СЛАЙД-ЛЕКЦИЯ № 1

ТЕМА ЛЕКЦИИ:

«МАТРИЦЫ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ»

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ
2. СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦ
3. ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

ПОНЯТИЕ И ВИДЫ МАТРИЦ

ОПРЕДЕЛЕНИЯ

МАТРИЦЕЙ НАЗЫВАЕТСЯ ПРЯМО-УГОЛЬНАЯ ИЛИ КВАДРАТНАЯ ТАБЛИЦА, ЗАПОЛНЕННАЯ ЧИСЛАМИ.

ЧИСЛА, ЗАПОЛНЯЮЩИЕ МАТРИЦУ, НАЗЫВАЮТСЯ **ЭЛЕМЕНТАМИ** МАТРИЦЫ.

ВИДЫ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Прямоугольная матрица

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 22 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$$

Матрица-столбец

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Квадратная матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Матрица-строка

СТРОКИ, СТОЛБЦЫ, ЭЛЕМЕНТЫ И РАЗМЕР МАТРИЦЫ

ПРИНЦИП НУМЕРАЦИИ СТРОК И СТОЛБЦОВ

СТРОКИ НУМЕРУЮТСЯ СВЕРХУ ВНИЗ, НАЧИНАЯ С № 1.

СТОЛБЦЫ НУМЕРУЮТСЯ СЛЕВА НАПРАВО, НАЧИНАЯ С № 1.

СТРОКА И СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ \color{red}{-30} & \color{red}{-36} \end{pmatrix}$$

3-я строка

$$\begin{pmatrix} 12 & \color{red}{4} \\ -17 & \color{red}{29} \\ -30 & \color{red}{-36} \end{pmatrix}$$

2-й столбец

РАЗМЕР МАТРИЦЫ

МАТРИЦА, ИМЕЮЩАЯ m СТРОК И n СТОЛБЦОВ, НАЗЫВАЕТСЯ МАТРИЦЕЙ РАЗМЕРА m НА n.

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Матрица размера 3 на 2

(3 строки, 2 столбца)

ОБЩИЙ ВИД МАТРИЦЫ РАЗМЕРА *m* НА *n*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ЭЛЕМЕНТ МАТРИЦЫ

Элемент

$$\begin{pmatrix} 32 & -4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

a_{31} (а три-один) $= -30$

(3-я строка, 1-й столбец)

ДИАГОНАЛИ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Главная диагональ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Побочная диагональ

ТРЕУГОЛЬНЫЕ МАТРИЦЫ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Верхняя треугольная матрица (под главной диагональю стоят нули)

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Нижняя треугольная матрица (над главной диагональю стоят нули)

ОПЕРАЦИИ НАД МАТРИЦАМИ

ЛЮБУЮ МАТРИЦУ МОЖНО УМНОЖИТЬ НА ЧИСЛО

$$5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & -5 & 10 \\ 20 & 10 & 0 \\ -25 & 30 & 5 \end{pmatrix}$$

МАТРИЦЫ ОДИНАКОВОГО РАЗМЕРА МОЖНО СКЛАДЫВАТЬ И ВЫЧИТАТЬ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 8 & -5 & 5 \\ 7 & 3 & 14 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \pm 8 & -1 \pm (-5) & 2 \pm 5 \\ 4 \pm 7 & 2 \pm 3 & 0 \pm 14 \end{pmatrix}$$

ТРАНСПОНИРОВАНИЕ МАТРИЦЫ

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 4 \\ -17 & 29 \\ -30 & -36 \end{pmatrix}$$

Исходная матрица (размер 3 на 2)

$$A^T = \begin{pmatrix} 12 & -17 & -30 \\ 4 & 29 & -36 \end{pmatrix}$$

Транспонированная матрица (размер 2 на 3)

УМНОЖЕНИЕ СТРОКИ НА СТОЛБЕЦ (СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ)

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 7 + (-5) \cdot 0 + 3 \cdot (-4) = 2$$

УМНОЖЕНИЕ МАТРИЦЫ НА СТОЛБЕЦ

КАЖДАЯ СТРОКА МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА СТОЛБЕЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 8 + (-1)\cdot 7 + 2\cdot 2 \\ 4\cdot 8 + 2\cdot 7 + 0\cdot 2 \\ (-5)\cdot 8 + 6\cdot 7 + 1\cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 46 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ВОЗМОЖНОСТЬ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

МАТРИЦУ *A*, ЗАПИСАННУЮ СЛЕВА, МОЖНО УМНОЖИТЬ НА МАТРИЦУ *B*, ЗАПИСАННУЮ СПРАВА, ТОГДА И ТОЛЬКО ТОГДА, КОГДА ЧИСЛО СТОЛБЦОВ МАТРИЦЫ *A* РАВНО ЧИСЛУ СТРОК МАТРИЦЫ *B*

ПРАВИЛО УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ НА МАТРИЦУ

КАЖДАЯ СТРОКА ЛЕВОЙ МАТРИЦЫ СКАЛЯРНО УМНОЖАЕТСЯ НА КАЖДЫЙ СТОЛБЕЦ ПРАВОЙ МАТРИЦЫ

$$C = A \cdot B$$

$A -$ левая матрица, $B -$ правая матрица

ПРИМЕР УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 0 \\ -5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3\cdot 8+(-1)\cdot 7+2\cdot 2 & 3\cdot 1+(-1)\cdot 2+2\cdot(-3) \\ 4\cdot 8+2\cdot 7+0\cdot 2 & 4\cdot 1+2\cdot 2+0\cdot(-3) \\ (-5)\cdot 8+6\cdot 7+1\cdot 2 & (-5)\cdot 1+6\cdot 2+1\cdot(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 & -5 \\ 46 & 8 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

УМНОЖЕНИЕ СТОЛБЦА НА СТРОКУ

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 2 & 7 \cdot (-5) & 7 \cdot 3 \\ 0 \cdot 2 & 0 \cdot (-5) & 0 \cdot 3 \\ (-4) \cdot 2 & (-4) \cdot (-5) & (-4) \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 14 & -35 & 21 \\ 0 & 0 & 0 \\ -8 & 20 & -12 \end{pmatrix}$$

ВАЖНЫЕ ТИПЫ КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Единичная матрица
(размер 3 на 3)

$$0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Нулевая матрица
(размер 3 на 3)

СВОЙСТВО ЕДИНИЧНОЙ МАТРИЦЫ: *A•E=E•A=A*

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 \\ 3 & -6 & 8 \\ 11 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

§ 1. Матрицы и действия над ними

1. Определение и некоторые виды матриц

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. ***Матрицей размера*** *$m \times n$ называется таблица, образованная из элементов некоторого множества (например, чисел или функций) и имеющая m строк и n столбцов.*

Если $m \neq n$, то матрицу называют ***прямоугольной***.

Если $m = n$, то матрицу называют ***квадратной, порядка n***.

Элементы, из которых составлена матрица, называются ***элементами матрицы***.

Например, a_{24} –

a_{13} –

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \ (i = \overline{1,m}, \ \ j = \overline{1,n})$$

$$\mathbf{A} = (a_{ij}), \ \ (i, j = \overline{1,n})$$

Две матрицы **A** и **B** считаются ***равными***, если они одинакового размера, и элементы, стоящие в **A** и **B** на одинаковых местах, равны между собой, т.е. $a_{ij} = b_{ij}$.

Некоторые частные случаи матриц

1) Матрицу $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}=(a_{i1})$, размера $m\times 1$ называют ***матрицей-столбцом длины*** m

2) Матрицу $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \end{pmatrix}=(a_{1i})$, размера $1\times n$ называют ***матрицей-строкой длины*** n

3) ***Нулевой*** матрицей называют матрицу, все элементы которой равны нулю:

$$\mathbf{O}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

4) Пусть $\mathbf{A} = (a_{ij})$, $(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n})$

Элементы a_{11}, a_{22}, …, a_{kk} (где $k = \min\{m,n\}$) будем называть ***элементами главной диагонали матрицы***.

Квадратная матрица, у которой все элементы, стоящие вне главной диагонали, равны нулю, называется ***диагональной***:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Диагональная матрица, у которой все элементы главной диагонали равны 1, называется ***единичной***:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Обозначают: **E** или $\mathbf{E}_n$.

5) Пусть **A** = (a_{ij}) – квадратная матрица порядка n. Элементы a_{1n}, $a_{2,n-1}$, $a_{3,n-2}$, …, a_{n1} будем называть ***элементами побочной диагонали матрицы***.

Квадратные матрицы, у которых все элементы ниже (выше) главной или побочной диагонали равны нулю, называются ***треугольными*** :

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1,n-2} & b_{1,n-1} & b_{1n} \\ b_{21} & \cdots & b_{2,n-2} & b_{2,n-1} & 0 \\ b_{31} & \cdots & b_{3,n-2} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{C}=\begin{pmatrix} c_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & c_{n3} & \cdots & c_{nn} \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{D}=\begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & d_{1n} \\ 0 & \cdots & 0 & d_{2,n-1} & d_{2n} \\ 0 & \cdots & d_{3,n-2} & d_{3,n-1} & d_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & \cdots & d_{n,n-2} & d_{n,n-1} & d_{nn} \end{pmatrix}$$

6) Прямоугольную матрицу размера $m \times n$ будем называть ***трапециевидной***, если все ее элементы ниже главной диагонали равны нулю, т.е. если она имеет вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1m} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2m} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3m} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{mm} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

2. Линейные операции над матрицами

1) Умножение матрицы на число;

2) Сложение матриц.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. ***Произведением матрицы* A=(a_{ij}) *на число*** α *называется такая матрица* **B**=(b_{ij}), *элементы которой равны произведениям соответствующих элементов матрицы* **A** *на число* α, т.е. $b_{ij} = \alpha \cdot a_{ij}$.

Обозначают: $\alpha \cdot$**A**, α**A**.

Частный случай: (-1)·**A** – ***противоположная матрице* A**,

Обозначают **–A.**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. ***Суммой двух матриц*** **A**=(a_{ij}) *и* **B**=(b_{ij}) *одинакового размера, называется такая матрица* **C=**(c$_{ij}$)**,** *элементы которой равны суммам соответствующих элементов матриц* **A** и **B,** т.е. $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

Обозначают: **A+B**

Частный случай: **A+(–B)** – ***разность матриц*** **A** и **B.**

Обозначают: **A–B**

Свойства линейных операции над матрицами

1) $\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A}$ (коммутативность сложения матриц)

2) $(\mathbf{A}+\mathbf{B})+\mathbf{C}=\mathbf{A}+(\mathbf{B}+\mathbf{C})$ (ассоциативность сложения матриц)

3) $\mathbf{A}+\mathbf{O}=\mathbf{A}$

4) $\mathbf{A}+(-\mathbf{A})=\mathbf{O}$

5) $\alpha(\beta\mathbf{A})=(\alpha\beta)\mathbf{A}$ (ассоциативность относительно умножения чисел)

6) $(\alpha+\beta)\mathbf{A}=\alpha\mathbf{A}+\beta\mathbf{A}$ (дистрибутивность умножения на матрицу относительно сложения чисел)

7) $\alpha(\mathbf{A}+\mathbf{B})=\alpha\mathbf{A}+\alpha\mathbf{B}$ (дистрибутивность умножения на число относительно сложения матриц)

8) $1\mathbf{A}=\mathbf{A}$

3. Нелинейные операции над матрицами

1) Умножение двух матриц;

2) Транспонирование матрицы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Пусть* **A**=(a_{1i}) и **B**=(b_{i1}) – *матрица-строка и матрица-столбец одинаковой длины* n. ***Произведением матрицы-строки* A *на матрицу-столбец* B** *называется число* c, *равное сумме произведений их соответствующих элементов, т.е.*

$$c = a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} + \ldots + a_{1n} \cdot b_{n1}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Пусть* **A**=(a_{ij}) – *матрица размера* $m \times n$, **B**=(b_{ij}) – *матрица размера* $n \times$ k (*т.е. количество столбцов в матрице* **A** *совпадает с количеством строк матрицы* **B**). ***Произведением матрицы* A *на матрицу* B** *называется матрица* **C** =(c_{ij}) *размера* $m \times k$ *такая, что каждый ее элемент* c_{ij} *является произведением* i-*й строки матрицы* **A** *на* j-*й столбец матрицы* **B**, *т.е.*

$$c_{ij} = a_{i1} \cdot b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + a_{i3} \cdot b_{3j} + \ldots + a_{in} \cdot b_{nj} .$$

Обозначают: $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, **AB.**

Свойства операции умножения матриц

1) $AE = EA = A$, $AO = OA = O$

2) $(AB)C = A(BC)$ (ассоциативность умножения матриц)

$$\left.\begin{aligned} &3)\ (A+B)C = AC + BC \\ &4)\ C(A+B) = CA + CB \end{aligned}\right\} - \text{дистрибутивность умножения}$$

матриц относительно сложения матриц.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ. *Пусть* **A** *– матрица размера* $m \times n$. *Матрица размера* $n \times m$, *полученная из* **A** *заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется* ***транспонированной*** *к* **A** *и обозначается* $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.

Операция нахождения матрицы $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$ *называется* ***транспонированием*** *матрицы* **A**.

<u>Свойства операции транспонирования матриц</u>

1) $(\mathbf{A}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} = \mathbf{A}$;

2) $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{\mathrm{T}} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{B}^{\mathrm{T}}$;

3) $(\alpha\mathbf{A})^{\mathrm{T}} = \alpha\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$;

4) $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{\mathrm{T}} = \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{A}^{\mathrm{T}}$.

Пример

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 7 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + B = ?$$

$$A - B = ?$$

Ответ

$$B - A = ?$$

назад

Матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется матрицей, т**ранспонированной** относительно данной.

Например:

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} \grave{a}_{11} & \grave{a}_{12} & \grave{a}_{13} \\ \grave{a}_{21} & \grave{a}_{22} & \grave{a}_{23} \end{pmatrix},$$

$$A^T = \begin{pmatrix} \grave{a}_{11} & \grave{a}_{21} \\ \grave{a}_{12} & \grave{a}_{22} \\ \grave{a}_{13} & \grave{a}_{23} \end{pmatrix}$$

Свойства

назад

В случае, когда AB=BA, матрицы A и B называют **перестановочными** или **коммутативными**.

Пример 1. Найти все перестановочные матрицы к матрице

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Пример 2. Найти все перестановочные матрицы к матрице

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

назад

Ответ:

$$A + B = \begin{pmatrix} -3 & 9 \\ 7 & 4 \\ -6 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -7 & 4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B - A = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 7 & -4 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$$

назад

Пример

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 7 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2A = ?$$

$$-3B = ?$$

Ответ

$$4B - 7A = ?$$

назад

Ответ:

$$2A=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 0 & 8\\ -8 & 18\end{pmatrix}$$

$$-3B=\begin{pmatrix}15 & -18\\ -21 & 0\\ 6 & -3\end{pmatrix}$$

$$4B-7A=\begin{pmatrix}-34 & 3\\ 28 & -28\\ 20 & -59\end{pmatrix}$$

назад

Пример

$$\grave{A}=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 0 & 4\\ -4 & 9\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 3\end{pmatrix}$$

$A\cdot B=?$ $\qquad B\cdot A=?$

$A^{T}\cdot B=?$ $\qquad B^{T}\cdot A=?$

Ответ $\qquad A^{T}\cdot B^{T}=?$ $\qquad B^{T}\cdot A^{T}=?$

назад

Ответ:

$$\grave{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 12 \\ -4 & 35 \end{pmatrix}$$

$B \cdot A,\qquad A^T \cdot B,\qquad B^T \cdot A,\qquad A^T \cdot B^T$ í åâî çì î æí î

$$B^T \cdot A^T = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 5 & 12 & 35 \end{pmatrix}$$

назад

Ответ:

$$B=\begin{pmatrix} a & 4c \\ c & 2c+a \end{pmatrix}$$

или

$$B=\begin{pmatrix} d-2c & 4c \\ c & d \end{pmatrix}$$

или

$$B=\begin{pmatrix} a & 2d-2a \\ 0,5d-0,5a & d \end{pmatrix}$$

назад