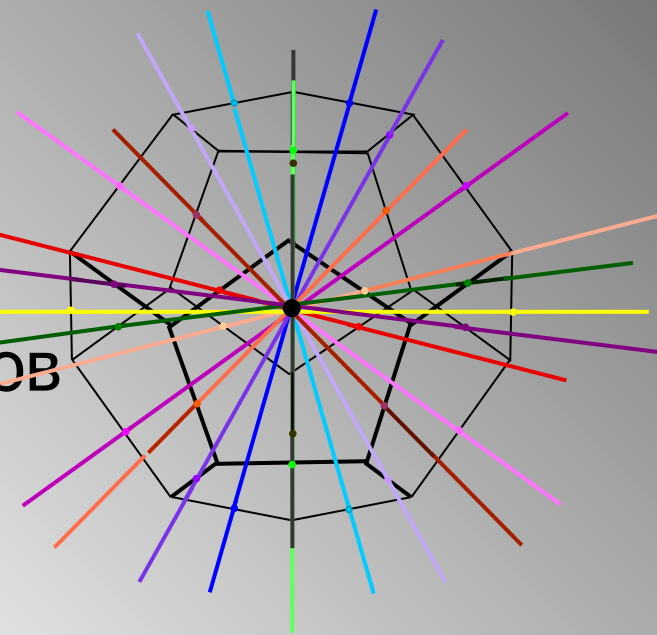


Одним из состояний полимерной молекулы **углерода**, наряду с графитом, является алмаз **Алмазы** обычно имеют **октаэдр** в качестве формы огранки. Алмаз (от греческого *adamas* – несокрушимый) – бесцветный или окрашенный кристалл с сильным блеском в виде октаэдра.

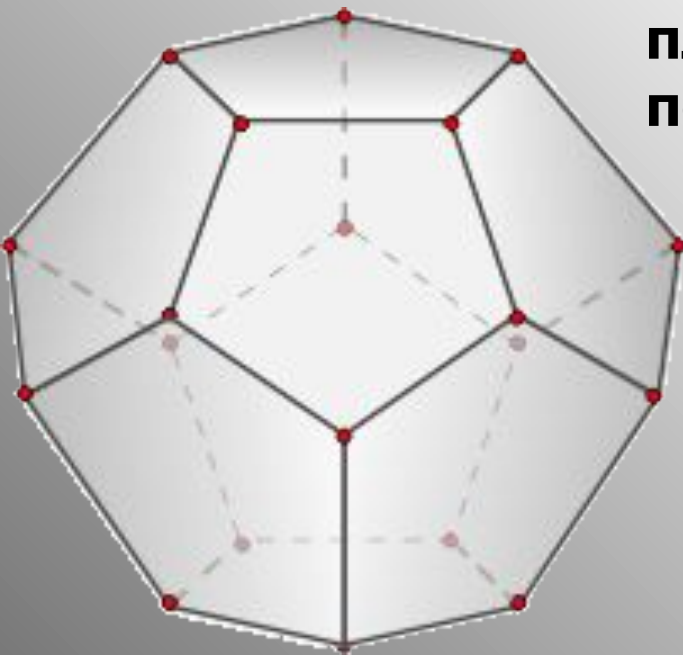
Кристаллы алмаза представляют собой гигантские полимерные молекулы и обычно имеют форму огранки октаэдра, ромбододекаэдра, реже — куба или тетраэдра.

Додекаэдр (от греческого dodeka – двенадцать и hedra – грань) это правильный многогранник, составленный из двенадцати равносторонних пятиугольников

Додекаэдр имеет **20 вершин** и **30 ребер**



Пусть **a** - длина ребра додекаэдра, тогда сумма длин всех ребер **$30a$** ,



**площадь
поверхности**

**радиус
описанной
сферы**

**радиус
вписанной
сферы**

$$- S = 3a^2 \sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})}$$

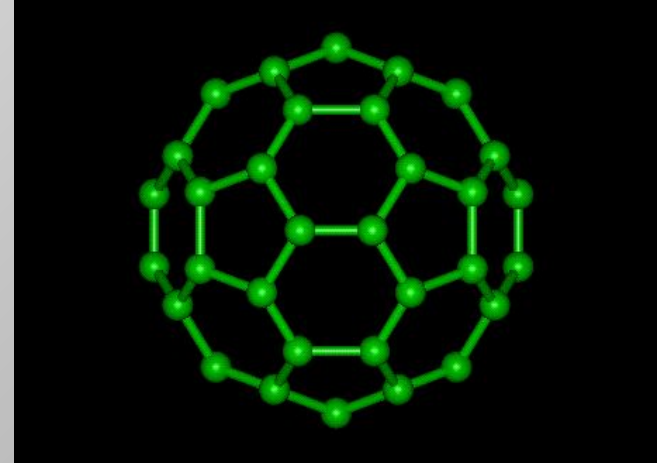
$$- R = \frac{a}{4} (1 + \sqrt{5}) \sqrt{3}$$

$$- r = \frac{a}{4} \sqrt{10 + \frac{22}{\sqrt{5}}}$$

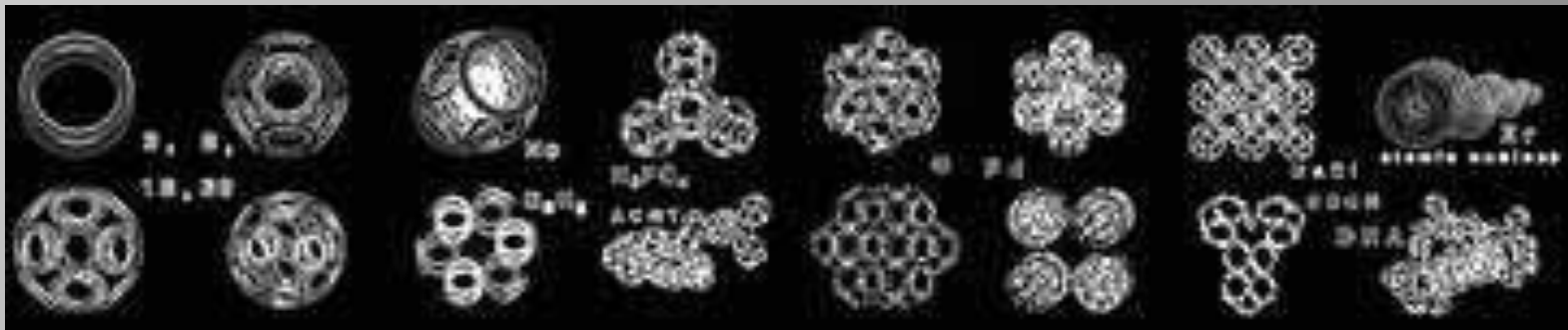
$$- V = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5})$$



Вирус полиомиелита имеет форму додекаэдра. Он может жить и размножаться только в клетках человека и приматов.



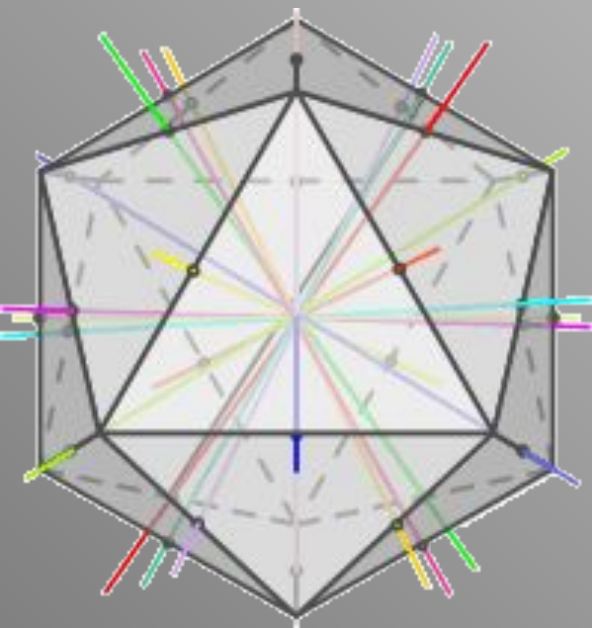
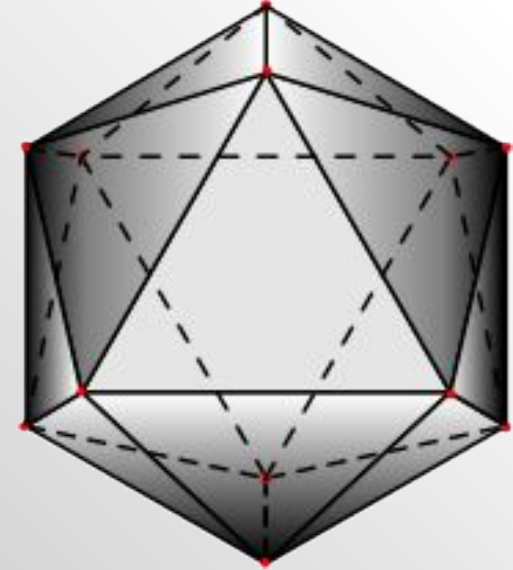
В книге Дана Уинтера «Математика Сердца» (Dan Winter, Heartmath) показано, что молекула ДНК составлена из взаимоотношений двойственности додекаэдров и икосаэдров.



Икосаэдр - правильный выпуклый многогранник, составленный из 20 правильных треугольников.

У икосаэдра **30 ребер**.

Если принять длину каждого ребра за **a** , то сумма длин всех ребер составит **$30a$** .



Площадь поверхности

Объем

Радиус вписанной сферы

Радиус

$$S = 5a^2 \sqrt{3}$$

$$V = \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5})$$

$$r = \frac{a}{4\sqrt{3}} (3 + \sqrt{5})$$

$$R = \frac{a}{4} \sqrt{2(5 + \sqrt{5})}$$