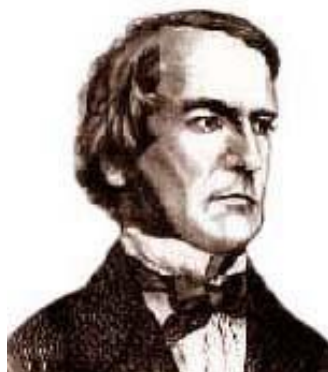


20 октября  
Классная работа

# Элементы алгебры логики



*Урок 12*

# Алгебра логики

**Алгебра логики** — это математический аппарат, с помощью которого записывают, вычисляют, упрощают и преобразовывают логические высказывания.

*Создателем алгебры логики является живший в XIX веке английский математик **Джордж Буль** (1815-1864), в честь которого эта алгебра названа **Булевой алгеброй** или **Алгеброй высказываний**.*



# Алгебра логики

В алгебре логики высказывания обозначают буквами и называют **логическими переменными**.

Если высказывание истинно, то значение соответствующей ему логической переменной обозначают единицей ( **$A = 1$** ), а если ложно - нулём ( **$B = 0$** ).

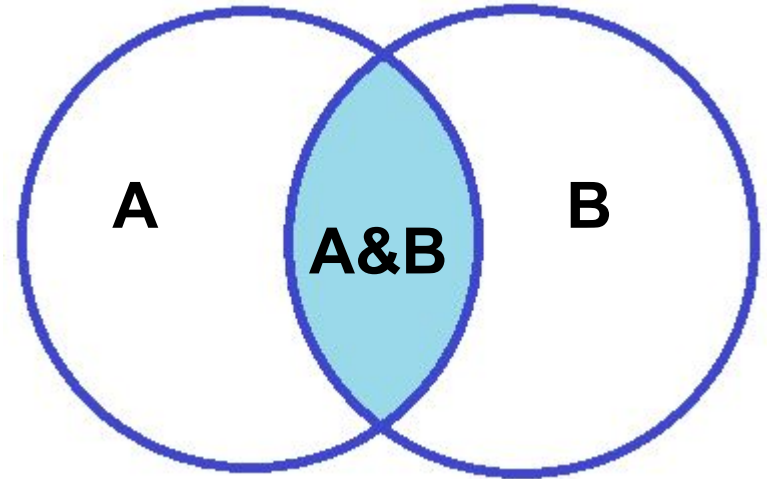
**0** и **1** называются **логическими значениями**.

# Конъюнкция

Таблица истинности:

A	B	A&B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Графическое представление



**Конъюнкция** – логическая операция, в результате которой **истина** будет тогда, когда **оба исходных высказывания истинны**.

Другое название: **логическое умножение**.

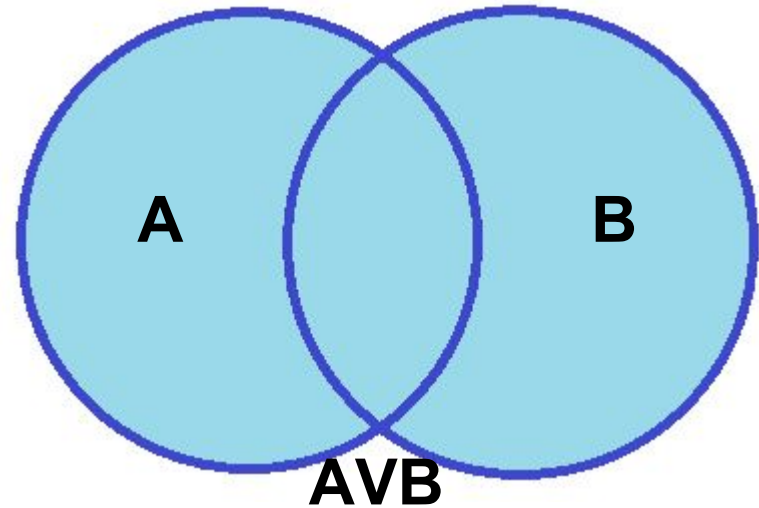
Обозначения:  $\wedge$ ,  $\times$ ,  $\bullet$ ,  $\&$ , И.

# Дизъюнкция

Таблица истинности:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Графическое представление



**Дизъюнкция** – логическая операция, в результате которой ложь будет тогда, когда **оба исходных высказывания ложны**.

Другое название: **логическое сложение**.

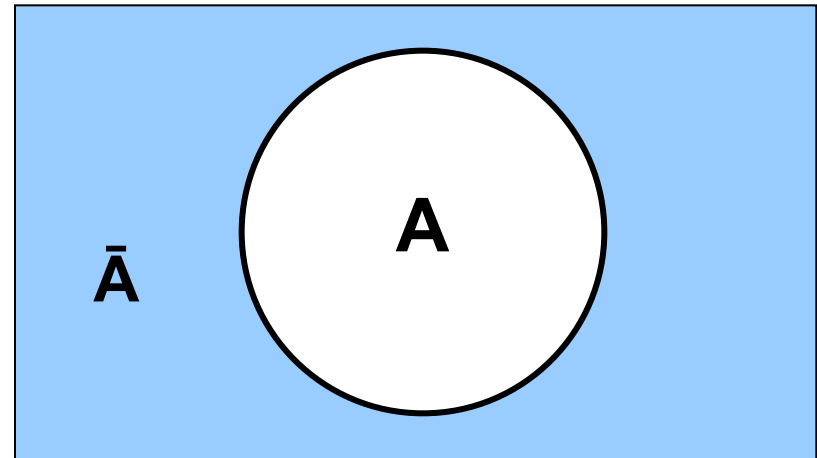
Обозначения:  **$\vee$ , |, ИЛИ, +**.

# Инверсия

Таблица истинности:

A	$\bar{A}$
0	1
1	0

Графическое представление



**Инверсия** – логическая операция, в результате которой будет значение **противоположное исходному**.

Другое название: **логическое отрицание**.

Обозначения: **НЕ**,  $\neg$ ,  $\bar{\quad}$ .

# Импликация

Таблица истинности:

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

**Импликация** – логическая операция, в результате которой истина будет тогда, когда первое высказывание не больше второго.

Обозначения:  $\rightarrow$  ,  $\Rightarrow$  .

# Эквивалентность

Таблица истинности:

A	B	$A \equiv B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Импликация** – логическая операция, в результате которой **истина** будет тогда, когда оба высказывания **имеют одинаковую истинность**.

Обозначения:  $\equiv$ ,  $\leftrightarrow$ .



# Логические выражения

*Примеры:*

**НЕ (A ИЛИ B)**

**A & B**

**A V ¬B & C**

**Логическое выражение** – это выражение содержащее логические переменные, логические значения, логические операции и скобки.

При вычислении логических выражений **сначала** выполняются действия в скобках.

**Приоритет** выполнения логических операций:

**¬, &, V**

*(инверсия, затем конъюнкция, затем дизъюнкция).*

# Построение таблиц истинности для логических выражений

подсчитать  $n$  - число переменных в выражении

подсчитать общее число логических операций в выражении

установить последовательность выполнения логических операций

определить число столбцов в таблице

заполнить шапку таблицы, включив в неё переменные и операции

определить число строк в таблице без шапки:  $m = 2^n$

выписать наборы входных переменных

провести заполнение таблицы по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с установленной последовательностью

# Пример построения таблицы истинности

*Построить таблицу истинности для выражения  $A \vee A \& B$*

Число переменных:  $N = 2$

Число строк:  $m = 2^2 = 4$

Приоритет операций:  $\&, \vee$

Число столбцов:  $4$  (2 переменных и 2 операции)

$A$	$B$	$A \& B$	$A \vee A \& B$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

**Вывод:  $A \vee A \& B = A$**

# Переместительный (коммутативный) закон

- *Для логического сложения:*

$$A \vee B = B \vee A$$

- *Для логического умножения:*

$$A \& B = B \& A$$

# Сочетательный (ассоциативный) закон

- *Для логического сложения:*

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

- *Для логического умножения:*

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

- При одинаковых знаках скобки можно ставить произвольно или вообще опускать, как в обычной алгебре

# Распределительный (дистрибутивный) закон

- *Для логического сложения:*

$$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$$

- *Для логического умножения:*

$$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C)$$

# Закон двойного отрицания

$$A = \overline{\overline{A}}$$

- Двойное отрицание исключает отрицание

# Закон исключения третьего

$$A \vee \bar{A} = 1$$

- Из двух противоречащих высказываний об одном и том же предмете одно всегда истинно, а второе ложно, третьего не дано.



# Закон противоречия

$$A \& \bar{A} = 0$$

- Невозможно, чтобы противоречащие высказывания были одновременно истинными.

# Закон повторения (равносильности)

- *Для логического сложения:*

$$A \vee A = A$$

- *Для логического умножения:*

$$A \& A = A$$

- Закон означает отсутствие показателей степени

# Закон исключения констант

- *Для логического сложения:*

$$A \vee 1 = 1, A \vee 0 = A$$

- *Для логического умножения:*

$$A \& 1 = A, A \& 0 = 0$$

# Закон общей инверсии (законы де Моргана)

- *Для логического сложения:*

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$$

- *Для логического умножения:*

$$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

# Упражнения (самоконтроль)

Постройте таблицы истинности для следующих логических выражений:

1)  $B \vee B \& A$

2)  $A \& B \& C$

3)  $\bar{A} \& A$

4)  $\overline{A \vee B}$

# Задание

Постройте таблицы истинности для следующих логических выражений:

1)  $B \& (A \vee B)$ ;

2)  $A \& (A \vee \bar{B} \vee C)$ .